

А.Г. Доросинский

М.П. Трухин

**ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ
ОТ ПРОСТРАНСТВЕННО-
РАСПРЕДЕЛЕННЫХ
ЦЕЛЕЙ**

ISBN 978-5-9907618-8-9



9 785990 761889





Л.Г. Доросинский, М.П. Трухин

**ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА ОБРАБОТКИ
СИГНАЛОВ ОТ ПРОСТРАНСТВЕННО-
РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ЦЕЛЕЙ**

Ульяновск
2015

УДК 621.312.01(076)

ББК 32.88

Д 40

Рецензенты:

Иванов В.Э. – д.т.н., профессор.

Поршнев С.В. – д.т.н., профессор.

Д 40 Доросинский Л.Г., Трухин М.П. Теория и практика обработки сигналов от пространственно-распределённых целей. – Ульяновск: Зебра, 2015. – 243 с.

Книга посвящена решению теоретических и практических проблем обнаружения, измерения параметров и классификации пространственно-распределённых целей. Подобные проблемы возникают при радиолокационном обзоре воздушного и космического пространства, земной и водной поверхности с использованием различных радиотехнических систем: РЛС дальнего обнаружения, РЛС с синтезированием апертуры, размещённых на воздушных и космических носителях и многих других подобных систем.

Книга представляет интерес для специалистов, студентов и аспирантов, работающих в области разработки современных радиотехнических систем военного и гражданского назначения.

УДК 621.312.01(076)

ББК 32.88

ISBN 978-5-9907618-8-9

© Доросинский Л.Г., Трухин М.П., 2015.

© Оформление.

Издательство «Зебра», 2015.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема обнаружения, оценки параметров и классификации пространственно-распределённых целей была и остаётся определяющей при разработке и создании современных радиолокационных систем мониторинга космической, воздушной и наземной обстановки современными и перспективными радиолокационными средствами.

В настоящей работе названная проблема решается по отношению к двум типам пространственно-распределённых целей и соответственно двум типам радиолокационных систем. Во-первых, это задача наблюдения наземных и воздушных целей космическими системами с высоким разрешением по дальности и азимуту (РЛС с синтезированной апертурой), подробно рассмотренная в главах 1-4 и, во-вторых, задача обработки сигналов от космических многоэлементных целей наземными средствами наблюдения. Решению этой задачи посвящены главы 5-8.

В каждом из рассматриваемых случаев в работе получены модели принимаемых сигналов, синтезированы оптимальные и предложены квазиоптимальные (практически реализуемые) алгоритмы обнаружения сигналов от пространственно-распределённых целей, алгоритмы оценивания параметров названных сигналов, а также алгоритмы классификации целей по отражённым сигналам.

В работе получены необходимые выражения для определения эффективности обнаружения, оценивания и классификации и произведены соответствующие вычисления, что позволяет сформулировать практические рекомендации по выбору параметров используемых сигналов.

Особое внимание уделено исследованию возможностей практической реализации предлагаемых алгоритмов с использованием современных вычислительных мощностей, объёмов памяти и ограничений на время принятия решений.

Каждая глава монографии носит вполне законченный характер и может рассматриваться отдельно от общего текста. В связи с этим библиографический список приводится отдельно к каждой главе работы.

Настоящая монография, как представляется авторам, будет полезна разработчикам и исследователям современных радиолокационных систем различного назначения, предназначенных для эффективной обработки сигналов от пространственно-распределённых целей, а также аспирантам и студентам, изучающим современные радиотехнические системы.

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ РАДИОЛОКАЦИИ РАСПРЕДЕЛЁННЫХ ЦЕЛЕЙ

Применение сверхширокополосных сигналов и эффекта синтеза апертуры за счёт движения Земли, перемещения космических, воздушных летательных аппаратов позволяет получить радиолокационное изображение (РЛИ) пространственно-распределённой цели (ПРЦ), характеризующееся достаточно высокой разрешающей способностью, при которой наблюдатель имеет возможность решать задачу классификации и распознавания названных ПРЦ

Проблема классификации радиолокационных изображений ПРЦ, формируемых с помощью таких средств наблюдения, является частной задачей классической теории распознавания образов - ведущего научного направления современного естествознания, сложившегося и интенсивно развивающегося в течение последних десятилетий.

Фундаментальные основы статистической теории распознавания заложены в трудах Т. Андерсона [1], А.А. Харкевича [2], Г.С. Себастиана [3], М.М. Бонгарда [4] и др. Современное состояние этой теории подробно отражено в работах В.Н. Вапника и А.Я. Червоненкиса [5], Р. Дуды и П. Хафа [6], В.А. Ковалевского [7], Дж. Ту и Р.Гонсалеса [8], А.Л. Горелика [9,10] и других авторов [11,12].

Пространственно-распределённая цель представляет собой совокупность центров стабильного отражения («блестящих точек») и большого числа статистически однородных отражателей, равномерно распределённых по поверхности цели. В качестве модели последних может быть принята абсолютно шероховатая поверхность, отражения от которой образуют так называемую диффузионную составляющую сигнала.

Количество, положение и ЭПР центров стабильного отражения остаются практически постоянными при изменении ракурса цели на несколько градусов.

Примерами пространственно-распределённых целей могут служить радиолокационные изображения надводных кораблей, полученных космической РЛС с синтезированной апертурой.

На рис. 1.1 представлены РЛИ надводных кораблей для различных условий наблюдения [13,14] при разрешающей способности РСА - верхний ряд - 15 м и нижний ряд - 35 м; ракурсе наблюдения 283° (А - В), 315° (Г - Е) и 270° (Ж - И); отсутствии качки (А, Г, Ж) и наличии боковой качки 10° на сторону (Б и Д) и 15° на сторону (В и Е), а также при совместном воздействии килевой качки и рысканья $\pm 7^\circ$ (З, И), где R - это направление по дальности, X - направление по азимуту.

Формулировка существа проблемы заключается в том, чтобы, располагая исходным множеством объектов классификации и заданным априори принципом разделения этого множества на классы, распознающий автомат (РА) в соответствии с оптимальным или близким к нему алгоритмом сформировал из наблюдаемых данных вектор признаков $L = \{l_1, \dots, l_k\}$ и в соответствии с эффективным решающим правилом разделил пространство признаков таким образом, чтобы, в лучшем случае, с максимальной, а в худшем случае, с заданной вероятностью определить класс очередного обнаруженного объекта. При этом общая постановка задачи классификации объектов радиолокационного наблюдения может быть сформулирована следующим образом.

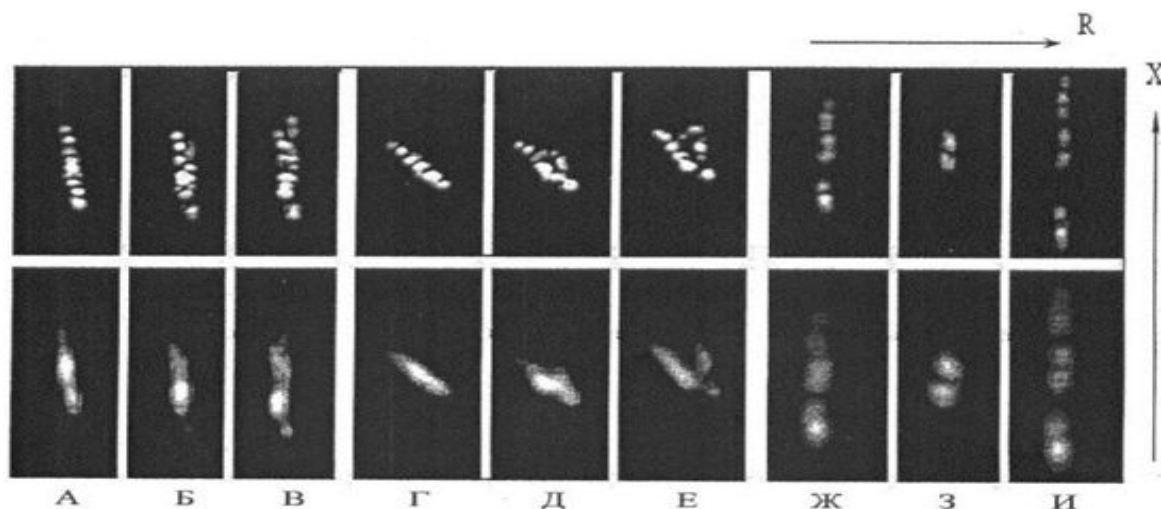


Рис. 1.1. Примеры РЛИ пространственно-распределенных целей (надводных кораблей)

Пусть задано множество B объектов различных типов. Система классификации состоит из P радиолокационных средств, содержащих РА. В каждом из таких РА используется множество радиолокационных сигналов S , на базе которых образуется множество признаков распознавания и множество правил принятия решения о классе наблюдаемого объекта K . Кроме того, введем множество параметров x , связанных с объектом и условиями его наблюдения, причем часть названных параметров x могут быть измерены РА, а часть параметров x_0 не измеряются в процессе решения задачи классификации, но существенным образом влияют на ее эффективность, которая оценивается с помощью некоторого критерия $\mathcal{E}\{\cdot\}$.

Если стоимость создания системы классификации C , а общие ассигнования – C_0 , то формально решение задачи сводится к отысканию экстремума функционала:

$$\mathcal{E}\{P, S, L, K, x/B\} \quad (1.1)$$

при ограничении

$$C \leq C_0. \quad (1.2)$$

Точные методы решения этой задачи неизвестны, что, вообще говоря, достаточно естественно в связи с чрезвычайно общим характером ее постановки. Разумной альтернативой может служить переход к более частной конкретной задаче с учетом реальных условий, связанных с особенностями решаемой проблемы. При рассматриваемой в работе классификации ПРЦ следует учесть некоторые ограничения, а именно, выраженный статистический характер проблемы, связанный с природой наблюдаемых данных и практической невозможностью решения электродинамической задачи, определяет целесообразность использования вероятностных признаков, отказываясь от детерминированного, логического и структурного подходов [15].

Указанные ограничения определяют методологию подхода к решению задачи классификации ПРЦ. При использовании любого из известных статистических критериев вектор оптимальных признаков L должен быть образован на основе коэффициентов правдоподобия Δ_l, Δ_m (где M - число классов) - достаточных статистик, а разбиение пространства решения на области, соответствующие каждому из классов, производится гиперплоскостями (причем, коэффициентами в уравнениях таких плоскостей служат в общем случае элементы матрицы стоимостей).

При полной априорной определенности о распознаваемых классах и условиях наблюдения, а также отсутствии технических ограничений на эту проблему была бы исчерпана. Однако при практическом использовании РА оба названных требования далеки от реальности. В первую очередь это связано с наличием множества мешающих параметров χ , которое делится на два подмножества: x - подмножество принципиально не измеряемых параметров и x_0 - подмножество параметров, оцениваемых по наблюдаемым данным.

Если $U(t)$ – вектор-функция наблюдаемых данных, то эффективные признаки следует искать, отталкиваясь от коэффициентов правдоподобия:

$$L_{ij} = \frac{P\{U(t)/\bar{x}_0, \bar{x}_i, B_j\}}{P(\bar{U}(t)/B = 0)}, \quad (1.3)$$

где $P\{\cdot\}$ - условный функционал плотности вероятности для реализации $U(t)$;

x_0 - вектор оценок измеряемых параметров;

x_i - i -я комбинация неизвестных параметров;

B_j - указание на наличие цели j -го класса (при $B = 0$ цель отсутствует).

Следует заметить, что размерность вектора L становится чрезвычайно большой в связи с континуальным в общем случае характером вектора x . С другой стороны, при его формировании возникает ряд проблем алгоритмического и технического характера. И, наконец, существующая в современных условиях база данных о радиолокационных

портретах (РП) ПРЦ обычно настолько мала, что не позволяет говорить о достаточно достоверных сведениях о подавляющем большинстве индивидуальных характеристик, конструктивных и геометрических особенностей ПРЦ. Последнее обстоятельство не позволяет получить вектор с составляющими компонентами типа (1.3) и использовать их для классификации.

В связи с этим применяется следующая методология отыскания признаков. Названный вектор ищется на основе выражений для достаточных статистик в предположении о том, что РП и условия наблюдения заданы. После отыскания этих признаков они последовательно модифицируются с тем, чтобы полностью учесть имеющуюся априорную информацию с одновременным отказом от учета тех структурных и алгоритмических особенностей, которые недоступны на этапах проектирования и начальной боевой эксплуатации РА. В тоже время полученные алгоритмы не исключают, а напротив, предусматривают адаптацию к новым данным о РП и условиям наблюдения, полученным при опытной и боевой эксплуатации систем МКРЦ. Аналогичный подход реализуется и по отношению к решающим правилам.

Ряд конкретных решений задачи классификации ПРЦ приведён в работах [16-19].

Литература к главе 1

1. Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ / Т. Андерсон; пер. с англ. Б.В. Гнеденко. М. Физматгиз, 1963. 500с.
2. Харкевич А.А. Избранные труды. В 3 т. Т. 3. Теория информации. Оpoznание образов / А.А. Харкевич. М.: Наука, 1973. 524с.
3. Себастиан Г.С. Процессы принятия решений при распознавании образов / Г.С. Себастиан; пер. с англ. Ивахненко. Киев: Техника, 1965. 152с.
4. Бонгард М.М. Проблема узнавания / М.М. Бонгард. М. Наука, 1967. 320с.
5. Вапник В.Н. Теория распознавания образов (статистические проблемы обучения) / В.Н. Вапник, А.Я. Червоненкис. М. :Наука, 1974. 616с.
6. Дуда Р. Распознавание образов и анализ сцен / Р. Дуда, П. Харт; пер с англ. В.Л. Стефанюка. М.: Мир, 1976. 511с. ,
7. Ковалевский В.А. Методы оптимальных решений в распознавании изображений / В.А. Ковалевский. М.: Наука, 1976. 328с.
8. Ту Дж. Принципы распознавания образов / Дж.Ту, Р.Гонсалес; пер. с англ. М. Журавлева. М.: Мир,.1978. 412с.

9. Селекция и распознавание на основе локационной информации / под ред. А.Л. Горелик. М. Радио и связь. 1990. 236с.
10. Горелик А.Л. Методы распознавания / А.Л. Горелик, В.А. Скрипкин. М.: Высшая школа 1984. 208с.
11. М.Ю. Достовалов, Лифанов А.С., Мусинянц Т.Г. Система автоматизированного распознавания объектов на основе исследования радиолокационных портретов по изображениям РСА КОМПАКТ-100. Исследования Земли из космоса, №1, 2005.
12. Diemunsch J., Wissinger J. MSTAR model-based automatic target recognition: search technology for a robust ATR. Algorithms for Synthetic Aperture Radar Imagery V, E. Zeinio, Eds. // Proceedings of SPIE, Vol.3370, 1998.
13. Каталог изображений Земли. Продукция космического аппарата «Алмаз-1». ОАО «НПО машиностроения». Вэб-сайт <http://almaz1.ru/>
14. Дикинис А.В., Иванов А.Ю., Карлин Л.Н., Неронский Л.Б. и др. Атлас аннотированных радиолокационных изображений морской поверхности, полученных космическим аппаратом «Алмаз - 1». - М.: ГЕОС, 1999.
15. Благовещенский С.Н. Справочник по динамике и статике корабля в 2 т. / С.Н. Благовещенский, А.Н. Холодилин. Л.: Судостроение, 1975. т.2/ 176с.
16. Доросинский Л.Г. Классификация пространственно-распределенных объектов по данным РЛС бокового обзора / Л.Г. Доросинский, Т.М.Лысенко // Радиотехника 3.1996. с. 8-12
17. Доросинский Л.Г. Исследование алгоритмов распознавания радиолокационных изображений распределённых объектов. 23-я Международная Крымская конференция "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии", Севастополь, 8-18 сентября 2013г.
18. Доросинский Л.Г. Синтез и анализ алгоритмов классификации радиолокационных сигналов 23-я Международная Крымская конференция "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии", Севастополь, 8-18 сентября 2013г.
19. Доросинский Л.Г. Синтез алгоритма распознавания классов радиолокационных сигналов. 24-я Международная Крымская конференция "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии", Севастополь, 7-13 сентября 2014г.

2. КЛАССИФИКАЦИЯ ПРЦ ПО ДАННЫМ КОСМИЧЕСКОЙ РЛС БОКОВОГО ОБЗОРА С СИНТЕЗИРОВАННОЙ АПЕРТУРОЙ

2.1. Математическая модель цели и отражённого сигнала при решении задач распознавания пространственно-распределённых целей в космических РЛС с синтезированной апертурой

Радиолокационные станции бокового обзора с синтезированной апертурой (РСА), размещённые на космических носителях, обладают решающими преимуществами перед другими средствами космического наблюдения при решении задач классификации пространственно-распределённых объектов на земной и морской поверхностях и, в частности, незаменимы при космическом мониторинге акватории мирового океана. Космические РСА позволяют получить радиолокационные изображения (РЛИ) - радиолокационные портреты ПРЦ. На основе таких портретов формируются признаки для распознавания, использование которых обеспечивает достаточно высокую эффективность классификации ПРЦ.

Для решения проблемы синтеза оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов формирования вектора достаточных статистик и, как следствие, получения признаков, используемых для классификации, предварительно должна быть записана математическая модель цели и модель отражённого сигнала, учитывающие особенности наблюдения цели и характеристик её движения.

Для описания взаимного расположения и перемещения носителей РЛС и наблюдаемой цели введем две системы координат (рис.2.1): основную неподвижную систему $OXYZ$ и вспомогательную $oxyz$, связанную с геометрическими осями цели.

Для описания отражающих свойств наблюдаемых целей используем комплексную функцию отражения $f_k^p(\bar{x})$ k -й ПРЦ при наблюдении его p -ой РЛС. В данном случае \bar{x} радиус-вектор элементарного отражающего участка (точки) во вспомогательной системе координат. При этом будем считать, что функция отражения имеет две независимые составляющие – диффузионную $f_k^p(\bar{x})$, связанную с рассеянными отражениями от поверхности цели, и "зеркальную" $f_{k\sigma}^p(\bar{x})$, появление которой вызвано наличием зеркально отражающих элементов конструкции и элементов типа уголкового отражателя. Вторая компонента хорошо описывается совокупностью центров стабильного отражения, условно именуемых "блестящими точками", в то время как первая составляющая представляет собой непрерывную функцию координат. Таким образом, для функции отражения может быть использовано следующее представление:

$$f_k^p(\bar{x}) = f_{k0}^p(\bar{x}) + f_{k\sigma}^p(\bar{x}) = f_{k0}^p(\bar{x}) + \sum_{i=1}^{N_{kp}} f_{ki}^p \delta(\bar{x} - \bar{x}_{ki}^p). \quad (2.1.1)$$

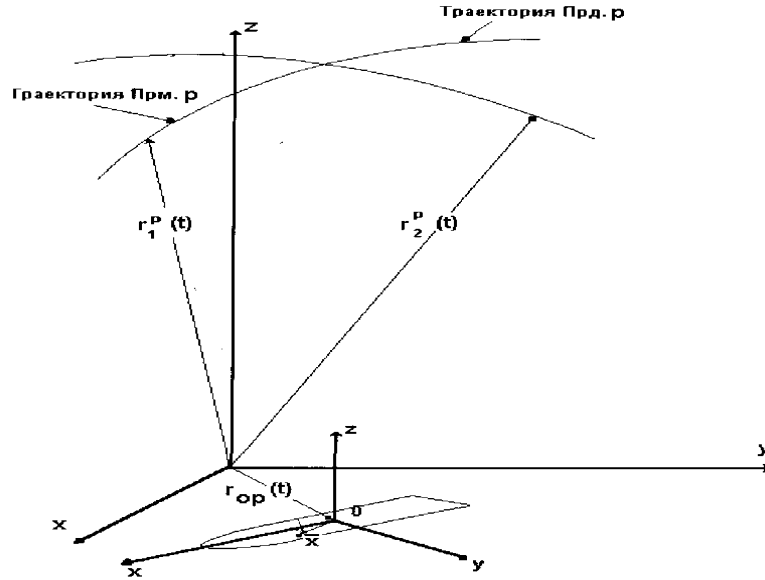


Рис. 2.1. Геометрические соотношения для p -й РЛС системы

В этом выражении f_{ki}^p - значение комплексной функции отражения для i -й "блестящей точки" k -й цели при наблюдении ее p -й РЛС; N_{kp} - общее число "блестящих точек" при наблюдении цели k -го класса p -й РЛС; $\delta(\bar{x})$ - дельта-функция; \bar{x}_{ki}^p - радиус-вектор i -й "блестящей точки". Необходимо отметить, что вид функции отражения $f_k^p(\bar{x})$ существенным образом зависит от ракурса наблюдения цели, что не отмечено в (2.1.1) для сокращения записи. В тех случаях, когда зависимость характера отражений от ракурса имеет принципиальное значение для решения задачи синтеза и анализа алгоритмов распознавания, в контексте будут сделаны необходимые замечания.

При наблюдении цели несколькими (p) РЛС объединим функции отражения в p -компонентный вектор

$$\bar{f}_k(\bar{x}) = \bar{f}_{k0}(\bar{x}) + \bar{f}_{k\sigma}(\bar{x}) \quad (2.1.2)$$

Кратко остановимся на статистических свойствах функции отражения (2.1.2). Будем в дальнейшем считать, что диффузионная составляющая описывается p -мерным гауссовским функционалом плотности распределения вероятностей с нулевым вектором средних значений. Функции отражения соседних элементарных участков поверхности считаем статистически независимыми. При этом матрица взаимных

корреляционных функций компонент вектора $\bar{f}_{k0}(\bar{x})$ может быть представлена в следующем виде:

$$\langle 0,5 \bar{f}_{k0}(\bar{x}) \times \bar{f}_{k0}(\bar{y}) \rangle = \sum_{k0}(\bar{x}) \delta(\bar{x} - \bar{y}). \quad (2.1.3)$$

Матрица $\sum_{k0}(\bar{x})$ в общем случае является эрмитовой, положительно определенной.

Если все РЛС системы работают независимо друг от друга, то эта матрица вырождается в вещественную диагональную. Этот случай, по-видимому, наиболее широко распространен в практически интересных ситуациях. Возможен другой крайний случай, когда все входящие в систему РЛС абсолютно когерентны. Такая ситуация может иметь место при работе всех станций от общей РЛС подсвета и достаточно близких ракурсах наблюдения. В этом случае $\sum_{k0}(\bar{x})$ вырождается в вещественную матрицу с равными элементами, что дает возможность представить ее в виде

$$\sum_{k0}(\bar{x}) = \sigma_{k0}^2(\bar{x}) \bar{e}_0 \bar{e}_0^T, \quad (2.1.4)$$

где $\sigma_{k0}^2(\bar{x})$ - распределение дисперсии диффузионной составляющей функции отражения по поверхности цели k -го класса; \bar{e}_0 - p -компонентный вектор-столбец, все элементы которого равны единице.

Для описания статистических свойств отраженных сигналов в литературе, как правило, используются три модели [1]:

- детерминированные отражения;
- для каждой "блестящей точки" амплитуда детерминирована, в то время как фаза случайна и равномерно распределена на интервале $[-\pi, \pi]$;
- для каждой "блестящей точки" отраженный сигнал случаен и подчинен нормальному распределению плотности вероятности с нулевым математическим ожиданием.

При характерном для космических РСА времени наблюдения (менее 1 секунды) диффузионную составляющую можно считать квазидетерминированной, то есть случайной, но не изменяющейся за время наблюдения. Аналогичное предположение может быть высказано относительно функций отражения для "блестящих точек". При этом основным отличием "блестящих точек" от диффузионной составляющей функции отражения является их дискретный характер. Кроме того, суммарная ЭПР "блестящих точек" обычно предполагается много большей ЭПР поверхности цели и составляет до

80% всей ЭПР цели [2]. Далее предполагаем, что функция отражения нормирована к суммарной ЭПР k -й цели таким образом, что выполняется равенство:

$$\iint \langle 0,5 \rangle f_k^p(\bar{x}) f_k^{p*}(\bar{y}) d\bar{x} d\bar{y} = 1 \quad (2.1.5)$$

Введем модель сигнала, принимаемого совокупностью РЛС. Будем считать радиолокационные станции, входящие в систему наблюдения, в общем случае бистатистическими. Принимаемый отраженный сигнал представим в виде p -компонентного вектора комплексных амплитуд, для составляющих которого справедливо выражение:

$$\begin{aligned} \bar{U}(t) = U_{kh} \int_{\Omega_k} \dot{f}_k^p(\bar{x}) \frac{g_{1p}(\bar{x}, t) g_{2p}(\bar{x}, t)}{r_{1p}(\bar{x}, t) r_{2p}(\bar{x}, t)} \dot{s}_p \left\{ t - [r_{1p}(\bar{x}, t) + r_{2p}(\bar{x}, t)] / c \right\}^* \\ * \exp \left\{ -jk_p [r_{1p}(\bar{x}, t) + r_{2p}(\bar{x}, t)] \right\} d\bar{x} + N_p(t) \end{aligned} \quad (2.1.6)$$

В приведенном выражении $g_{1p}(\bar{x}, t)$, $g_{2p}(\bar{x}, t)$ - значения нормированных диаграмм направленности передающей и приемной антенн p -й РЛС в направлении точки цели \bar{x} в момент времени t ; $r_{1p}(\bar{x}, t)$, $r_{2p}(\bar{x}, t)$ - текущее значение дальности от передатчика и приемника p -й РЛС до точки \bar{x} цели; $s_p(t)$ - комплексная амплитуда модулирующей функции зондирующего сигнала p -й РЛС, которую в дальнейшем считаем импульсной с длительностью импульса τ_p и периодом повторения T_p и нормированной таким образом, что выполняется условие:

$$\frac{1}{\tau_p} \int |s_p(t)|^2 dt = 1 \quad (2.1.7)$$

$N_p(t)$ - комплексная амплитуда аддитивного шума радиолокационного тракта для p -й РЛС; $k_p = 2\pi/\lambda$ - волновое число.

Время наблюдения цели каждой РЛС системы ограничено и равно T_{op} .

С учетом нормировок (3.1.5) и (3.1.7) вещественный множитель U_{kp} имеет вид [3]:

$$U_{kp} = \sqrt{\frac{2P_{po} \lambda_p^2 G_{1p} G_{2p}}{(4\pi)^3} (\sigma_{ke}^p)^2} \quad (2.1.8)$$

где P_{po} - импульсная мощность зондирующего сигнала p -й РЛС; G_{1p} , G_{2p} - коэффициент направленного действия (КНД) передающей и приемной антенн p -й РЛС; σ_{ke}^p - суммарная ЭПР k -й цели при приеме сигнала p -й РЛС.

Введем диагональные матрицы размерности $p \times p$:

$$\begin{aligned}
G(\bar{x}, t) &= \text{diag} [G_1(\bar{x}, t), G_2(\bar{x}, t), \dots, G_p(\bar{x}, t)], \\
S(\bar{x}, t) &= \text{diag} [S_1(\bar{x}, t), S_2(\bar{x}, t), \dots, S_p(\bar{x}, t)], \\
E(\bar{x}, t) &= \text{diag} [E_1(\bar{x}, t), E_2(\bar{x}, t), \dots, E_p(\bar{x}, t)], \\
U_k &= \text{diag} [U_{k1}, U_{k2}, \dots, U_{kp}]
\end{aligned} \tag{2.1.9}$$

$$G_p(\bar{x}, t) = \frac{g_{1p}(\bar{x}, t) g_{1p}(\bar{x}, t)}{r_{1p}(\bar{x}, t) r_{1p}(\bar{x}, t)} \tag{2.1.10}$$

$$S_p(\bar{x}, t) = s_p \left\{ t - [r_{1p}(\bar{x}, t) + r_{2p}(\bar{x}, t)] / c \right\} \tag{2.1.11}$$

$$E_p(\bar{x}, t) = \exp \left\{ -jk_p [r_{1p}(\bar{x}, t) + r_{2p}(\bar{x}, t)] / c \right\} \tag{2.1.12}$$

Используя (2.1.2), вектор комплексных амплитуд принимаемых сигналов можно представить в виде суммы:

$$\bar{U}(t) = \bar{U}_{k0}(t) + \bar{U}_{k\sigma}(t) + \bar{N}(t) \tag{2.1.13}$$

В последнем выражении приняты следующие обозначения:

$$\bar{U}_{k0}(t) = U_k \int G(\bar{x}, t) S(\bar{x}, t) E(\bar{x}, t) f_{k0}(\bar{x}) d\bar{x} \tag{2.1.14}$$

$$\bar{U}_{k\sigma}(t) = U_k \int G(\bar{x}, t) S(\bar{x}, t) E(\bar{x}, t) f_{k\sigma}(\bar{x}) d\bar{x} \tag{2.1.15}$$

Компоненты вектора комплексных амплитуд аддитивного шума радиолокационного тракта

$$N(t) = \{N_1(t), N_2(t), \dots, N_p(t)\} \tag{2.1.16}$$

будем считать гауссовскими белыми и статистически независимыми между собой. Вектор $N(t)$ учитывает, как шумы приемников радиолокационных станций, так и сигналы, отраженные статистически однородной подстилающей поверхностью.

Из (2.1.6) следует, что для полного описания принимаемых сигналов необходимо в явном виде знать зависимость дальностей r_1 и r_2 от координат отражающей точки и текущего времени.

На рис. 2.1 движения носителей передающей (Прд.р) и приемной (Прм.р) частот p -й РЛС описываются в основной системе координат $OXYZ$ радиус-векторами $\bar{r}_1^p(t)$ и $\bar{r}_2^p(t)$. Движение центра масс наблюдаемой цели характеризуется радиус-вектором $r(t)$. Для описания движения произвольной точки \bar{x} цели относительно центра масс в основной системе координат используем вектор $\bar{\rho}_p(\bar{x}, t)$. В произвольный момент времени t связь векторов $\bar{\rho}_p(\bar{x}, t)$ и \bar{x} задается выражением

$$\bar{\rho}_p(\bar{x}, t_i) = A_p(t_i) \bar{x} \tag{2.1.17}$$

где $A_p(t_i)$ - матрица поворота осей вспомогательной системы координат относительно основной системы $OXYZ$ в момент t_i . Индекс " p " в приведенных выше обозначениях

векторов соответствует порядковому номеру РЛС в системе и позволяет учесть не только отличия траекторий движения носителей РЛС, но и возможное изменение характера движения ПРЦ при наблюдении ее различными станциями системы на неперекрывающихся интервалах времени (например, одной РЛС при разных циклах обзора).

Без учета смещения носителей приемной и передающей частей РЛС за время распространения сигнала до цели и обратно искомые зависимости описываются выражениями:

$$r_{1p}(\bar{x}, t) = \left| \bar{r}_{0p}(t) + \bar{\rho}_p(\bar{x}, t) - \bar{r}_1^p(t) \right| \quad (2.1.18)$$

$$r_{2p}(\bar{x}, t) = \left| \bar{r}_{0p}(t) + \bar{\rho}_p(\bar{x}, t) - \bar{r}_2^p(t) \right| \quad (2.1.19)$$

Поскольку формулы (2.1.18) и (2.1.19) отличаются только индексами, то дальнейшие выкладки выполнены лишь для первой из них.

Разложим (2.1.18) в ряд Тейлора в окрестности точки t_{0p} , соответствующей середине интервала наблюдения цели p -й РЛС

$$r_{1p}(\bar{x}, t) = r_{1p}(\bar{x}, t_{0p}) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i!} r_{1p}^{(i)}(\bar{x}, t_{0p}) \cdot (t - t_{0p})^i \quad (2.1.20)$$

здесь $r_{1p}^{(i)}(\bar{x}, t_{0p})$ - значение i -й производной функции $r_{1p}(\bar{x}, t)$ по времени в момент $t=t_{0p}$. Используя правила дифференцирования векторов и их модулей, получим выражения для первых четырех производных:

$$r_{1p}^{(1)}(\bar{x}, t_{0p}) = \bar{e}_{1p}^{(i)}(\bar{x}, t_{0p}) \cdot \bar{v}_{1p}^{(i)}(\bar{x}, t_{0p}) \quad (2.1.21)$$

$$r_{1p}^{(2)}(\bar{x}, t_{0p}) = \frac{\left| \bar{v}_{1p}(\bar{x}, t_{0p}) \right|^2 - \left| r_{1p}^{(1)}(\bar{x}, t_{0p}) \right|^2}{\left| r_{1p}(\bar{x}, t_{0p}) \right|} + \bar{e}_{1p}(\bar{x}, t_{0p}) \cdot \bar{A}_{1p}(\bar{x}, t_{0p}) \quad (2.1.22)$$

$$r_{1p}^{(3)}(\bar{x}, t_{0p}) = 3 \frac{\bar{v}_{1p}(\bar{x}, t_{0p}) \cdot \bar{A}_{1p}(\bar{x}, t_{0p}) - r_{1p}^{(1)}(\bar{x}, t_{0p}) \cdot r_{1p}^{(2)}(\bar{x}, t_{0p})}{\left| r_{1p}(\bar{x}, t_{0p}) \right|} + \bar{e}_{1p}(\bar{x}, t_{0p}) \cdot \bar{W}_{1p}(\bar{x}, t_{0p}) \quad (2.1.23)$$

$$r_{1p}^{(4)}(\bar{x}, t_{0p}) = 3 \frac{\left| \bar{A}_{1p}(\bar{x}, t_{0p}) \right|^2 - \left| r_{1p}^{(2)}(\bar{x}, t_{0p}) \right|^2}{\left| r_{1p}(\bar{x}, t_{0p}) \right|} + \quad (2.1.24)$$

$$4 \frac{\bar{v}_{1p}(\bar{x}, t_{0p}) \cdot \bar{W}_{1p}(\bar{x}, t_{0p}) - r_{1p}^{(1)}(\bar{x}, t_{0p}) \cdot r_{1p}^{(3)}(\bar{x}, t_{0p})}{\left| r_{1p}(\bar{x}, t_{0p}) \right|} + \bar{e}_{1p}(\bar{x}, t_{0p}) \cdot \bar{B}_{1p}(\bar{x}, t_{0p})$$

$$\bar{e}_{1p}(\bar{x}, t_{0p}) = \frac{\bar{r}_{0p}(t_{0p}) + \bar{\rho}_p(\bar{x}, t_{0p}) - \bar{r}_1^p(t_{0p})}{\left| \bar{r}_{0p}(t_{0p}) + \bar{\rho}_p(\bar{x}, t_{0p}) - \bar{r}_1^p(t_{0p}) \right|} \quad (2.1.25)$$

- единичный вектор визирования точки \bar{x} в момент времени t ,

$$\bar{V}_{1p}(x,t) = \frac{d}{dt} [\bar{r}_{0p}(t) + \bar{\rho}_p(\bar{x},t) - \bar{r}_1^p(t)] \quad (2.1.26)$$

$$\bar{A}_{1p}(\bar{x},t) = \frac{d}{dt} [\bar{V}_{1p}(x,t)] \quad (2.1.27)$$

$$\bar{W}_{1p}(\bar{x},t) = \frac{d}{dt} [\bar{A}_{1p}(x,t)] \quad (2.1.28)$$

$$\bar{B}_{1p}(\bar{x},t) = \frac{d}{dt} [\bar{W}_{1p}(x,t)] \quad (2.1.29)$$

Полученные соотношения достаточно компактны и при наличии данных о параметрах траекторий движения носителей РЛС и цели могут быть использованы для решения задач синтеза и анализа алгоритмов обнаружения, измерения параметров и классификации ПРЦ.

2.2. Многоальтернативная проверка гипотез относительно различных классов ПРЦ при их наблюдении совокупностью космических радиолокационных средств

Проблема определения класса цели может быть формализована в рамках классической теории многоальтернативной проверки статистических гипотез. По одной из них вектор принимаемых колебаний $\bar{U}(t)$ порожден только шумом. Остальные гипотезы соответствуют наблюдению на фоне шумов различных классов целей. Общее число возможных классов – M , число гипотез – $(M+1)$.

Если все существенные параметры (скорости движения РЛС и ПРЦ, координаты, ракурсы, распределения «блестящих точек» и диффузионной составляющей ЭПР по поверхности цели) точно известны для каждого из распознаваемых классов, то классическое решение задачи многоальтернативной проверки гипотез приводит к структуре устройства обработки принимаемых сигналов, состоящей из M параллельных каналов формирования отношения правдоподобия или его логарифма

$$l_k[\bar{U}(t)] = \ln\{L_k[\bar{U}(t)]\},$$

и решающего устройства, на M входов которого поступают значения l_k . Решающее устройство выносит решение в пользу одной из M целей. Способ принятия решения зависит от выбранного критерия качества. При минимизации среднего риска процедура вынесения решения предусматривает проверку системы линейных неравенств, учитывающих априорные вероятности и конкретный вид матрицы потерь. При использовании критерия максимального правдоподобия решение выносится в пользу гипотезы с максимальным значением l_k . В любом случае наибольший практический

интерес представляет процедура формирования отношения правдоподобия и структурная схема устройства, реализующего это отношение.

Достаточная статистика для принятия решения представляет собой вектор, составленный из отношений правдоподобия для каждой из M конкурирующих гипотез. Логарифм отношения правдоподобия для k -й гипотезы при отсутствии флуктуаций сигналов, отраженных «блестящими точками», может быть записан в виде [4]:

$$l_k[\bar{U}(t)] = \left\{ 0,5 \iint \bar{U}^*(t) Q_0(t, u) \bar{U}(u) dt du - \right. \\ \left. - \iint [\bar{U}^*(t) - \bar{U}_{k\sigma}^*(t)] Q_k(t, u) [\bar{U}(u) - \bar{U}_{k\sigma}(u)] dt du - \ln(K_0/K_k) \right\}, \quad (2.2.1)$$

где K_0 и K_k – нормирующие коэффициенты функционалов плотности распределения вероятностей для случаев наблюдения только шума и k -й цели на фоне шума; $Q_0(t, u)$, $Q_k(t, u)$ – комплексные матрицы, обратные матрицам взаимной корреляции принимаемого вектора $\bar{U}(t)$ для гипотез о наблюдении только шума $R(t, u)$ и k -й цели на фоне шума $R_k(t, u)$.

Поскольку шум и диффузионная составляющая принимаемого сигнала $\bar{U}_{k0}(t)$ являются независимыми случайными процессами, то

$$R_k(t, u) = R_{k0}(t, u) + R_0(t, u), \quad (2.2.2)$$

$$\text{где} \quad R_{k0}(t, u) = \langle 0,5 \bar{U}_{k\sigma}(t) + \bar{U}_{k\sigma}^*(u) \rangle \quad (2.2.3)$$

– матрица корреляционных функций диффузионных составляющих вектора принимаемого сигнала.

Для определения вида матриц $Q_0(t, u)$ и $Q_k(t, u)$ следует воспользоваться интегрально-матричными уравнениями обращения:

$$\int R_0(t, u) Q_0(u, v) du = I \delta(t - v); \quad (2.2.4)$$

$$\int R_k(t, u) Q_k(u, v) du = I \delta(t - v), \quad (2.2.5)$$

где I – единичная диагональная матрица.

Для последнего слагаемого в (2.2.1) справедливо равенство:

$$\ln(K_0/K_k) = Sp \int_0^1 \frac{dA}{A} \iint R_0(t, u) Q_{Ak}(u, t) dt du, \quad (2.2.6)$$

где $Q_{Ak}(u, t)$ – решение интегрально-матричного уравнения:

$$\iint [R_0(t_1, u) + AR_{k0}(t_1, u)] Q_{Ak}(u, v) R_0(v, t_2) du dv = AR_{k0}(t_1, t_2) \quad (2.2.7)$$

При условии, что шум радиолокационного тракта «белый» с диагональной матрицей спектральных плотностей N_0 выражения (2.2.4–2.2.7) упрощаются:

$$Q_0(t, u) = N_0^{-1} \delta(t, u), \quad (2.2.8)$$

$$\int R_{k0}(t, u) Q_k(u, v) du + N_0 Q_k(t, v) = I \delta(t - v) \quad (2.2.9)$$

$$\ln(K_0/K_k) = Sp \int \frac{dA}{A} \int N_0 Q_{Ak}(t, t) dt, \quad (2.2.10)$$

$$N_0 Q_{Ak}(t, v) N_0 + A \int R_{k0}(t, u) Q_{Ak}(u, v) N_0 du = A R_{k0}(t, v). \quad (2.2.11)$$

Пользуясь рекомендациями [4], ищем матрицу $Q_k(t, u)$ в виде

$$Q_k(t, u) = N_0^{-1} [I \delta(t - u) - Q_{k0}(t, u)], \quad (2.2.12)$$

В этом случае равенство (2.9) преобразуется следующим образом:

$$\int R_{k0}(t, u) N_0^{-1} Q_{k0}(u, v) du + Q_{k0}(t, v) = R_{k0}(t, v) N_0^{-1}. \quad (2.2.13)$$

Сравнение (2.2.11) с (2.2.13) показывает, что матрица $Q_{k0}(t, u)$ может быть найдена путем решения (2.2.11) при $A = 1$, т.е.

$$Q_{k0}(t, u) = N_0 Q_{Ak}(t, u) |_{A=1}. \quad (2.2.14)$$

Подставляя (2.2.8) в (2.2.1), получим:

$$I_k[\bar{U}(t)] = 0,5 \left\{ \iint [\bar{U}^*(t) - \bar{U}_{k\sigma}^*(t)] N_0^{-1} Q_{k0}(t, u) [\bar{U}(u) - \bar{U}_{k\sigma}(u)] dt du - \right. \\ \left. - \int \bar{U}_{k\sigma}^*(t) N_0^{-1} \bar{U}_{k\sigma}(t) dt + 2 \operatorname{Re} \left[\int \bar{U}_{k\sigma}^*(t) N_0^{-1} \bar{U}(t) dt \right] - \ln(K_0/K_k) \right\} \quad (2.2.15)$$

Последнее выражение позволяет представить один из возможных вариантов структуры устройства формирования логарифма отношения правдоподобия для k -й гипотезы (рис. 2.2). Из (2.2.15) и рис. 2.2 следует, что основу устройства формирования $I_k[\bar{U}(t)]$ составляют два корреляционных канала. В одном из них вычисляется корреляция принимаемой реализации вектора $\bar{U}(t)$, нормированного к мощности шумов, с вектором ожидаемого сигнала, порожденного «блестящими точками» k -й цели $\bar{U}_{k\sigma}(t)$. Во втором канале разностный сигнал $\bar{U}(t) - \bar{U}_{k\sigma}(t)$ коррелируется с вектором

$$\int Q_{k0}(t, u) [\bar{U}(u) - \bar{U}_{k\sigma}(u)] du,$$

который представляет собой оценку диффузионной составляющей принимаемого сигнала в предположении о наблюдении k -й цели.

Дальнейшая конкретизация алгоритма формирования логарифма отношения правдоподобия и структуры реализующего его устройства возможна лишь при определении матриц $Q_{Ak}(t, u)$ и $Q_{k0}(t, u)$, для чего необходимо решить уравнение (2.2.11). Прежде всего выясним вид корреляционной функции $R_{k0}(t, u)$. Используя (2.2.14) и (2.2.3), получим:

$$R_{k0}(t, u) = \langle 0,5 \bar{U}_{k\sigma}(t) + \bar{U}_{k\sigma}^*(u) \rangle = \\ = \int_{\Omega_k} U_k G(\bar{x}, t) S(\bar{x}, t) E(\bar{x}, t) \sum_{k0}(\bar{x}) E^*(\bar{x}, t) S^*(\bar{x}, t) G(\bar{x}, t) U_k d\bar{x} \quad (2.2.16)$$

Воспользовавшись широко известным приемом [5], будем искать $Q_{Ak}(t, u)$ в виде, аналогичном (2.2.16):

$$Q_{Ak}(t, u) = \iint_{\Omega_k} N_0^{-1} U_k G(\bar{x}, t) S(\bar{x}, t) E(\bar{x}, t) H_{Ak}(\bar{x}, \bar{y}) * \\ * E^*(\bar{y}, u) S^*(\bar{y}, u) G^*(\bar{y}, u) U_k N_0^{-1} d\bar{x} d\bar{y} \quad (2.2.17)$$

После подстановки (2.2.16, 2.2.17) уравнение (2.2.11) может быть представлено в виде

$$H_{Ak}(\bar{x}, \bar{y}) + A \sum_{k0} (\bar{x}) U_k N_0^{-1} U_k \int \Psi^0(\bar{x}, \bar{z}) H_{Ak}(\bar{x}, \bar{z}) d\bar{z} =$$

$$= A \sum_{k0} (\bar{x}) \delta(\bar{x} - \bar{y}) \quad (2.2.18)$$

где введена матрица ($p \times p$)

$$\Psi^0(\bar{x}, \bar{z}) = \int E^*(\bar{x}, u) S^*(\bar{x}, u) G^*(\bar{x}, u) G(\bar{z}, u) S(\bar{z}, u) E(\bar{z}, u) du. \quad (2.2.19)$$

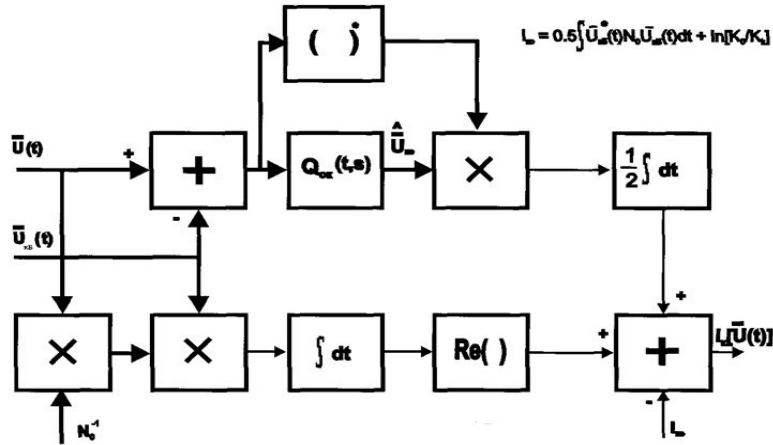


Рис. 2.2. Вариант структурной схемы устройства формирования логарифма отношения правдоподобия

Подстановка (2.2.17) в (2.2.15) дает следующий результат:

$$I_k[\bar{U}(t)] = 0,5 \left\{ \iint_{\Omega_k} [\bar{F}^*(\bar{x}) - \bar{F}_{k\sigma}^*(\bar{x})] N_0^{-1} U_k H_{k0}(\bar{x}, \bar{y}) U_k N_0^{-1} \right.$$

$$\left. [\bar{F}^*(\bar{y}) - \bar{F}_{k\sigma}^*(\bar{y})] d\bar{x} d\bar{y} + 2 \operatorname{Re} \left[\int \bar{U}_{k\sigma}^*(t) N_0^{-1} \bar{U}(t) dt \right] - \right.$$

$$\left. - \int \bar{U}_{k\sigma}^*(t) N_0^{-1} \bar{U}_{k\sigma}(t) dt - \ln(K_0/K_k) \right\}; \quad (2.2.20)$$

$$H_{k0}(\bar{x}, \bar{y}) = H_{Ak}(\bar{x}, \bar{y})|_{A=1}; \quad (2.2.21)$$

$$ESG(\bar{x}, u) = E(\bar{x}, u) S(\bar{x}, u) G(\bar{x}, u). \quad (2.2.23)$$

Используя (2.2.15), преобразуем второе и третье слагаемые в фигурных скобках (2.2.20). В результате получим:

$$I_k[\bar{U}(t)] = 0,5 \left\{ \iint_{\Omega_k} [\bar{F}^*(\bar{x}) - \bar{F}_{k\sigma}^*(\bar{x})] N_0^{-1} U_k H_{k0}(\bar{x}, \bar{y}) U_k N_0^{-1} \right.$$

$$\left. \mathcal{C}[\bar{F}(\bar{y}) - \bar{F}_{k\sigma}(\bar{y})] d\bar{x} d\bar{y} + 2 \operatorname{Re} \left[\int \bar{f}_{k\sigma}^*(\bar{x}) U_k N_0^{-1} \bar{F}(\bar{x}) d\bar{x} \right] \right\}. \quad (2.2.24)$$

Кратко рассмотрим смысл введенных функций $\Psi^0(\bar{x}, \bar{z})$, $\bar{F}(\bar{x})$ и $\bar{F}_{k\sigma}(\bar{x})$.

Поскольку произведение

$$U_{kp} G_p(\bar{x}, t) S_p(\bar{x}, t) E_p(\bar{x}, t)$$

представляет собой траекторный сигнал, принимаемый p -й РЛС от точечной цели с координатой \bar{x} , то диагональные элементы матрицы $\Psi^0(\bar{x}, \bar{z})$ следует трактовать как нормированные к U_{kp}^2 функции неопределенности траекторного сигнала соответствующих РЛС.

Рассмотрим p -ю компоненту вектора $\bar{F}(\bar{x})$. При отсутствии шума с учетом (2.2.6) имеем:

$$\bar{F}_p(x) = U_{kp} \int_{\Omega_k} \Psi_p^0(\bar{x}, \bar{z}) f_k^p(\bar{z}) d\bar{z}. \quad (2.2.25)$$

Как следует из полученного выражения, при отсутствии аддитивных шумов функция $\bar{F}_p(\bar{x})$ с точностью, зависящей только от функции неопределенности $\Psi_p^0(\bar{x}, \bar{z})$ траекторного сигнала для p -й РЛС, восстанавливает функцию отражения наблюдаемой цели. Функцию $\bar{F}_p(\bar{x})$ будем называть комплексным радиолокационным изображением объекта наблюдения, получаемым по данным p -й РЛС. Компоненты вектора $\bar{F}_{k\sigma}(\bar{x})$ следует рассматривать как изображения, порожденные только совокупностью «блестящих точек» цели k -го класса без учета шумов и диффузионной составляющей: отраженного сигнала.

Полученные выражения (2.2.22–2.2.24) дают возможность представить структуру устройства формирования логарифма отношения правдоподобия в виде, отличном от ранее описанного (см. рис. 2.3.). При этом вся обработка может быть разделена на два этапа. На первом этапе вектор принимаемых сигналов $\bar{U}(t)$ преобразуется в вектор комплексных РЛИ наблюдаемой цели. Поскольку матрицы, используемые для этого преобразования, являются диагональными, перекрестные связи между РЛС системы на этом этапе отсутствуют. На втором этапе элементы вектора комплексных РЛИ нормируются к спектральным плотностям аддитивных шумов и обрабатываются в соответствии с алгоритмом (2.2.24).

Для выяснения физического смысла интеграла

$$\int H_{k0}(\bar{x}, \bar{y}) U_k N_0^{-1} [\bar{F}(\bar{y}) - \bar{F}_{k\sigma}(\bar{y})] d\bar{y}$$

умножим его слева на

$$U_k G(\bar{x}, t) S(\bar{x}, t) E(\bar{x}, t)$$

и проинтегрируем результат по \bar{x} . Учитывая (2.2.14) и (2.2.17), получим:

$$\begin{aligned} & U_k G(\bar{x}, t) S(\bar{x}, t) E(\bar{x}, t) \int H_{k0}(\bar{x}, \bar{y}) U_k N_0^{-1} [\bar{F}(\bar{y}) - \bar{F}_{k\sigma}(\bar{y})] d\bar{y} = \\ & = \int Q_{k0}(t, u) [\bar{U}(u) - \bar{U}_{k\sigma}(u)] du. \end{aligned} \quad (2.2.26)$$

Как уже отмечалось, правая часть (2.2.26) представляет собой оценку диффузионной составляющей принимаемого сигнала в предположении о наблюдении k -й цели. Используя (2.2.14), представим эту оценку в виде:

$$U_{k0}^{\epsilon}(t) = U_k \int G(\bar{x}, t) S(\bar{x}, t) E(\bar{x}, t) f_{k\sigma}^{\epsilon}(\bar{x}) d\bar{x} \quad (2.2.27)$$

составляющей функции отражения k -й цели по координатам. Сравнение (2.2.26) и (2.2.27) приводит к следующему результату:

$$\int H_{k0}(\bar{x}, \bar{y}) U_k N_0^{-1} [\bar{F}(\bar{y}) - \bar{F}_{k\sigma}(\bar{y})] d\bar{y} = f_{k\sigma}^{\epsilon}(\bar{x}). \quad (2.2.28)$$

Таким образом, рассматриваемый интеграл дает оценку диффузионной составляющей функции отражения наблюдаемой цели в предположении о принадлежности ее к k -й гипотезе.

Выполненный синтез показывает, что в случае отсутствия флуктуации сигналов, отраженных «блестящими точками», для вычисления логарифмов отношения правдоподобия, наряду с принимаемыми реализациями сигнала могут и должны быть использованы комплексные РЛИ наблюдаемых целей. При этом обработка изображения заключается в вычислении корреляций его с детерминированной функцией отражения «блестящих точек» k -й цели $\hat{f}_{k\sigma}(\bar{x})$ и оценкой диффузионной составляющей $\bar{f}_p(\bar{x})$.

Реализация подобной системы представляется чрезвычайно сложной, в первую очередь, из-за очень высоких требований к качеству и объему априорных сведений.

Для реализации оптимальной обработки требуется знание числа, координат на поверхности цели и значений ЭПР каждой «блестящей точки», входящей в радиолокационный портрет ПРЦ, при всех значениях ракурса его наблюдения, параметрах качки, рыскания, взаимного расположения и характеристик взаимного перемещения цели и космического аппарата. Названная информация должна быть известна для каждой РЛС, входящей в состав комплекса наблюдения.

Для каждой ПРЦ необходимо знание распределения диффузионной составляющей отражений по координатам его поверхности при всех перечисленных выше условиях.

Получение подобной информации принципиально недостижимо в обозримом будущем, что ставит на повестку дня разработку алгоритмов обработки в максимальной мере сочетающих теоретическую базу оптимального синтеза, приведенного выше, с теми априорными данными, которыми уже располагает разработчик системы классификации и которые могут быть получены в результате обозримых в будущем экспериментов, опытной и рабочей эксплуатации средств классификации целей.

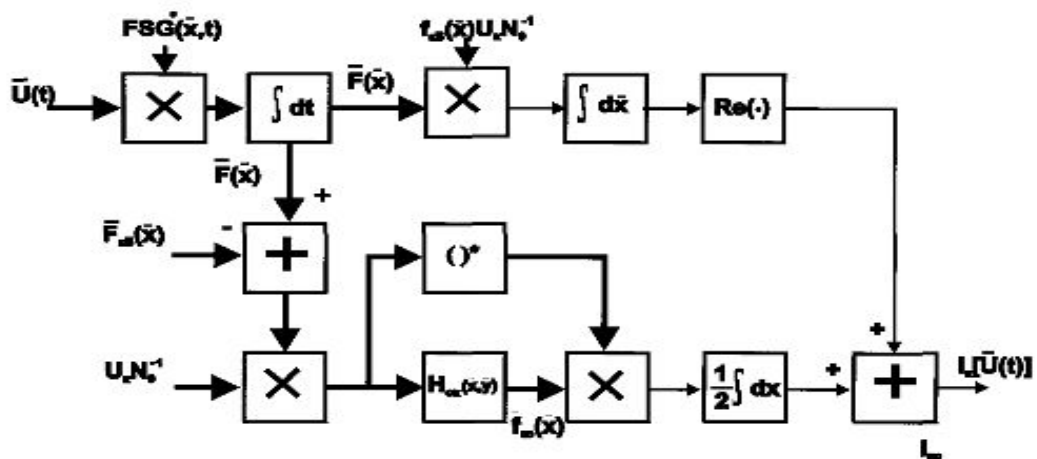


Рис. 2.3. Вариант структурной схемы устройства формирования логарифма отношения правдоподобия

К устойчивым и достоверным сведениям о различиях распознаваемых пространственно-распределённых целей могут быть отнесены:

- а) данные о различиях в размерах (длине и ширине);
- б) данные о различиях в интегральной (общей) ЭПР.

Индивидуальные отличия по характеристикам отражения для отдельных целей, как правило, имеют очень ограниченный характер - единичные радиолокационные портреты (РП) при незначительном числе параметров наблюдения, что исключает возможность создания сколько-нибудь достоверных статистически усредненных баз данных. В связи с этим рабочий алгоритм классификации должен структурно опираться на названные выше достоверные сведения, быть адаптивным, а именно содержать возможность настройки на пополняющиеся априорные данные и параметры, характеризующие каждую конкретную ситуацию наблюдения (оценки ракурса, направления и скорости перемещения цели и других параметров её движения).

Принимая во внимания высказанные соображения, рабочий алгоритм формирования статистик принятия решения не должен требовать индивидуальных радиолокационных портретов (распределения ЭПР «блестящих точек» и диффузионной составляющей по поверхности цели). Считая распределение ЭПР равномерным, приходим к следующему выражению статистики, которая составляет основу принятия решения по любому статистическому критерию

$$I_k = \int_{\Omega_k(j)} |F(\bar{x})|^2 d\bar{x}, \quad (2.2.29)$$

где подчеркнута зависимость области, занятой целью k -го класса от ракурса его наблюдения φ .

Из последнего выражения, в частности, следует, что основными признаками классификации являются оценки области поверхности, занятой целью, то есть по

существованию оценки его длины и ширины при данном ракурсе, а также оценка интегральной ЭПР отраженного сигнала.

2.3. Квазиоптимальные и эмпирические алгоритмы классификации ПРЦ

В предыдущих разделах описан алгоритм формирования достаточной статистики и получения на её основе признаков классификации ПРЦ при точно известных параметрах, характеризующих взаимное расположение и особенности взаимного перемещения ПРЦ и КА. В реальных условиях с достаточно высокой точностью могут быть известны лишь некоторые из этих параметров, в первую очередь, относящиеся к описанию движения носителя РЛС. Ряд параметров, необходимых для решения задачи распознавания, может быть с достаточной точностью оценен на этапе обнаружения ПРЦ. В частности, в процессе обнаружения могут быть оценены положение центра цели и величина ее радиальной скорости. Вместе с тем, ряд параметров, играющих основную роль для эффективного распознавания (например, ракурс цели и ее угловая скорость вращения), к моменту решения задачи классификации остаются неизвестными.

Объединим параметры, описывающие ракурсы наблюдения цели всеми РЛС системы, в вектор \bar{v} , а из оставшихся параметров выделим вектор известных $\bar{\chi}$ и неизвестных $\bar{\chi}_0$ параметров. При этом оптимальный в смысле максимального правдоподобия алгоритм классификации требует определения логарифмов отношения правдоподобия $I_k[U(t)/\chi_0, \chi, v]$ для всех возможных значений векторов неизвестных параметров и всех классов целей. Процедура нахождения логарифма отношения правдоподобия строится в соответствии с алгоритмом, описанным в разделе 2.1. Основная процедура такого алгоритма заключается в формировании радиолокационного изображения наблюдаемого объекта в системе координат, связанной с геометрическими осями цели, для всех возможных сочетаний параметров χ и v в соответствии с выражением

$$F(\bar{x}/\bar{\chi}, \bar{\chi}_0\bar{v}) = \int E^*(\bar{x}, t/\bar{\chi}, \bar{\chi}_0\bar{v}) S^*(\bar{x}, t/\bar{\chi}, \bar{\chi}_0\bar{v}) G(\bar{x}, t/\bar{\chi}, \bar{\chi}_0\bar{v}) \bar{U}(t) dt \quad (2.3.1)$$

На этапе получения РЛИ знание вектора ракурсов необходимо для задания ориентации осей вспомогательной системы $Ox_{\text{всп}}$ в пространстве. Этот факт позволяет использовать для распознавания изображения, построенные в предположении о совпадении ориентации осей вспомогательной и основной систем координат. Учет истинного положения осей ПРЦ может быть выполнен при формировании статистики $I_k[\bar{U}(t)/\chi_0, \chi, v]$.

Практическая реализация оптимальных и близких к ним алгоритмов наталкивается на многочисленные трудности, связанные, в первую очередь, с отсутствием необходимой априорной информации о характеристиках отражающих свойств наблюдаемых объектов, характеристиках их движения относительно координатной системы, связанной с ПРЦ. Действительно, оптимальные алгоритмы требуют знания распределения «блестящих точек» (центров отражения) по координатам поверхности корабля при всех возможных на практике условиях наблюдения (изменяющиеся ракурсы, угловые скорости вращения относительно осей ПРЦ, индивидуальные особенности постройки ПРЦ).

Названные соображения вызывают повышенный интерес к поиску более простых и одновременно достаточно эффективных способов классификации ПРЦ. При этом, по-прежнему, определяющим является выбор классификационных признаков, поскольку выбор решающих правил существенно зависит от номенклатуры и свойств этих признаков.

Выше показано, что в рамках типовых ограничений, связанных с априорной неопределённостью о большинстве параметров движения ПРЦ, в качестве вектора признаков целесообразно выбирать вектор следующего вида:

$$l_k = \int_{\Omega_k(\varphi)} |F(\bar{x})|^2 d\bar{x},$$

где k меняется от 1 до числа классов M .

Дальнейшее упрощение может быть связано с отказом от использования вектора признаков, размерность которого равна числу распознаваемых классов, и переходом к скалярной величине, равной суммарной ЭПР РЛИ, полученной интегрированием по области изображения, в пределах которой отсчеты РЛИ превышают некоторый порог F , устанавливаемый, например, адаптивно по величине оцененной ЭПР подстилающей поверхности, «не занятой» целью.

Указанный признак может быть получен в соответствии с выражением

$$V^p = \int |F_{pH}(\bar{x})|^2 1[|F_{pH}(\bar{x})| - F_{0p}] d\bar{x}; \quad (2.3.2)$$

$$|F_{pH}(x)|^2 = \frac{|F_{pH}(x)|^2}{N_{0p}} \quad (2.3.3)$$

– нормированное к величине ЭПР водной поверхности и шума РЛИ наблюдаемой цели;
 $1[\cdot]$ – функция Хевисайда.

Признак V^p может быть условно назван «объемом РЛИ». Ещё более простой признак формируется из «объема» при замене квадратов модуля РЛИ единицами.

Такой признак по существу представляет собой оценку площади РЛИ ПРЦ при заданном пороге F :

$$S^p = \int \left[1 - \left| F_{pH}(\bar{x}) - F_{0p} \right| \right] dx. \quad (2.3.4)$$

Для целей, отношение длины которых к ширине примерно одинаково, вместо площади РЛИ может быть использована оценка длины ПРЦ, определяемая по формуле

$$D^p = \sqrt{(L_R^p)^2 + (L_H^p)^2}, \quad (2.3.5)$$

где L_R^p и L_H^p – длины РЛИ, формируемого p -й РЛС, по дальности и азимуту.

Очевидно, что каждая из величин, входящая в (2.3.5) может рассматриваться как признак, используемый для классификации.

Описанные признаки V^p , S^p , D^p , L_R^p , L_H^p , называются в дальнейшем геометрическими. При их использовании решение в общем случае выносится по данным всех P РЛС. Такой способ принятия решения отрицательно сказывается на автономности функционирования каждой отдельной радиолокационной станции. Поэтому при независимости входящих в систему станций целесообразно выносить частное решение каждой отдельной РЛС с последующим объединением решений методами «голосования» [6].

Рассмотрим другую группу признаков. Отказываясь от детальной обработки РЛИ (в связи с упомянутым выше отсутствием достаточных априорных сведений), сохраним в качестве основной исходной информации РЛИ наблюдаемой цели в виде квадрата модуля комплексного изображения: $|\bar{F}_p(\bar{x})/\bar{\chi}_0, \bar{\chi}|$. Один из путей построения системы признаков в этом случае заключается в использовании собственно отсчетов формируемого РЛИ. Для сокращения размерности вектора признаков можно воспользоваться различными функционалами, построенными на пространстве признаков, в частности, моментами РЛИ, которые были предложены для модели зрительного восприятия человека в 60-х годах [3]. Вычисление начального момента $r+q$ -го порядка осуществляется в соответствии с выражением

$$m_{rq}^p = \iint x^r y^q \left| F_p(x, y) \right|^2 dx dy, \quad (2.3.6)$$

где x и y – координаты РЛИ.

Моменты (2.3.6) представляют собой не что иное, как коэффициенты в разложении спектральной плотности РЛИ в ряд Тейлора. Отсюда следует, что выбор достаточного числа моментов позволяет описать РЛИ с любой наперед заданной точностью. В то же время наиболее существенными и информативными являются моменты относительно невысоких порядков, что позволяет существенно сократить

размерность вектора признаков по сравнению с исходным числом отсчетов формируемого РЛИ.

Использование моментов в качестве признаков привлекательно еще и из тех соображений, что на их основе могут быть построены инварианты к аффинным преобразованиям (сдвиг, поворот и изменение масштаба). Следует, однако, иметь в виду, что создание инвариантов ко всем видам возможных искажений РЛИ принципиально не представляется возможным [7], поскольку при изменении ракурса наблюдения, например, меняется содержание РЛИ, а не его геометрические характеристики.

Поскольку изображение ПРЦ в общем случае сдвинуто относительно центра кадра, представляется целесообразным использовать центральные моменты РЛИ, инвариантные к этому типу искажений:

$$\mu_{rq}^p = \iint \{x - x_0^p\}^r \{y - y_0^p\}^q |F_p(x, y)|^2 dx dy; \quad (2.3.7)$$

где $x_0^p = \frac{m_{10}^p}{m_{00}^p}$, $y_0^p = \frac{m_{01}^p}{m_{00}^p}$, – координаты центра тяжести РЛИ.

Следует отметить, что при наблюдении цели в разное время даже при одинаковом ракурсе ее РЛИ могут отличаться на постоянный множитель

$$F_p(x, y, /t_1) = C \times F_p(x, y, /t_2). \quad (2.3.8)$$

Источниками названных искажений могут быть: неравномерность ДН антенны РЛС по дальности и изменение коэффициента усиления приемника РЛС во времени за счет АРУ по шумам, регулирующей усиление в зависимости от метеоусловий в районе наблюдения. Для устранения искажений 2.3.(8) следует воспользоваться нормированными центральными моментами:

$$M_{rq}^p = \frac{\mu_{rq}^p}{\mu_{00}^p}. \quad (2.3.9)$$

Для уменьшения влияния шумов на формирование признаков, основанных на вычислении моментов, интегрирование в (2.3.7) следует проводить в пределах области, где модуль РЛИ превышает заранее установленный порог F_{0p} , т.е.

$$\mu_{p\theta}^\pi = \iint \{\xi - \xi_0^\pi\}^p \{\Psi - \Psi_0^\pi\}^\theta |\Phi_{\pi H}(\xi, \Psi)|^2 |1[|\Phi_{\pi H}(\xi, \Psi)| - \Phi_{0\pi}]| \delta\xi \delta\Psi. \quad (2.3.10)$$

Обратим внимание на тот факт, что при $r = q = 0$ (2.3.2) и (2.3.10) совпадают, т.е.

$$\mu_{00}^p = V^p. \quad (2.3.11)$$

Рассмотрим теперь правила вынесения решений, которые могут использоваться для принятия решения о типе наблюдаемого ПРЦ по геометрическим признакам и признакам, основанным на вычислении моментов. Надо сказать, что геометрические

признаки требуют для их использования минимальной априорной информации, и в связи с этим являются весьма «грубыми». Любой из этих признаков ставит в соответствие сложному объекту, каким является ПРЦ, одно число, в той или иной степени отражающее размеры цели и ее суммарную ЭПР. Поскольку эффективная поверхность цели существенно зависит от ракурса, а размеры РЛИ определяются как величиной порога, так и условиями наблюдения, в частности, состоянием морской поверхности и, как следствие, уровнем порога, применение геометрических признаков особенно целесообразно при наблюдении группы ПРЦ под одним ракурсом. Таким требованиям удовлетворяет случай слежения за ордером ПРЦ при его движении в одном направлении.

Для каждого ПРЦ из наблюдаемого ордера формируется РЛИ, на основе которого определяется значение одного из геометрических признаков. Для примера будем считать, что этот признак – «объем РЛИ» – V^p . В результате получим вектор

$$V^p = \{V_1^p, V_2^p, \dots, V_{N_{gp}}^p\}$$

где N_{gp} – число целей в группе – ордере. Среди компонентов этого вектора определяются наименьшее V_{min}^p и наибольшее V_{max}^p значения, которые используются для вычисления двух адаптивных порогов – нижнего

$$V_H^p = V_{min}^p + \alpha_H \{V_{max}^p - V_{min}^p\}$$

и верхнего

$$V_B^p = V_{max}^p - \alpha_B \{V_{max}^p - V_{min}^p\},$$

где α_B и α_H – положительные константы.

Решение о принадлежности i -й цели ордера к одному из трех возможных классов выносится путем сравнения V_i^p с порогами V_H^p и V_B^p .

Если $V_i^p > V_B^p$, то цель относится к классу «больших». При $V_i^p < V_B^p$ наблюдаемая цель относится к классу «малых». Остальные ПРЦ относятся к «среднему» классу.

Моменты РЛИ описывают изображение цели значительно более подробно, поэтому они могут быть использованы для распознавания ПРЦ не только в составе ордера но и по одиночным РЛИ. Решение в этом случае может быть вынесено по сформированному вектору признаков различными способами, пять из которых описаны ниже. Приведенные правила являются наиболее употребительными [8], причем выбор конкретного правила должен производиться в процессе анализа алгоритмов классификации.

Правило 1. Предполагая вектор признаков \bar{X} гауссовским с вектором средних значений M и ковариационной матрицей H (k – номер класса целей), запишем правило решения по максимуму правдоподобия

$$\hat{k} = \arg \min_k \left\{ (\bar{X} - \bar{M}_k^*)^m (R_k^*)^{-1} (\bar{X} - \bar{M}_k^*) + \ln[\det(R_k^*)] \right\} \quad (2.3.12)$$

Правило 2. Это правило отличается от предыдущего тем, что при вычислении квадратичной формы и определителя в (2.3.12) учитываются только диагональные члены ковариационной матрицы R_k^*

$$\hat{k} = \arg \min_k \left\{ \sum_i \frac{(X_i - M_{ki}^*)^2}{\sigma_{ki}^{*2}} + 2 \ln(\sigma_{ki}^*) \right\}, \quad (2.3.13)$$

где X_i, M_{ki}^* – i -е компоненты вектора признаков и средних значений, соответствующие k -й цели; σ_{ki}^* – дисперсия i -го компонента вектора признаков для цели k -го класса.

Правило 3 опирается на метод k ближайших соседей, суть которого состоит в следующем. В пространстве признаков вычисляется расстояние от точки, задаваемой вектором X , до каждой из точек классифицированной обучающей выборки. Все точки обучающей выборки ранжируются по возрастанию вычисленного расстояния. Вслед за этим выбираются k первых членов ранжированной последовательности (ближайшие соседи) и подсчитывается число соседей, относящихся к каждому из классов. Решение выносится в пользу того класса, к которому относится наибольшее число «ближайших соседей».

Правило 4. В соответствии с этим правилом решение принимается по минимуму эвклидова расстояния в пространстве признаков от точки, заданной вектором X , до точек, определяемых векторами средних значений для каждой цели. При этом решение выбирается в соответствии с алгоритмом

$$\hat{k} = \arg \min \left\{ \sum_i (X_i - M_{ki}^*)^2 \right\}, \quad (2.3.14)$$

который является частным случаем правила 2 при $(\sigma_{ki}^*)^2 = 1$.

Правило 5. Предусматривает минимизацию среднего расстояния от точки, заданной вектором X до точек обучающей выборки i -го класса. Усреднение производится по всем обучающим выборкам

$$\hat{k} = \arg \min \left\{ \sum_j \sqrt{\sum_i (X_i - X_{ik}^j)^2} \right\}, \quad (2.3.15)$$

где X_{ik}^j – значение i -й компоненты вектора признаков, полученного в j -й реализации обучающей выборки k -го класса.

Следует отметить, что названные правила не исчерпывают всего многообразия возможных способов вынесения решения. Выбор конкретного правила существенным образом зависит от технических возможностей проектируемой системы классификации.

Как правило, статистические характеристики признаков априори неизвестны, поэтому в алгоритмах (2.3.12) – (2.3.15) обычно используются оценки векторов средних значений и ковариационных матриц по обучающим выборкам для каждого из распознаваемых классов.

2.4. Адаптивный алгоритм классификации пространственно-распределённых целей по данным радиолокатора с синтезированной апертурой

Рассмотрим ситуацию, когда необходимо принимать решение о принадлежности объекта к одному из трех классов (большой, маленький, средний). В общем случае принципиально возможно разделение объектов на большее число классов. Однако, как методология построения алгоритмов классификации, так и их содержание при увеличении числа классов останутся качественно неизменными, если не считать естественных количественных отличий.

Решение задачи распознавания ПРЦ усложняется в связи с наличием амплитудных флуктуаций наблюдаемого радиолокационного портрета ПРЦ, зависимостью его параметров от условий наблюдения: ракурса, отношения сигнал/шум, состояния подстилающей поверхности, определяющей ее удельную ЭПР и уровень АРУ сигнала, а также угловых скоростей перемещения цели. Вращательное движение цели с априорно неизвестными скоростями вызывает сложные искажения его РЛИ, проявляющиеся в сжатии (растяжении) его изображения вдоль путевой дальности, в кажущемся изменении ракурса цели и взаимного расположения отдельных блестящих точек.

Указанные особенности задачи приводят к тому, что алгоритмы классификации должны базироваться на процедуре адаптивного обучения, в процессе которой формируются эталоны классов объектов и зависимости их характеристик от различных параметров, прежде всего от ракурса.

Для получения и обоснования алгоритмов обработки радиолокационных изображений с целью выделения классификационных признаков и алгоритмов собственно классификации кораблей приведем краткий вывод оптимального алгоритма с тем, чтобы путем аргументированных его упрощений обосновать методологию получения рабочих алгоритмов для классификации.

Решение этой проблемы в общем виде произведем при следующих предположениях:

1. РСА перемещается по прямолинейной траектории, использует импульсный широкополосный зондирующий сигнал, причем отсчеты РЛИ различных каналов дальности могут считаться статистически независимыми. В связи с этим все дальнейшие рассуждения проводятся для одного канала дальности. Обобщение алгоритма на все РЛИ производится естественным образом на заключительном этапе вывода алгоритма классификации.

2. Весь участок поверхности, попадающий в один канал дальности, разбит на отдельные элементарные участки, состоящие, в свою очередь, из большого числа элементарных отражателей. Каждый элементарный участок определяется своей координатой d_i ($i = \overline{1, n}$; n – число таких участков) по отношению к центру всей наблюдаемой поверхности. Сигнал, отраженный от такого участка, представляет собой нормальный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma_m^2(d_i)$, которая зависит от целого ряда параметров, в первую очередь, от типа объекта и индивидуальных особенностей его архитектуры, дальности и ракурса его наблюдения и т.п. При обозначении мощности отраженного сигнала сохранен индекс "m", характеризующий ее зависимость от номера класса объекта.

3. Сигналы, отраженные различными элементарными участками поверхности, созданы физически различными отражателями и поэтому с достаточным основанием могут считаться статистически независимыми.

4. В качестве достаточной статистики, являющейся методологической основой, как выбора признаков, так и алгоритма принятия решения, будет использовано отношение правдоподобия для гипотез о классе объектов.

С учетом принятых предположений комплексная амплитуда сигнала, принимаемого в n -й точке траектории от i -го элементарного участка поверхности цели и/или близлежащей точки подстилающей поверхности с координатой x_i может быть записана в следующем виде:

$$U_l = \sum_{i=1}^N f_n^k(x_i) \exp(-j\varpi_0 \tau_n(x_i)) + N_n, \quad (2.4.1)$$

где ϖ_0 – несущая частота, $\tau_n(x_i)$ – запаздывание сигнала, принимаемого в n -й точке траектории от i -го элементарного участка наблюдаемой поверхности; $f_n^k(x_i)$ – комплексная амплитуда сигнала, формируемого i -м элементарным участком

поверхности объекта k -го класса в n -й точке приема, N_n – комплексная амплитуда n -го отсчёта шума. Комплексная амплитуда представляет собой выборочное значение нормальной случайной величины, имеющей следующие статистические характеристики:

$$M\{f_n^k(x_i)\} = 0, \quad (2.4.2)$$

$$M\{f_n^k(x_i)f_n^k(x_j)\} = \sigma_k^2(x_i)\delta_{ij}, \quad (2.4.3)$$

где δ_{ij} – символ Кронеккера.

Обозначая расстояние до центра наблюдаемого участка поверхности R_H , запишем величину запаздывания отраженного сигнала от i -го элементарного участка до n -й точки траектории:

$$\tau_n(x_i) = \frac{2}{C} \sqrt{R_H^2 + (r_n - x_i)^2} \approx \frac{2R_H}{C} \left[1 + \frac{(r_n - x_i)^2}{2R_H^2} \right], \quad (2.4.4)$$

где C – скорость света, r_n – координата n -й точки приема отраженного сигнала.

Обобщая высказанные предположения, сформируем вектор наблюдаемых данных на выходе приемника локатора:

$$U = \beta f^k + N_{ш}, \quad (2.4.5)$$

где $\beta = (S(x_1), \dots, S(x_n))$ – матрица $(N_E * n)$, состоящая из векторов:

$$S(x_i) = \|S(x_i^n)\| = \left\| \exp \left(j \frac{2\pi}{\lambda R_H} r_n^2 - j \frac{4\pi}{\lambda R_H} x_i r_n \right) \right\|, \quad (2.4.6)$$

задающих фазовое распределение сигнала, отраженного от i -го элемента поверхности, по точкам синтезируемой апертуры, имеющим координаты r_n ($n = \overline{1, N_E}$; N_E – число принимаемых импульсов); $f^k = \|f_i^k\| = \|f_n^k(x_i)\|$ – вектор комплексных амплитуд, размерность которого определяется числом отражающих элементарных участков поверхности; $N_{ш}$ – вектор отсчетов шума, имеющего следующие статистические характеристики: $M\{N_{ш}\} = 0$ $0.5M\{N_{ш}N_{ш}^{*T}\} = R_{ш} = \sigma_{ш}^2 E$. где E – единичная матрица, а $\sigma_{ш}^2$ – дисперсия шума.

Для решения задачи классификации по какому-либо из статистических критериев: минимума среднего риска, максимума апостериорной плотности или максимального правдоподобия (этот критерий в дальнейшем будет принят в качестве основного) – необходимо записать отношение правдоподобия:

$$\Delta_k = \frac{p(U / \text{сигнал от цели } k\text{-го класса} + \text{шум})}{P(U / \text{шум})} \quad (2.4.7)$$

где $P[U/.]$ – условная плотность вероятности наблюдения вектора U при наличии поверхности k -го класса и шума или только шума. Считая вектор U гауссовским с нулевым математическим ожиданием, что соответствует предыдущим рассуждениям, запишем отношение правдоподобия:

$$\Lambda_k = \frac{1}{|E + \beta Q_k \beta^{*T}|} \exp(-0.5 U^{*T} [R_{\text{ш}}^{-1} - R_{\text{ш}k}^{-1}] U), \quad (2.4.8)$$

$$\text{где } R_{\text{ш}k} = \beta Q_k \beta^{*T} + R_{\text{ш}}, \quad (2.4.9)$$

$$Q_k = \begin{pmatrix} \sigma_{1k}^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_{nk}^2 \end{pmatrix}$$

- матрица мощностей сигналов от каждого из n элементарных участков, входящих в анализируемую поверхность k -го класса.

Учитывая специальный вид матрицы (2.4.9) и используя равенство Вудбери, запишем логарифм отношения правдоподобия в следующем виде:

$$l_k = \ln \Lambda_k = 0.5 U^{*T} R_{\text{ш}}^{-1} \beta [E + Q_k \beta^{*T} R_{\text{ш}}^{-1} \beta]^{-1} Q_k \beta^{*T} R_{\text{ш}}^{-1} U - Sp \ln(E + \beta Q_k \beta^{*T}), \quad (2.4.10)$$

Здесь

$$Q_k = \begin{pmatrix} \sigma_{1k}^2 / \sigma_{\text{ш}}^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_{nk}^2 / \sigma_{\text{ш}}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_{1k} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & q_{nk} \end{pmatrix} \quad (2.4.11)$$

- диагональная матрица отношений мощностей сигналов от каждого i -го элементарного участка к мощности шума в одном импульсе.

Вводя новый вектор

$$F = \|F_i\| = \frac{1}{\sigma_{\text{ш}}} \beta^{*T} R_{\text{ш}}^{-1} U = \left\| \frac{1}{\sigma_{\text{ш}}} \sum_{n=1}^{N_H} U_n \exp \left(-j \frac{2\pi}{\lambda R_H} r_n^2 + j \frac{4\pi}{\lambda R_H} r_n x_i \right) \right\|, \quad (2.4.12)$$

компоненты которого представляют собой отсчеты комплексных амплитуд РЛИ, для достаточной статистики (логарифма отношения правдоподобия) получаем выражение:

$$l_k = \ln \Lambda_k = 0.5 F^{*T} (E + Q_k \beta^{*T} \beta)^{-1} Q_k F - Sp \ln(E + \beta Q_k \beta^{*T}). \quad (2.4.13)$$

Считая размер элементарного участка поверхности равным размеру элемента разрешения по азимуту и пренебрегая влиянием соседних участков ($\beta^{*T} \beta \approx N_H E$), получаем выражение достаточной статистики:

$$l_k = \sum_{i=1}^N \frac{q_{ik}}{1+q_{ik}} \frac{|F_i|^2}{2} - \sum_{i=1}^N \ln(1+q_{ik}), \quad (2.4.14)$$

где q_{ik} ($i=1,...,N; k=1,...,M$) – отношение сигнал/шум в i -м элементе разрешения после когерентного накопления N отсчетов, M – число классов.

При известных априори «радиолокационных портретах» (векторах q_{ik}) для каждого из классифицируемых типов поверхностей оптимальный алгоритм классификации состоит в том, чтобы вычислить достаточную статистику для каждого возможного m и выбрать максимальное значение.

$$\hat{k} = \arg \max_k \left\{ - \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{1+q_{ik}} \frac{|F_i|^2}{2} - \ln(1+q_{ik}) \right] \right\}. \quad (2.4.15)$$

К сожалению, подробные «радиолокационные портреты» (РП), как правило, неизвестны практически ни для одной ПРЦ, что приводит к необходимости их оценки на этапе предварительного обучения. Соответственно алгоритм классификации имеет вид:

$$\hat{k} = \arg \min_k \left\{ \sum_{i=1}^N \frac{1}{1+\hat{q}_{ik}} \frac{|F_i|^2}{2} - \hat{C}_k \right\}, \quad (2.4.16)$$

где знак «уголок над символом» обозначает оценку соответствующего параметра на этапе предварительного обучения.

Следует обратить особое внимание на тот факт, что достоверная оценка РП представляет собой очень сложную в организационном и вычислительном плане задачу, в первую очередь, из-за чрезвычайно большого объема факторов, влияющих на вид радиолокационного портрета. К таким факторам можно отнести зависимость РП от условий наблюдения (дальность, ракурс, длина волны, поляризация), погодных и климатических условий, времени суток и времени года, индивидуальных особенностей, конфигурации и электродинамических свойств наблюдаемых объектов. В то же время, очевидно, что в любом случае основой для решения задачи классификации является вектор достаточных статистик

$$l = \|l_k\| = \left\| \sum_{i=1}^N \frac{|F_i|^2}{1+\hat{q}_{ik}} \right\|, \quad (2.4.17)$$

Этот вектор является основой для принятия решения в решающем пространстве, так как константы \hat{C}_m не зависят от наблюдаемых данных. Использование этого

вектора представляет основу для классификации ПРЦ. Его следует применять на практике во все более возрастающей степени по мере создания банка радиолокационных портретов, полученных в разных условиях наблюдения.

Поскольку на этапе эскизного проектирования говорить о наличии представительного банка РП безусловно преждевременно, для синтеза алгоритма классификации приходится использовать те исходные данные о различии объектов, которые не вызывают сомнений и имеют ясное физическое обоснование. Такими робастными признаками, как показано выше, являются размеры и общая ЭПР ПРЦ, в то время как индивидуальные (присущие конкретному кораблю) признаки, содержащиеся в РП ПРЦ, на этом этапе априори не известны. В тех случаях, когда какие-либо надежные сведения о распределении ЭПР по поверхности цели отсутствуют, целесообразно считать такое распределение равномерным с тем, чтобы ориентироваться на худшую ситуацию, ибо наличие индивидуальных особенностей, отличающих один класс от другого, не может, по крайней мере, потенциально ухудшить эффективность распознавания.

В этом случае при формировании весовых коэффициентов β_{mi} не используется информация о «тонкой» структуре РП, но учитываются априорные сведения об отличии классов объектов по размерам и ориентации областей, занимаемых «портретами» ПРЦ на РЛИ. Названные области, в свою очередь, существенно зависят от условий наблюдения, в частности, оценок наклонной дальности и ракурса.

В этом случае компоненты вектора α вычисляются путем суммирования отсчетов РЛИ в пределах области, зависящей, как от номера конкурирующей гипотезы, так и от ракурса наблюдения ПРЦ:

$$l_k = \sum_{\Omega_k(\varphi)} |F_i|^2 \quad (2.4.18)$$

Более подробно алгоритм выглядит следующим образом.

По наблюдаемому РЛИ, предъявленному к классификации, прежде всего, производятся две операции:

- оценка области, занятой элементами цели на изображении, например, путем сравнения отсчетов с порогом, установленным по уровню шума;
- оценка ракурс $\hat{\varphi}$, использующая только те отсчеты РЛИ, которые отнесены к ПРЦ по результатам предыдущей пороговой обработки.

Поскольку размерность вектора равна числу конкурирующих гипотез, при обучении необходимо моделировать T выборочных векторов l_t ($t = \overline{1, T}$) при задании

объектов каждого из M классов, расположенных под ракурсом, величина которого оценивается по наблюдаемому РЛИ

$$l_t^{k0} = \|l_{tk}^{k0}\| = \left\| \sum_{\Omega_k(\varphi)} |F_i|_{tk_0}^2 \right\|, \quad (2.4.19)$$

где $|F_i|_{tk_0}^2$ – i -й отсчет t -й обучающей выборки при условии, что объект относится к классу k_0 . Следует обратить внимание на отличие индексов k и k_0 . Первый из них – координата вектора, а второй – номер объекта, для которой производится моделирование выборочных отсчетов РЛИ $|F_i|_{tk_0}^2$ на этом этапе обучения.

В результате обучения формируются оценки векторов выборочных средних:

$$l^{k0} = \|l_k^{k0}\| = \left\| \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T l_{tk}^{k0} \right\| \quad (2.4.20)$$

и выборочных дисперсий:

$$(\sigma^{k0})^2 = \|(\sigma_k^{k0})^2\| = \left\| \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (l_{tk}^{k0} - l_k^{k0})^2 \right\|. \quad (2.4.21)$$

Принятие решения производится по минимуму расстояния:

$$\hat{k}_0 = \arg \min_{k_0} \sqrt{\sum_{m=1}^M \frac{(l_k - l_k^{k0})^2}{(\sigma_k^{k0})^2}}. \quad (2.4.22)$$

Анализ алгоритмов распознавания ПРЦ, различающихся удельной ЭПР или размерами, приведен методом статистического моделирования в главе 3.

Принятая методология опирается на понятие достаточной статистики, поскольку вектор достаточных статистик является оптимальным набором признаков, позволяющим решить задачу классификации наилучшим образом в рамках критерия минимума среднего риска. В то же время формирование названного вектора наталкивается на практически непреодолимые трудности из-за очень большой априорной неопределённости. В связи с этим целесообразно искать признаки классификации, начиная с вектора достаточных статистик путём его последовательного упрощения путём отказа от тех деталей и тонких особенностей, которые недоступны классификатору в условиях реальной работы.

Отражающие свойства цели моделируются комплексной функцией отражения, имеющей две составляющих. Одна из них описывает диффузионное отражение радиосигналов от поверхности ПРЦ и является непрерывной функцией координат поверхности цели, а вторая составляющая вызвана наличием в конструкции цели центров интенсивного отражения электромагнитных волн, которая хорошо

аппроксимируется совокупностью «блестящих» точек. Диффузионная составляющая предполагается гауссовской с нулевым математическим ожиданием. Значения функций отражения от «блестящих» точек также считаются гауссовскими и независимыми между собой.

Основные результаты раздела заключаются в следующем.

Для заданной модели отражающих свойств ПРЦ на основе байесовского подхода решена задача многоальтернативной проверки гипотез применительно к наблюдению пространственно-распределённых целей системой космических РЛС. При этом предполагалось, что приём осуществляется на фоне аддитивного гауссовского шума и закон движения наблюдаемой цели известен. Получено выражение для элементов вектора достаточных статистик, представляющих собой логарифмы отношений правдоподобия для всех возможных классов целей. Предложена структурная схема устройства, обеспечивающего формирование достаточных статистик.

Показано, что формирование вектора признаков должно осуществляться в два этапа:

1. По данным каждой РЛС, входящей в систему, методом искусственного синтеза апертуры формируется радиолокационное изображение наблюдаемой цели.
2. Вектор полученных РЛИ обрабатывается таким образом, чтобы сформировать вектор достаточных статистик. Формирование достаточной статистики осуществляется с помощью двухканального устройства. В одном канале формируется логарифм отношения правдоподобия для диффузионной составляющей сигнала, отражённого k -й целью, на фоне шума. Второй канал вычисляет логарифм отношения правдоподобия для сигнала, отражённого «блестящими» точками k -й цели, на фоне шума и диффузной отражающей сигнала.

Литература к главе 2

1. Радиолокационные станции обзора Земли / под ред. Г.С. Кондратенкова. М.: Радио и связь, 1983. 271с.
2. Доросинский Л.Г. Классификация радиолокационных изображений / Л.Г.Доросинский // Межд. конф. Теория и техника передачи, приема и обработки информации. /ХТУРЭ. Туапсе 1995. с. 104.
3. Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры антенны / под ред. В.Т.Горяинова. М.: Радио и связь, 1988. 304с.

4. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции: в 3т. / Г. Ван Трис. М.: Сов. радио, 1972. т.1. 744с.
5. Барабаш Ю.Л. Коллективные статистические решения при распознавании / Ю.Л. Барабаш. М.: Радио и связь, 1983. 224с.
6. Растрингин Л.А. Метод коллективного распознавания / Л.А. Растрингин, Р.Х. Эринштейн. М.: Энергоиздат, 1981. 80с.
7. Ху М.К. Оpozнaвание фигур при помощи инвариантных соотношений между моментами / М.К. Ху. ТИИЭР. 1961. N 9. с.95-98.
8. Дуда Р. Распознавание образов и анализ сцен / Р. Дуда, П. Харт; пер с англ. В.Л. Стефанюка. М.: Мир, 1976. 511с.

3. АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ КЛАССИФИКАЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННО-РАСПРЕДЕЛЁННЫХ ЦЕЛЕЙ ПО ДАННЫМ РЛС БО

В данной главе предлагаются методы определения эффективности алгоритмов классификации ПРЦ, основанные на определении вероятностей правильного и ошибочного распознавания классов ПРЦ с помощью аналитических выражений и/или статистического моделирования, которые имеют, как самостоятельное значение при проектировании системы распознавания, так и позволяют аргументировать выбор наиболее важных тактических и технических параметров РСА, например, энергетического потенциала и разрешающей способности, с позиций обеспечения требуемого качества устройства в целом. Проблема анализа эффективности классификации включает решение трех основных задач, а именно:

1. Разработка методики расчета потенциальной точности классификации - получение расчетных выражений для определения вероятностей ошибочных и правильных решений при использовании вектора наблюдаемых данных. Такая методика позволяет оценить предельные характеристики качества, на которые можно рассчитывать, исходя из различий в отраженных сигналах от ПРЦ различных классов (разделы 3.1 и 3.2).

2. Разработка методики расчета вероятностей ошибочных и правильных решений по радиолокационным изображениям ПРЦ, полученным в результате первичной обработки в РСА – на выходе детектора (разделы 3.3 и 3.4).

3. Статистическое моделирование процедуры классификации при использовании квазиоптимальных и эмпирических признаков (разделы 3.5 и 3.6).

3.1. Методика использования граничных соотношений Чернова и Кайлата для оценки эффективности классификации ПРЦ по вектору наблюдаемых данных

Потенциальные возможности решения задачи многоальтернативной проверки гипотез (а именно в таком виде формализуется задача распознавания ПРЦ) в подавляющем большинстве практических случаев характеризуются вероятностями вынесения правильных ($P_{пр}$) и ошибочных ($P_{ош}$) решений. Точный аналитический расчет этих вероятностей может быть выполнен лишь в простейших частных случаях. В большинстве реальных радиолокационных ситуаций практически единственным методом оценки эффективности распознавания является метод статистического моделирования (математического, натурного и т. п.). Однако, на этапе эскизного проектирования, предварительной оценки, прогноза эффективности, когда необходимо оценить принципиальную возможность функционирования проектируемых алгоритмов

и произвести выбор основных параметров РЛС, использование даже гибкого математического моделирования приводит к недопустимым затратам машинного времени в связи с чрезвычайно большим количеством анализируемых (перебираемых) параметров. В этих условиях для получения количественных оценок вероятностных характеристик работы системы наиболее целесообразным следует признать использование граничных соотношений Чернова и Кайлата [1,2,7], которые были введены для случая проверки двух гипотез и в данной работе распространены на произвольное их количество.

При проверке $(M+1)$ гипотез вероятность вынесения ошибочного решения равна:

$$P_{\text{ош}} = \sum_{i=1}^{M+1} p_i \sum_{j \neq 1} p(j/i) \quad (3.1.1)$$

где p_i - априорная вероятность i -й гипотезы,

$p(j/i)$ -вероятность вынесения решения в пользу j -й гипотезы в том случае, когда истинной является 1-я гипотеза.

Это выражение можно представить в виде:

$$P_{\text{ош}} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=i+1}^{M+1} [p_i p(j/i) + p_j p(i/j)] \quad (3.1.2)$$

В дальнейшем предполагаем, что решение в пользу того или иного класса принимается с использованием критерия минимума полной вероятности ошибки.

Используя методику [1], можно найти верхнюю границу ошибки (3.1.2) при проверке многих гипотез:

$$P_{\text{ош}} \leq \sum_{i=1}^M \sum_{j=i+1}^{M+1} [p_i Ch_{ij}^F + p_j Ch_{ij}^M] \quad (3.1.3)$$

В последнем выражении Ch_{ij}^F и Ch_{ij}^M - границы Чернова для вероятностей ложной тревоги и пропуска цели при проверке пары гипотез i и j независимо от остальных гипотез.

Необходимо отметить, что оценка ошибки, даваемая неравенством (3.1.3), может быть существенно завышена, причем точность оценки в общем случае уменьшается по мере увеличения числа конкурирующих гипотез.

В этих условиях представляется безусловно целесообразным нахождение и нижней границы вероятности ошибки правильной классификации (3.1.1). Для бинарного обнаружения такая граница введена Кайлатом [3]. В данной работе произведено обобщение названной границы на случай произвольного числа гипотез.

Для отыскания нижней границы вероятности ошибки воспользуемся выражением (3.1.1). Сумма по j в его правой части представляет собой вероятность

вынесения ошибочного решения при наблюдении цели i -го класса. Такая ошибка возникает, если хотя бы для одной из альтернативных гипотез выполняется неравенство:

$$l_{ij} > l_{ii} \quad (i \neq j), \quad (3.1.4)$$

в котором
$$l_{ij} = \ln \left(\frac{W_j(U)}{W_i(U)} \right) \quad (3.1.5)$$

- логарифм отношения правдоподобия при проверке пары гипотез с номерами j и i ; $W_j(U)$ и $W_i(U)$ - плотности распределения вероятностей значений вектора наблюдаемых данных U по гипотезам j и i . Пусть событие A_j соответствует выполнению условия (3.1.4). Тогда вероятность ошибки при наблюдении i -го класса целей представляется как вероятность суммы событий:

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{M+1} P(j/i) = P \left[\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{M+1} A_j \right]. \quad (3.1.6)$$

Используя формулу для определения вероятности суммы зависимых событий [4], можно убедиться в справедливости неравенства:

$$P \left[\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{M+1} A_j \right] \geq \max_{j \neq i} P[A_j]. \quad (3.1.7)$$

В этом выражении $P[A_j]$ представляет собой вероятность вынесения решения в пользу j -го класса целей при условии, что истинной является цель i -го класса при проверке только этой пары альтернатив. Обозначая эту вероятность $P_2(j/i)$ и используя (3.1.7), для вероятности ошибки (3.1.1) запишем неравенство:

$$P_{\text{ош}} \geq \sum_{i=1}^{M+1} P_i P_2(j/i). \quad (3.1.8)$$

где на значение j наложено единственное ограничение:

$$j \neq i. \quad (3.1.9)$$

Неравенство (3.1.8) позволяет оценить нижнюю границу вероятности ошибки в случае проверки более двух гипотез. Поскольку нас, в первую очередь, интересует случай распознавания трех классов, сосредоточим внимание именно на этой задаче (обобщение на произвольное число классов производится аналогично).

Используя (3.1.8) и (3.1.9), запишем два очевидных неравенства:

$$\begin{aligned} P_{\text{ош}} &\geq P_1 P(2/1) + P_2 P_2(3/2) + P_3 P_2(1/3), \\ P_{\text{ош}} &\geq P_1 P(3/1) + P_2 P_2(1/2) + P_3 P_2(2/3). \end{aligned} \quad (3.1.10)$$

Суммируя правые и левые части этих неравенств, получим:

$$P_{\text{ош}} \geq 0.5 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=i+1}^3 [P_i P_2(j/i) + P_j P_2(i/j)]. \quad (3.1.11)$$

Выражение, стоящее в квадратных скобках (3.1.11), представляет собой вероятность ошибки при решении задачи проверки двух гипотез - i -й и j -й. Для оценки этой ошибки воспользуемся методикой, предложенной в [1]. При этом необходимо помнить, что в нашей постановке гипотезы с номерами i и j не образуют полной группы событий, то есть

$$P_i + P_j \neq 1. \quad (3.1.12)$$

Используя критерий минимума ошибки, искомую вероятность графически можно представить в виде суммы заштрихованных на рис.3.1 площадей C и D (на этом рисунке изображены апостериорные плотности вероятностей для двух рассматриваемых гипотез). В соответствии с рисунком можно записать два равенства:

$$\begin{aligned} \int P_i W_i(U) dU &= P_i = A + C + D, \\ \int P_j W_j(U) dU &= P_j = B + C + D. \end{aligned} \quad (3.1.13)$$

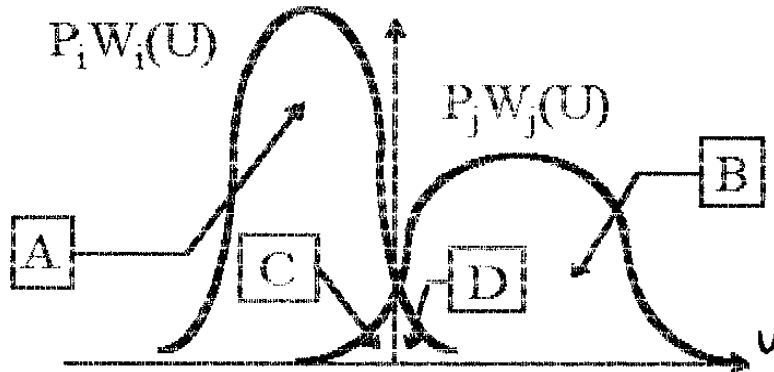


Рис. 3.1. К вопросу о нижней границе вероятности ошибки

Суммируя их, получим:

$$A + B + 2(C + D) = P_i + P_j \quad (3.1.14)$$

Нетрудно заметить, что:

$$A + B = \int |P_i W_i(U) - P_j W_j(U)| dU \quad (3.1.15)$$

Следовательно, искомая вероятность ошибки равна:

$$C + D = 0.5 \{P_i + P_j - \int |P_i W_i(U) - P_j W_j(U)| dU\}. \quad (3.1.16)$$

Для оценки интеграла (3.1.15) применим неравенство Шварца [4]:

$$\left[\int |P_i W_i(U) - P_j W_j(U)| dU \right]^2 \leq \left\{ \int \left| [P_i W_i(U)]^{\frac{1}{2}} - [P_j W_j(U)]^{\frac{1}{2}} \right|^2 dU \right\} *$$

$$\left\{ \int \left| [P_i W_i(U)]^{1/2} + [P_j W_j(U)]^{1/2} \right|^2 dU \right\}. \quad (3.1.17)$$

После преобразования правой части (3.1.17) получим:

$$(A + B)^2 \leq (P_i + P_j)^2 - 4 \left\{ (P_i P_j)^{1/2} \int [W_i(U) W_j(U)]^{1/2} dU \right\}^2 \quad (3.1.18)$$

Следовательно

$$P_i P_2(j/i) + P_j P_2(i/j) = C + D \geq Kl_{ij}, \quad (3.1.19)$$

$$\text{где } Kl_{ij} = 0.5 \left\{ P_i + P_j - \sqrt{(P_i + P_j)^2 - 4 \left[(P_i P_j)^{1/2} \int [W_i(U) W_j(U)]^{1/2} dU \right]^2} \right\} \quad (3.1.20)$$

Это выражение можно представить в виде:

$$Kl_{ij} = 0.5 \left\{ P_i + P_j - \sqrt{(P_i + P_j)^2 - 4 \{ (P_i P_j)^{1/2} \exp [\mu_{ij}(0.5)] \}^2} \right\}, \quad (3.1.21)$$

$$\text{где } \mu_{ij}(s) = \ln \left(\int_{-\infty}^{\infty} [W_j(U)]^s [W_i(U)]^{1-s} dU \right). \quad (3.1.22)$$

Выражение (3.1.21) представляет собой обобщение границ Кайлата для двух гипотез i и j , не образующих полной группы событий.

Окончательно (3.1.11) запишем в виде

$$P_{\text{ош}} \geq 0.5 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=i+1}^3 Kl_{ij}. \quad (3.1.23)$$

По аналогии с (3.1.10) и (3.1.11) можно найти нижнюю границу вероятности ошибки для любого числа конкурирующих гипотез. В общем случае проверки $M+1$ гипотез имеем:

$$P_{\text{ош}} \geq \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sum_{j=i+1}^{M+1} Kl_{ij}. \quad (3.1.24)$$

Приведенные выше выкладки получены для случая, когда наблюдаемые данные представляют собой скалярную величину. Однако, все результаты справедливы, если наблюдаемые данные имеют векторный характер. Изменения при этом затрагивают только выражение (3.1.22) для логарифма производящей функции моментов, которое принимает следующий вид:

$$\mu_{ij}(s) = \ln \left(\int_{-\infty}^{\infty} [W_j(U)]^s [W_i(U)]^{1-s} dU \right). \quad (3.1.25)$$

Для расчета границ Чернова Ch_{ij}^F и Ch_{ij}^M воспользуемся методикой, описанной в [5] и основанной на разложении в ряд Эджворта плотности вероятности, которая предполагается близкой к гауссовской. Ограничиваясь двумя первыми членами разложения, имеем:

$$Ch_{ij}^F = Ch_{ij}^{F1} - Ch_{ij}^{F2} \frac{\gamma_3}{6}, \quad (3.1.26)$$

$$Ch_{ij}^M = Ch_{ij}^{M1} - Ch_{ij}^{M2} \frac{\gamma_3}{6}, \quad (3.1.27)$$

где $Ch_{ij}^{F1} = \exp[\mu_{ij}(s) - s\dot{\mu}_{ij}(s)] I_0[s\sqrt{\ddot{\mu}_{ij}(s)}], \quad (3.1.28)$

$$Ch_{ij}^{M1} = \exp[\mu_{ij}(s) - (1-s)\dot{\mu}_{ij}(s)] I_0[(1-s)\sqrt{\ddot{\mu}_{ij}(s)}], \quad (3.1.29)$$

$$Ch_{ij}^{F2} = \exp[\mu_{ij}(s) - s\dot{\mu}_{ij}(s)] \left\{ [s\sqrt{\ddot{\mu}_{ij}(s)}]^3 I_0[s\sqrt{\ddot{\mu}_{ij}(s)}] + \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} [1 - s^2\mu_{ij}(s)] \right\}, \quad (3.1.30)$$

$$Ch_{ij}^{M2} = \exp[\mu_{ij}(s) + (1-s)\dot{\mu}_{ij}(s)] \left\{ [(1-s)^2\ddot{\mu}_{ij}(s) - 1] \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} - [(1-s)\sqrt{\ddot{\mu}_{ij}(s)}]^3 I_0[(1-s)\sqrt{\ddot{\mu}_{ij}(s)}] \right\}, \quad (3.1.31)$$

$$\gamma_3 = \frac{\mu_{ij}^{(3)}(s)}{[\sqrt{\ddot{\mu}_{ij}(s)}]^3}, \quad (3.1.32)$$

$$I(\alpha) = \exp(\alpha^2/2) \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_{\alpha}^{\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt. \quad (3.1.33)$$

Значение аргумента s в (3.1.29) – (3.1.32) находится путем решения уравнения

$$\dot{\mu}_{ij}(s) = \ln \frac{P_i}{P_j}. \quad (3.1.34)$$

Как следует из выражений (3.1.21), (3.1.29) - (3.1.32), для определения верхней и нижней границ вероятности вынесения ошибочного решения (3.1.1) требуется знать функцию $\mu_{ij}(s)$ и ее три первые производные для всех возможных пар распознаваемых классов целей.

Для расчета необходимых выражений воспользуемся (3.1.25), предполагая, что вектор наблюдаемых данных U представляет собой совокупность комплексных гауссовских отсчетов с нулевыми средними значениями. При этом для $\mu_{ij}(s)$ может быть получено следующее выражение:

$$\mu_{ij}(s) = (s-1)\ln[|R_i|] + s\ln[|R_j|] - \ln\{|[sR_j^{-1} - (1-s)R_i^{-1}]\}|. \quad (3.1.35)$$

где R_i и R_j - корреляционные матрицы вектора Y по гипотезам i и j соответственно. Для вычисления значений правой части выражения (3.1.35) обычно используют теорему Кейли-Гамильтона [6]. Однако, ее непосредственное применение к (3.1.35) требует нахождения собственных значений трех различных матриц для каждой пары гипотез. Процедура поиска собственных значений является достаточно трудоемкой. Для ее упрощения целесообразно разложить эрмитову матрицу R_j на множители по Холецкому:

$$R_j = L_j L_j^*. \quad (3.1.36)$$

где L_j - нижняя (левая) треугольная матрица, а символ $*$ обозначает эрмитово сопряжение.

При этом выражение (3.1.35) может быть представлено в виде:

$$\mu_{ij}(s) = \sum_k [s \ln \lambda_k^{ij} - \ln(s \lambda_k^{ij} + 1 - s)], \quad (3.1.37)$$

где λ_k^{ij} - k -ое собственное значение матрицы:

$$K_{ij} = L_j^{-1} R_i (L_j^*)^{-1}. \quad (3.1.38)$$

Искомые производные функции $\mu_{ij}(s)$ имеют вид:

$$\mu_{ij}(s) = \sum_k \left[\ln \lambda_k^{ij} - \frac{\lambda_k^{ij} - 1}{s \lambda_k^{ij} + 1 - s} \right], \quad (3.1.39)$$

$$\dot{\mu}_{ij}(s) = \sum_k \left[\frac{\lambda_k^{ij} - 1}{s \lambda_k^{ij} + 1 - s} \right]^2, \quad (3.1.40)$$

$$\ddot{\mu}_{ij}(s) = -2 \sum_k \left[\frac{\lambda_k^{ij} - 1}{s \lambda_k^{ij} + 1 - s} \right]^3, \quad (3.1.41)$$

Из приведенных соотношений следует, что в рассматриваемой постановке граничные значения вероятности ошибки при многоальтернативной проверке гипотез полностью определяются корреляционными матрицами отсчетов вектора наблюдаемых данных по каждому из возможных классов.

Определим вид этих матриц, считая, что входящие в систему РЛС независимы между собой. Последнее предположение позволяет ограничиться рассмотрением корреляционной матрицы отсчетов РЛИ, получаемого в отдельной p -й РЛС системы при наблюдении k -й цели.

Таким образом, РЛИ цели можно представить в виде суммы трех составляющих: шумовой

$$F_{pN}(\bar{p}/\bar{x}^0, \bar{x}) = \int E_p^*(\bar{p}, t/\bar{x}^0, \bar{x}) S_p^*(\bar{p}, t/\bar{x}^0, \bar{x}) G_p(\bar{p}, t/\bar{x}^0, \bar{x}) N_p(t) dt, \quad (3.1.42)$$

диффузионной

$$F_{pk}^0(\bar{p}/\bar{x}^0, \bar{x}) = U_{kp} \int \varphi_p(\bar{p}, \bar{x}) f_{k0}^p(\bar{x}) d\bar{x} \quad (3.1.43)$$

и составляющей, вызванной наличием "блестящих точек" в составе модели ПРЦ k -го класса:

$$F_{pk}^1(\bar{p}/\bar{x}^0, \bar{x}) = U_{kp} \sum_i \varphi_p(\bar{p}, \bar{p}_{ki}^p) f_{ki}^p \quad (3.1.44)$$

Эти составляющие независимы между собой, и, следовательно, элементы искомой корреляционной матрицы представимы в виде суммы:

$$\|R_{pk}\|_{lm} = \|R_{pN}\|_{lm} + \|R_{pk}^0\|_{lm} + \|R_{pk}^1\|_{lm}, \quad (3.1.45)$$

где
$$\|R_{pN}\|_{lm} = N_{p0} \varphi_p^0(\bar{p}_l, \bar{p}_m) \quad (3.1.46)$$

$$\|R_{pk}^0\|_{lm} = U_{kp}^2 \int [\sigma_{ko}^p(\bar{x})]^2 \varphi_p(\bar{p}_l, \bar{x}) \varphi_p^*(\bar{p}_m, \bar{x}) d\bar{x} \quad (3.1.47)$$

$$\|R_{pk}^1\|_{lm} = U^2 \sum \varphi_p(\bar{p}_l, \bar{p}_{ki}^p) \varphi_p(\bar{p}_m, \bar{p}_{ki}^p) [\sigma_{ki}^p]^2 \quad (3.1.48)$$

Дискретные значения \bar{p}_l и \bar{p}_m задают координаты отсчетов РЛИ на плоскости изображения.

Функции неопределенности траекторного сигнала φ_p^0 и φ_p определяются в соответствии с (3.3.19).

Вводя нормированные функции неопределенности φ_{pH}^0 и φ_{pH} пренебрегая константами, не влияющими на вычисление функции $\mu_{ij}(s)$ и ее производных, выражение (3.1.45) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \|R_{pk}\|_{lm} = & q_{kp} (2N_{IP} + 1) \int [\sigma_{ko}^p(\bar{x})]^2 \varphi_{pH}(\bar{p}_l, \bar{x}) \varphi_{pH}(\bar{p}_m, \bar{x}) d\bar{x} + \\ & + q_{kp} (2N_{IP} + 1) \sum_i [\sigma_{ki}^p] \varphi_{pH}^2(\bar{p}_l, \bar{p}_{ki}^p) \varphi_{pH}^*(\bar{p}_m, \bar{p}_{ki}^p) + \varphi_{pH}^0(p_l, p_m) \end{aligned} \quad (3.1.49)$$

где
$$q_{kp} = \frac{2P_{p0} \lambda_p^2 G_{1p} G_{2p} (\sigma_{k\varepsilon}^p)^2 \tau_p}{(4\pi)^3 N_{p0} R_{1p}^2 R_{2p}^2} \quad (3.1.50)$$

представляет собой эквивалентное отношение энергии сигнала к спектральной плотности шума в импульсе для случая наблюдения точечного отражателя с ЭПР, равной суммарной ЭПР цели $(\sigma_{k\varepsilon}^p)^2$, при расположении его в точке, соответствующей центру цели. Выражение

$$q_{k\varepsilon}^p = q_{kp} (2N_{II} + 1) \quad (3.1.51)$$

следует рассматривать как суммарное отношение сигнал/шум по пачке из $(2N_{II}+1)$ импульсов

3.2. Анализ потенциальных характеристик классификации ПРЦ по вектору наблюдаемых данных

Анализ потенциальных характеристик классификации выполнен на конкретном и наиболее важном в практических приложениях примере распознавания трех классов ПРЦ, которые отличаются друг от друга размерами и суммарной ЭПР. Предположение об отсутствии "блестящих точек" оправдано стремлением получить достаточно общие характеристики, не связанные с индивидуальными особенностями радиолокационных портретов целей, тем более, что учет таких особенностей может привести к неоправданно завышенным оценкам качества классификатора. Далее считаем, что суммарная ЭПР каждой цели равномерно распределена по поверхности цели, которая представляет собой прямоугольник. В качестве эталонов для каждого класса

используются их "средние" представители: цель $N1$ («большая цель») размером $360*30$ м, цель $N2$ («средняя цель») - $240*20$ м и цель $N3$ («малая цель») - $120*10$ м. Ракурс наблюдения для всех ПРИ считается одинаковым и равным 90° . Будем считать, мощности сигналов, отраженных от целей разных классов при наблюдении под одинаковыми ракурсами, отличаются ориентировочно на 3 дБ. Предположим, что разрешающая способность РСА по азимуту и дальности одинакова, т.е.

$$Dx = Dy \quad (3.2.1)$$

При этом условии обеспечивается равенство масштабов формируемого РЛИ.

На рис. 3.2 приведены зависимости верхней

$$P_{\text{ПР}} = 1 - 0.5 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=i+1}^3 Kl_{ij} \quad (3.2.2)$$

и нижней

$$P_{\text{ПР}} = 1 - \sum_{i=1}^2 \sum_{j=i+1}^3 (P_i Ch_{ij}^p + P_j Ch_{ij}^M) \quad (3.2.3)$$

границ вероятности правильного распознавания от суммарного отношения сигнал/шум для цели $N2$ ($q_{2\varepsilon}$) при различных значениях разрешения. Отношения сигнал/шум для двух других целей отличаются на 3 дБ:

$$q_{1\varepsilon} = q_{2\varepsilon} + 3\text{дБ}, \quad q_{3\varepsilon} = q_{2\varepsilon} - 3\text{дБ} \quad (3.2.4)$$

Из анализа графиков следует, что для надежного распознавания целей с вероятностью не хуже 0.9 необходимо обеспечить отношение сигнал/шум $q_{2\varepsilon}$ не менее 15дБ. Кроме того, эффективность классификации существенно зависит от разрешающей способности РСА. Анализ влияния разрешения на качество распознавания (рис.3.3), выполненный при фиксированной общей энергии пачки импульсов, позволяет сделать следующие выводы:

- рассматриваемые кривые имеют максимум, который по мере увеличения отношения сигнал/шум смещается в область более высокого разрешения;
- минимальное значение $q_{2\varepsilon}$, при котором обеспечивается вероятность правильного распознавания не менее 0.9, составляет 14дБ. В этом случае необходимо выбирать разрешение в диапазоне 15-35 метров;
- следует заметить, что по мере увеличения отношения сигнал/шум требования к разрешающей способности достаточно быстро снижаются. Так, уже при $q_{2\varepsilon} = 16\text{дБ}$ диапазон возможных значений требуемого разрешения занимает интервал от 6 до 93 м.

В случае фиксированного отношения сигнал/шум в каждом импульсе (без ограничений общей энергетики пачки) вероятность правильной классификации так же

существенно зависит от разрешающей способности (рис.3.4). Однако, названная зависимость является монотонной – по мере улучшения разрешения вероятность правильного распознавания возрастает. Отсутствие экстремума связано с тем, что в этом случае улучшение разрешения связано с увеличением числа когерентно суммируемых импульсов и, следовательно, сопровождается увеличением интегрального отношения сигнал /шум. Практически неограниченное повышение разрешающей способности невозможно вследствие многих причин, приводящих к фазовым флуктуациям отраженного сигнала, среди которых, в частности, и собственное движение ПРЦ.

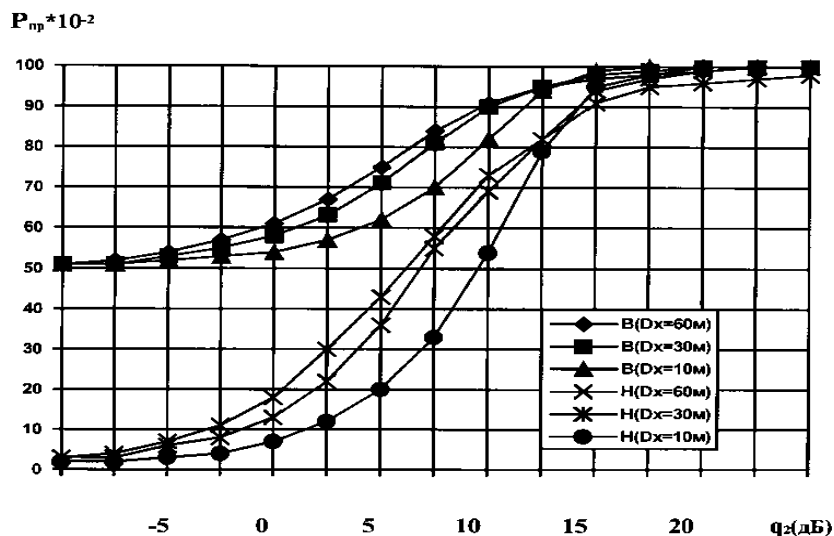


Рис. 3.2. Верхние (В) и нижние (Н) границы вероятностей правильной классификации в зависимости от суммарного отношения сигнал/шум (для цели 2-го класса; цели 1-го и 3-го классов отличаются на ± 3 дБ)

Влияние различий в ЭПР и размерах ПРЦ на эффективность их классификации иллюстрируется на рис.3.5 - 3.9. Зависимости вероятности $P_{пр}$ от разрешения при распознавании ПРЦ трех классов, не отличающихся размерами (240*20м), но отличающихся по ЭПР на 3 дБ, приведены на рис.3.5. Сравнение этих графиков с рис. 3.2 показывает, что при распознавании целей совпадающих размеров существенно повышаются требования к разрешению и отношению сигнал/шум.

Суммарные ЭПР выбраны одинаковыми $q_{1c} = q_{2c} = q_{3c} = q_c$. Из анализа приведенных рисунков следует, что при разрешении 30м и $q_c = 15$ дБ цели классифицируются с вероятностью не ниже 0.9 при отличии линейных размеров на 45% и более. Повышение q_c до 20дБ позволяет уменьшить различие в размерах до 25%. По мере улучшения разрешения вероятность правильного распознавания возрастает. Отсутствие экстремума связано с тем, что в этом случае улучшение разрешения связано с увеличением числа когерентно суммируемых импульсов и, следовательно,

сопровождается увеличением интегрального отношения сигнал /шум. Практически неограниченное повышение разрешающей способности невозможно вследствие многих причин, приводящих к фазовым флуктуациям отраженного сигнала, среди которых, в частности, и собственное движение ПРЦ.

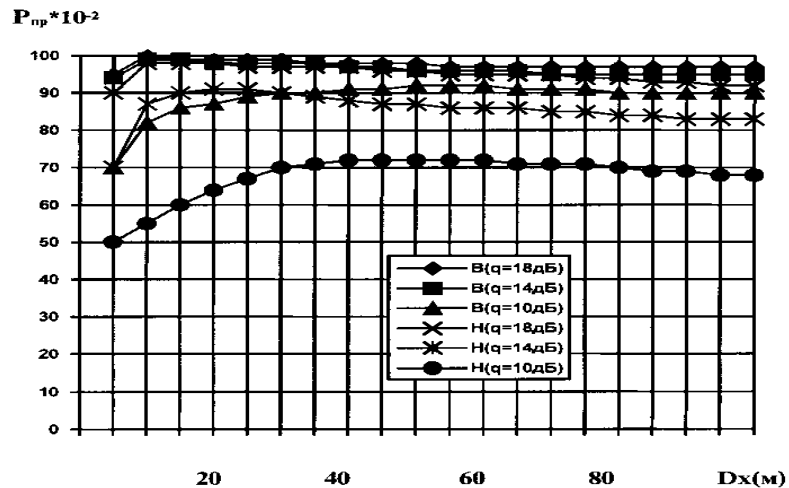


Рис. 3.3. Верхние (В) и нижние (Н) границы вероятностей правильной классификации в зависимости от разрешающей способности (при фиксированном суммарном отношении сигнал/шум)

На рис. 3.6 и рис.3.7 приведены зависимости вероятности правильного распознавания от разницы в линейных размерах ПРЦ, выраженной в долях по отношению к размеру цели 2-го класса (Δ) при разрешении 30 и 10м. Размеры (L -длина, S -ширина) целей определяются равенствами:

$$\begin{aligned} L_1 &= 240 * (1 + 0.01\Delta) & S_1 &= 20 * (1 + 0.01\Delta) \\ L_2 &= 240 & S_2 &= 20 \\ L_3 &= 240 * (1 - 0.01\Delta) & S_3 &= 20 * (1 - 0.01\Delta) \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

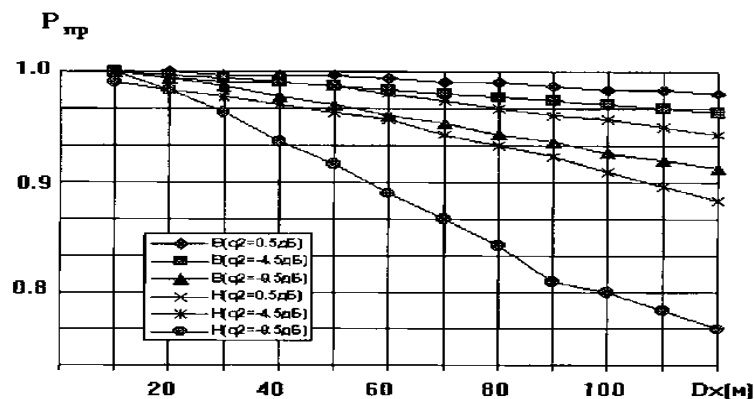


Рис 3.4. Верхние (В) и нижние (Н) границы вероятностей правильной классификации в зависимости от разрешающей способности (при фиксированном отношении сигнал/шум в импульсе)

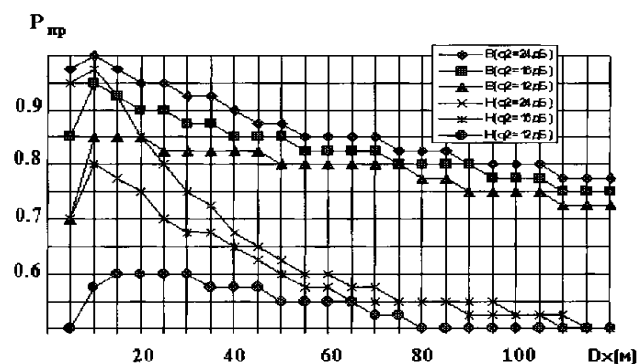


Рис 3.5. Верхние (В) и нижние (Н) границы вероятностей правильной классификации в зависимости от разрешающей способности (при фиксированном суммарном отношении сигнал/шум)

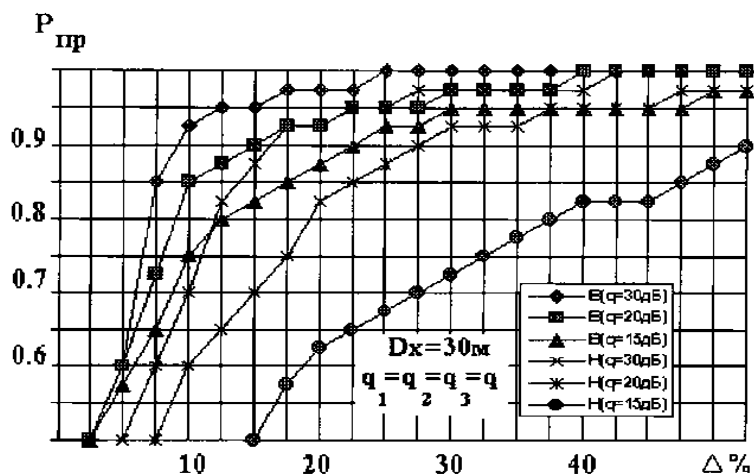


Рис. 3.6. Верхние (В) и нижние (Н) границы вероятностей правильной классификации в зависимости от различий в размерах целей (при фиксированном значении суммарного отношения сигнал/шум).

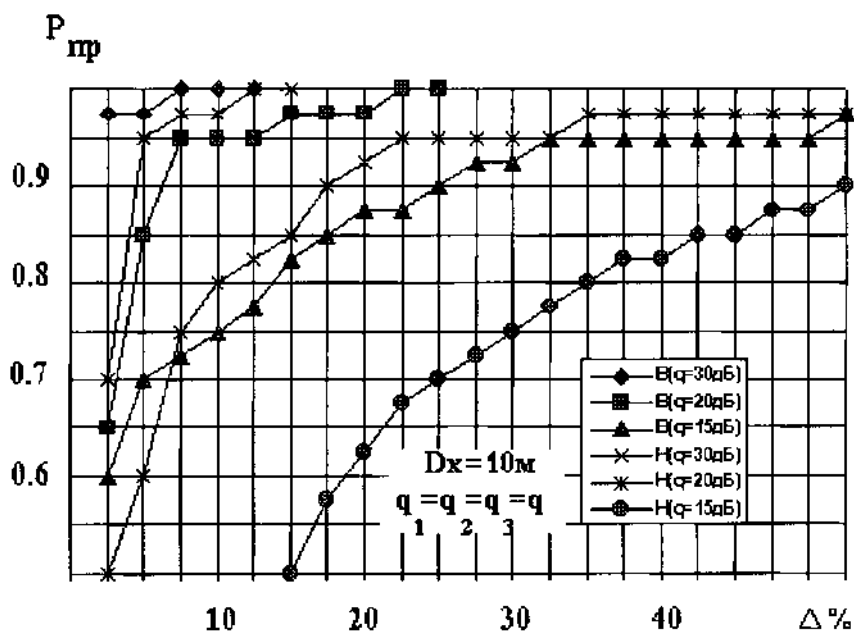


Рис. 3.7. Верхние (В) и нижние (Н) границы вероятностей правильной классификации в зависимости от различий в размерах целей (при фиксированном значении суммарного отношения сигнал/шум)

Рассмотрим влияние различия в ЭПР между целями на эффективность классификации. Полагаем, что суммарные отношения сигнал/шум для целей 1-го и 3-го классов составляют:

$$q_{1\varepsilon} = q_{2\varepsilon} + \Delta q, \quad q_{3\varepsilon} = q_{2\varepsilon} - \Delta q, \quad (3.2.6)$$

где Δq - разница между ЭПР целей разных классов. На рис. 3.8 приведены графики зависимости $P_{\text{пр}}$ (Δq) при классификации целей, не отличающихся размерами (240*20м), при разных значениях q_2 . На рис. 3.9 показаны аналогичные графики при классификации целей, отличающихся и размерами (360х30, 240х20, 120х10). Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

- для распознавания целей с вероятностью $P_{\text{пр}} > 0.9$ при $q_{2\varepsilon} = 20\text{дБ}$ цели должны отличаться по ЭПР на 5дБ;
- увеличение $q_{2\varepsilon}$ до 30дБ сопровождается несущественным повышением качества (требуемое отличие в ЭПР снижается на 0.5-1.5дБ);
- при фиксированном отношении сигнал/шум и распознавании целей стандартных размеров зависимости $P_{\text{пр}}(\Delta q)$ имеют минимум в области малых значений разницы в ЭПР целей;
- при $q_{2\varepsilon} = 18\text{дБ}$ и более этот провал располагается в области отрицательных значений Δq и имеет незначительную глубину (около 3%); по мере уменьшения суммарного отношения сигнал/шум этот провал смещается в область положительных значений Δq и глубина его возрастает до десятков процентов.

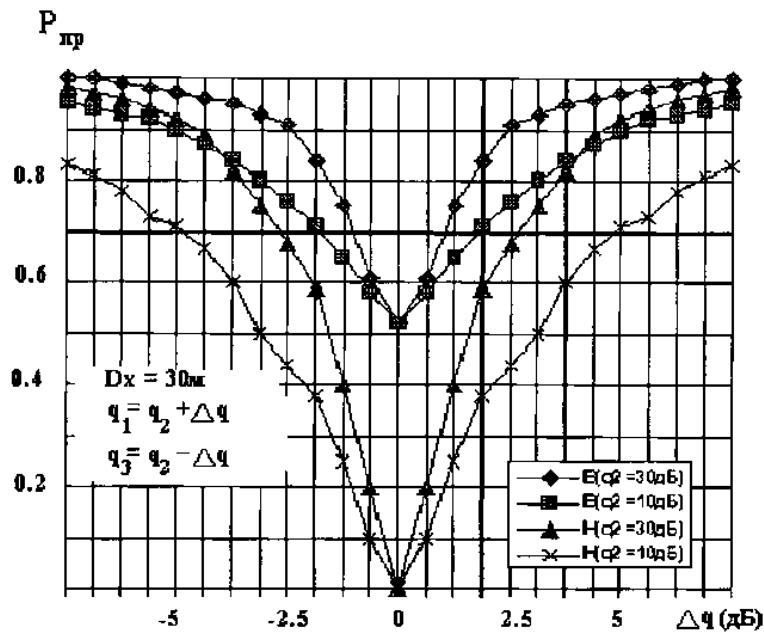


Рис. 3.8. Верхние (В) и нижние (Н) границы вероятностей правильной классификации в зависимости от различий в суммарной ЭПР целей (при фиксированных значениях суммарного отношения сигнал/шум; цели не отличаются размерами)

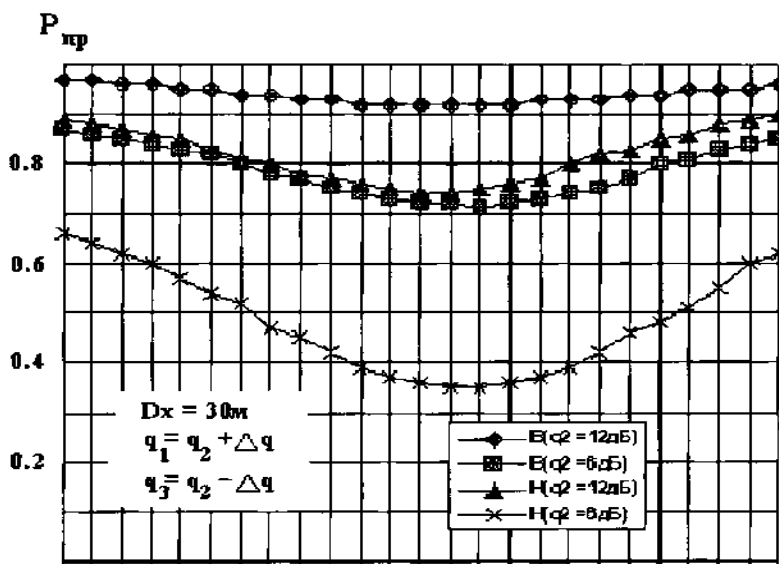


Рис. 3.9. Верхние (В) и нижние (Н) границы вероятностей правильной классификации в зависимости от различий в суммарной ЭПР целей (при фиксированных значениях суммарного отношения сигнал/шум; цели отличаются размерами)

3.3 Методика расчета эффективности классификации ПРЦ по радиолокационному портрету

3.3.1 Проблема анализа эффективности алгоритмов классификации

Сложившаяся практика решения задачи классификации ПРЦ предполагает, что процедура синтезирования искусственной апертуры антенны выполнена в результате первичной обработки радиолокационного сигнала, а распознающему автомату предъявляются данные в виде отдельных отсчетов с выхода устройства детектирования, иначе говоря, в виде отсчетов радиолокационного изображения или выборочного радиолокационного портрета ПРЦ.

В качестве основного метода классификации, разумно сочетающего близость к оптимальному с относительно простой технической реализацией, может быть использован следующий алгоритм принятия решения о классе ПРЦ, предложенный в главе 2. В качестве решения принимается гипотеза о классе с номером \hat{k} , для которого выполняется соотношение:

$$\hat{k} = \underset{k}{\operatorname{argmin}} l(k) = \underset{k}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i \in \Omega_k} \left[\frac{\eta_i}{\xi_i^k} + \ln \xi_i^k \right] \right\}, \quad (3.3.1)$$

где $\eta_i = |F_i|^2$ - i -й отсчет РЛИ наблюдаемого ПРЦ,

$\xi_i^k = 1 + \hat{q}_i$ - i -й отсчет ожидаемого значения ЭПР (радиолокационного портрета) цели k -го класса.

В результате сравнения статистик $l(k)$ указывается номер \hat{k} класса ПРЦ, принимаемого за истинный. Выбранный алгоритм базируется на предположении о статистической

независимости отдельных отсчетов РЛИ η_i и их принадлежности к экспоненциальным распределениям (если распределение входной реализации гауссовское с нулевым математическим ожиданием) с параметрами ξ_i^k , зависящими от номера класса ПРЦ. Суммирование в (3.3.1) производится по области Ω_k , которая, в свою очередь, так же определяется предполагаемым классом цели.

Анализ точности классификации заключается в расчете вероятностей ошибочных и истинных решений о классах наблюдаемых ПРЦ. Вероятность принятия решения о справедливости k -й гипотезы при условии, что истинна 1-я, определяется выражением:

$$P(k/l) = \int_G \sigma(\gamma_k/\bar{\eta}) P(\bar{\eta}/l) d\bar{\eta}, \quad (3.3.2)$$

где G - пространство решений,

$\sigma(\gamma_k/\bar{\eta})$ – правило решения,

$\bar{\eta}$ - вектор принимаемых данных,

$P(\bar{\eta}/l)$ – плотность распределения принимаемых данных при условии, что истинна гипотеза “1”.

Производя замену переменных и выбирая в качестве новой переменной функцию

$$y_k = l(k), \quad (3.3.3)$$

приходим к записи выражения для вероятности ошибки в виде многомерного интеграла от совместного распределения статистик y_1, \dots, y_N по той области пространства решений, которая соответствует k -й гипотезе:

$$P(k/l) = \int_{G_k} \dots \int W^{(1)}(y_1, \dots, y_M) dy_1 \dots dy_M, \quad (3.3.4)$$

где $W^{(1)}(\bar{y})$ - совместная плотность распределения случайных величин y_1, \dots, y_M при условии, что принимается 1-я гипотеза;

M - общее число принимаемых гипотез;

G_k - область пространства решений, соответствующая принятию k -й гипотезы.

В рассматриваемом случае пределы интегрирования в выражении для вероятности принятия решения о наличии цели k -го класса при наблюдении цели 1-го класса могут быть конкретизированы:

$$P(k/l) = \int_{-\infty}^{\infty} dy_k \int_{-\infty}^{y_k} \dots \int_{-\infty}^{y_k} W^{(1)}(y_1 \dots y_N) dy_1 \dots dy_N. \quad (3.3.5)$$

Плотность распределения $W^{(l)}(\bar{y})$ выражается через значения отсчетов РЛИ с помощью формулы:

$$W^{(l)}(\bar{y}) = \int_{\Gamma} P(\bar{\eta}/l) \prod_{\alpha=1}^M \sigma(y_{\alpha} Y(\alpha)) d\bar{\eta}. \quad (3.3.6)$$

С учетом независимости компонент вектора наблюдений $\bar{\eta}$ плотность вероятности $P(\bar{\eta}/l)$ имеет вид:

$$P(\bar{\eta}/l) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\xi_i^{(l)}} \exp\left(-\frac{\eta_i}{\xi_i^{(l)}}\right), \quad (3.3.7)$$

где N – размерность вектора наблюдений $\bar{\eta}$.

Определим σ - функцию, входящую в (3.3.5), следующим образом:

$$\delta(y_{\alpha} - Y(\alpha)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-jz_{\alpha}[y_{\alpha} - Y(\alpha)]\} dz_{\alpha}.$$

Подставляя (3.3.2) в (3.3.7) и (3.3.6) в (3.3.5), получим:

$$\begin{aligned} W^{(l)}(\bar{y}) = \int_{\Gamma} \left\{ \prod_{i=1}^N \frac{1}{\xi_i^{(l)}} e^{\frac{\eta_i}{\xi_i^{(l)}}} \right\} * \left\{ \frac{1}{(2\pi)^N} \prod_{\alpha=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-jz_{\alpha}(y_{\alpha} + \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^N \frac{\eta_i}{\xi_i^{(\alpha)}} + \sum_{i=1}^N \ln \xi_i^{(\alpha)}] dz_{\alpha} \right\} d\eta_1 \dots d\eta_N. \end{aligned} \quad (3.3.8)$$

После замены переменных:

$$x_{\alpha} = y_{\alpha} + \sum_{i=1}^N \ln \xi_i^{(\alpha)} \quad (3.3.9)$$

определим характеристическую функцию, соответствующую плотности распределения

$$\begin{aligned} F(z_1, \dots, z_N) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int \exp \left[j \sum_{i=1}^M z_i y_i \right] W^{(l)}(y_1 \dots y_M) dy_1 \dots dy_M = \\ \prod_{i=1}^N \frac{1}{1 + j \sum_{\alpha=1}^M \frac{\xi_i^{(l)}}{\xi_i^{(\alpha)}} z_{\alpha}}. \end{aligned} \quad (3.3.10)$$

Для определения плотности вероятности $W^{(l)}(\bar{x})$ найдем обратное преобразование Фурье от последнего выражения (3.3.10):

$$\begin{aligned} W^{(l)}(\bar{x}) = \frac{1}{(2\pi)^N} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int \exp \left[-j \sum_{\alpha=1}^M z_{\alpha} x_{\alpha} \right] F(z_1 \dots z_M) dz_1 \dots dz_M = \\ = \frac{1}{(2\pi)^N} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int \left\{ \prod_{i=1}^N \frac{1}{1 + j \sum_{\alpha=1}^M \frac{\xi_i^{(l)}}{\xi_i^{(\alpha)}} z_{\alpha}} \right\} e^{-j \sum_{\alpha=1}^M z_{\alpha} x_{\alpha}} dz_1 \dots dz_M. \end{aligned} \quad (3.3.11)$$

Вычисление полученного интеграла приводит к чрезвычайно громоздким результатам. И тем не менее эти вычисления следовало бы привести при том условии, что полученные выражения носили бы конструктивный характер, а именно позволяли бы рассчитать вероятности ошибочных решений.

Поэтому рассмотрим вначале частный случай, при котором вычисление (3.3.11) тривиально и убедимся в степени продуктивности полученного решения для анализа эффективности распознавания в целом.

Допустим, что размерность вектора наблюдений, равная N , совпадает с числом конкурирующих гипотез M . На практике обычно выполняется неравенство $N > M$. Тем не менее, такое предположение не лишено целесообразности. Оно приводит к расширению числа классов ПРИ - появлению подклассов в пределах каждого класса, что делает задачу анализа эффективности классификации более детальной. После расчета вероятностей ошибок, если, разумеется, такой расчет удастся осуществить аналитическими методами, результаты можно «заглубить», объединяя вероятности ошибочных решений внутри подкласса.

После замены переменных:

$$p = \sum_{\alpha=1}^M \frac{\xi_i^{(l)}}{\xi_i^{(\alpha)}} z_{\alpha} \quad (3.3.12)$$

или в матричной записи:

$$Q^{(l)} \bar{Z} = \bar{P},$$

$$\text{где} \quad Q^{(l)} = \|q_{ij}^{(l)}\| = \left\| \frac{\xi_i^{(l)}}{\xi_i^{(j)}} \right\| \quad (3.3.13)$$

и предположения о том, что матрица Q - неособенная, перепишем формулу (3.3.11):

$$\begin{aligned} W^{(l)}(\bar{x}) &= \frac{1}{(2\pi)^N} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int \left\{ \prod_{i=1}^N \frac{1}{1 + jp_i} \right\} \frac{1}{|Q^{(l)}|} e^{-j[Q^{(l)-1}\bar{P}]} d\bar{P} = \\ &= \frac{1}{|Q^{(l)}|} \prod_{i=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{1 + jp_i} e^{-jp_i \gamma_i} dp_i. \end{aligned} \quad (3.3.14)$$

В последнем выражении приняты следующие обозначения:

$$\gamma_i = \sum_{l=1}^M x_i c_{il}, \quad (3.3.15)$$

где, в свою очередь, c_{il} - элемент матрицы:

$$C = (Q^{(l)-1}). \quad (3.3.16)$$

Интегралы, стоящие в (3.3.14), легко вычисляются, и выражение для плотности вероятности принимает вид:

$$W^{(l)}(x) = \begin{cases} \frac{1}{|Q^{(l)}|} e^{\sum_{ij}^N x_i c_{ij}} & \text{если } \sum_i^N x_i c_{ji} < 0 \text{ для каждого } j = \overline{1, M}; \\ 0 & \text{если } \sum_i^N x_i c_{ji} > 0 \text{ для каждого } j = \overline{1, M}; \end{cases} \quad (3.3.17)$$

Подставив (3.3.17) в выражение (3.3.5), получим формулу для расчета вероятностей ошибок:

$$P(k/l) = \int dx \int^{x_k + \sum^M \ln(\xi_i^{(l)}/\xi_i^{(k)})} \dots \int^{x_k + \sum^M \ln(\xi_i^{(N)}/\xi_i^{(k)})} * \\ * \frac{1}{|Q^{(l)}|} e^{\sum^N x_i \sum^M c_{ij}} dx_1 \dots dx_n, \quad (3.3.18)$$

при условии $\sum_{i=1}^N x_i c_j < 0$ для каждого $j = \overline{1, M}$.

Вычисление последнего интеграла аналитическими методами представляет собой непреодолимую задачу, что, в частности подтверждается аналогичными выводами, проделанными в [104]. Общий случай (M#N) еще более сложен. В связи с этим особое внимание должно быть уделено приближенным методам вычисления вероятностей ошибок, к рассмотрению которых мы переходим в следующих параграфах. Безусловно, особый интерес для анализа алгоритма классификации представляет метод статистического моделирования, который и с формальной точки зрения является одним из наиболее мощных методов вычисления многомерных интегралов. Этот метод будет использован при анализе информативности геометрических и «моментовых» признаков.

3.3.2. Вывод расчетных выражений для оценки вероятностей правильных и ошибочных решений при классификации ПРЦ по РЛИ

Рассмотрим приближенный метод [7] определения вероятностей правильных и ошибочных выборов гипотез о классах ПРЦ. Алгоритм проверки гипотез принимает решение об истинности класса ПРЦ, если соответствующее ему значение статистики:

$$l(k) = -\sum_{i=1}^N \left(\frac{\eta_i}{\xi_i^{(k)}} + \ln \xi_i^{(k)} \right), \quad (3.3.19)$$

основанной на модели плотности вероятности наблюдаемого вектора (3.3.7), принимает максимальное значение.

Для выходной статистики, построенной в предположении, что ПРЦ соответствует k -му классу при условии, что на самом деле вектор наблюдаемых данных $\bar{\eta}$ соответствует 1-му классу, введем обозначение $l^{(1)}(k)$.

Ошибка классификации имеет место в том случае, когда при наблюдении РЛИ ПРЦ 1-го класса выносится решение в пользу ПРЦ k -го класса. Такая ситуация наступает, если выходной эффект, соответствующий k -й гипотезе $1^{(k)}$, оказывается больше, чем выходной эффект, соответствующий истинной гипотезе 1:

$$l^{(k)}(k) > l^{(1)}(l). \quad (3.3.20)$$

Вероятность этого события определяется выражением:

$$\begin{aligned} P[l^{(k)}(k) > l^{(1)}(l)] &= P[l^{(k)}(k) - l^{(1)}(l) > 0] = \\ &= P\left[\sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{\xi^{(l)}} - \frac{1}{\xi^{(k)}}\right) \eta_i > \sum_{i=1}^m \ln \frac{\xi_i^{(k)}}{\xi_i^{(l)}}\right]. \end{aligned} \quad (3.3.21)$$

В общем случае формула для вероятности правильного решения может быть записана следующим образом:

$$P(l/l) = 1 - P\left[l^{(k)}(k) > l^{(1)}(l) \text{ для любых } k = \overline{1, m}\right]. \quad (3.3.22)$$

Поскольку выходной эффект $1^{(k)}(k)$ может превышать статистику $1^{(1)}(l)$ при нескольких значениях k (события совместны), точный расчет вероятностей в правой части (3.3.22) довольно сложен (формально эта процедура не отличается от описанной в предыдущем параграфе). Однако, используя только вероятности (3.3.21), удастся записать выражение для нижней границы вероятности правильного решения:

$$P(l/l) \geq 1 - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 1}}^M P[l^{(k)}(k) > l^{(1)}(l)] \quad (3.3.23)$$

Следует иметь в виду, что с повышением точности классификации нижняя граница вероятности правильного решения (3.3.23) приближается к истинному значению вероятности. Действительно, чем выше эффективность устройства классификации, тем меньше вероятность события, заключающегося в том, что выходные эффекты, соответствующие двум и более ложным гипотезам, будут превышать статистику (3.3.19), соответствующую наблюдению истинной цели. Приведенное заключение имеет тем больше оснований, чем меньше число конкурирующих гипотез, что соответствует рассматриваемой ситуации классификации ПРЦ.

Введем обозначения:

$$u = \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{\xi_i^{(l)}} - \frac{1}{\xi_i^{(k)}}\right) \eta_i, \quad (3.3.24)$$

$$Q = \sum_{i=1}^N \ln \frac{\xi_i^{(k)}}{\xi_i^{(l)}} \quad (3.3.25)$$

причем $\xi_i^{(l)} \# \xi_i^{(k)}$ (в противном случае отсчеты конкурирующих РЛИ не отличаются и соответствующие значения ЭПР исключаются из рассмотрения),

$$p_l^k = P[l^{(l)}(k) > l^{(l)}(l)] , \quad (3.3.26)$$

где
$$p_l^k = P\left(\frac{k}{l}\right) = \int_Q^\infty W\left(\frac{u}{l}\right) du . \quad (3.3.27)$$

В (3.3.27) функция $W(u/l)$ представляет собой плотность распределения вероятностей случайной величины u , определенной из (3.3.24), при условии, что случайные величины η_i , как это следует из исходной постановки задачи, имеют плотность распределения вероятностей:

$$W(\eta) = \frac{1}{\xi_i^{(l)}} e^{-\frac{\eta_i}{\xi_i^{(l)}}} . \quad (3.3.28)$$

Характеристическая функция, соответствующая распределению (3.3.28), имеет вид:

$$\theta_{\eta_i}(V) = \frac{1}{1 - jV\xi_i^{(l)}} . \quad (3.3.29)$$

Обозначив

$$g = \frac{1}{\xi_i^{(l)}} - \frac{1}{\xi_i^{(k)}} , \quad (3.3.30)$$

найдем характеристическую функцию величины $g_i \eta_i$:

$$\theta_{g\eta} = \frac{1}{1 - jvg_i\xi_i^{(l)}} . \quad (3.3.31)$$

Характеристическая функция для u определяется как характеристическая функция суммы независимых случайных величин:

$$\theta_u(V) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{1 - jvg_i\xi_i^{(l)}} . \quad (3.3.32)$$

Преобразовав (3.3.32) по Фурье, находим плотность вероятности:

$$W\left(\frac{u}{l}\right) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\prod_{i=1}^N \frac{1}{1 - jv\xi_i^{(l)} g_i} \right) e^{-jvu} dv . \quad (3.3.33)$$

Обозначим

$$\xi_i = \frac{1}{\xi_i^{(l)} g_i} \quad (3.3.34)$$

и перепишем выражение (3.3.33):

$$W(u/l) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\prod_{i=1}^N \frac{\xi_j}{\xi_i - jv} \right) e^{-jvu} dv . \quad (3.3.35)$$

Для вычисления полученного интеграла (3.3.35) рассмотрим типовые практически важные ситуации и примем ряд предположений. Будем считать, что каждое из распознаваемых РЛИ: 1-е и k -е в общем случае содержат $m_B^{(j)}$ ($j=1,M$) отсчетов, вызванных наличием "блестящих" точек, $m_\Pi^{(j)}$ ($j=1,M$) отсчетов, определяющихся диффузионными отражениями от распределённой поверхности ПРЦ и $m_M^{(j)}$ ($j=1,M$) отсчетов от подстилающей поверхности. Отсчеты от "блестящих" точек на каждом из РЛИ отличаются по величине ЭПР как между собой, так и между отсчетами от "блестящих" точек, распределённой и подстилающей поверхности на "своем" и конкурирующем РЛИ. Иначе ведут себя отсчеты, соответствующие распределённой поверхности: в пределах "своего" РЛИ они не отличаются по величине ЭПР и, следовательно, отличаются от отсчетов распределённой поверхности другого РЛИ на постоянную величину. Относительно подстилающей поверхности могут быть высказаны аналогичные соображения. Из сказанного следует, что при наличии $m_{кп}$ отсчетов распределённой поверхности на одинаковых позициях двух РЛИ такова же кратность полюсов подынтегрального выражения. Если число элементов двух РЛИ, имеющих одинаковые расположения и "занятых" МП, равно $m_{кМ}$, то в подынтегральном выражении столько же одинаковых полюсов, разумеется, отличающихся по значению от "полюсов подстилающей поверхности".

При выполнении принятых предположений вычислим интеграл (3.3.35):

$$\begin{aligned}
 W(u/l) = & \sum_{q \in M_B} \xi_q e^{-\xi_q u} \prod_{\substack{i \in M_B \\ i \neq q}} \frac{\xi_i}{\xi_i - \xi_q} l(\xi_q) + \\
 & + \left\{ \frac{1}{(m_{кп} - 1)!} \lim_{p \rightarrow \xi_\Pi} \frac{d^{m_{кп}-1}}{dp^{m_{кп}-1}} \left[e^{-pu} \frac{\xi_\Pi^{m_{кп}} \xi_M^{m_{кп}}}{(\xi_M - p)^{m_{кМ}}} \prod_{i \in M_B} \left(\frac{\xi_i}{\xi_i - p} \right) \right] \right\} l(\xi_\Pi) + \\
 & + \left\{ \frac{1}{(m_{кМ} - 1)!} \lim_{p \rightarrow \xi_M} \frac{d^{m_{кМ}-1}}{dp^{m_{кМ}-1}} \left[e^{-pu} \frac{\xi_\Pi^{m_{кп}} \xi_M^{m_{кМ}}}{(\xi_\Pi - p)^{m_{кМ}}} \prod_{i \in M_B} \left(\frac{\xi_i}{\xi_i - p} \right) \right] \right\} l(\xi_M)
 \end{aligned}
 \tag{3.3.36}$$

при $u > 0$

где $l(x) = \begin{cases} 1 & x > 0; \\ 0 & x < 0. \end{cases}$

В выражении (3.3.36) суммирование производится лишь по тем индексам, для которых $\xi_q > 0$ ($q \in M_B$, причем M_B - множество тех позиций 1-го и k -го РЛИ, на которых расположены "блестящие точки", другими словами, множество некратных полюсов.

При $u < 0$ интеграл (3.3.35) выглядит аналогично.

$$\begin{aligned}
W(u/l) = & \sum_{q \in M_B} \xi_q e^{-\xi_q u} \prod_{\substack{i \in M_B \\ i \neq q}} \frac{\xi_i}{\xi_i - \xi_q} l(-\xi_q) + \\
& + \left\{ \frac{1}{(m_{k\Pi} - 1)!} \lim_{p \rightarrow \xi_\Pi} \frac{d^{m_{k\Pi}-1}}{dp^{m_{k\Pi}-1}} \left[e^{-pu} \frac{\xi_\Pi^{m_{k\Pi}} \xi_M^{m_{kM}}}{(\xi_M - p)^{m_{kM}}} \prod_{i \in M_B} \left(\frac{\xi_i}{\xi_i - p} \right) \right] \right\} l(-\xi_\Pi) + \\
& + \left\{ \frac{1}{(m_{kM} - 1)!} \lim_{p \rightarrow \xi_M} \frac{d^{m_{kM}-1}}{dp^{m_{kM}-1}} \left[e^{-pu} \frac{\xi_\Pi^{m_{k\Pi}} \xi_M^{m_{kM}}}{(\xi_M - p)^{m_{kM}}} \prod_{i \in M_B} \left(\frac{\xi_i}{\xi_i - p} \right) \right] \right\} l(-\xi_M) \quad (3.3.37)
\end{aligned}$$

В последнем выражении суммирование производится лишь по тем индексам, для которых $\xi_i < 0$.

После подстановки (3.3.36) и (3.3.37) в (3.3.27) найдем формулу для вычисления вероятности превышения ложным выходным эффектом истинного.

а) при $Q > 0$:

$$\begin{aligned}
p_l^k = & \sum_{q \in M_B} e^{-\xi_q Q} \prod_{\substack{i \in M_B \\ i \neq q}} \frac{\xi_i}{\xi_i - \xi_q} l(\xi_q) + \\
& + \left\{ \frac{1}{(m_{k\Pi} - 1)!} \lim_{p \rightarrow \xi_\Pi} \frac{d^{m_{k\Pi}-1}}{dp^{m_{k\Pi}-1}} \left[e^{-\xi_\Pi Q} \frac{\xi_\Pi^{m_{k\Pi}-1} \xi_M^{m_{kM}}}{(\xi_M - p)^{m_{kM}}} \prod_{i \in M_B} \left(\frac{\xi_i}{\xi_i - p} \right) \right] \right\} l(\xi_\Pi) + \\
& + \left\{ \frac{1}{(m_{kM} - 1)!} \lim_{p \rightarrow \xi_M} \frac{d^{m_{kM}-1}}{dp^{m_{kM}-1}} \left[e^{-\xi_M Q} \frac{\xi_\Pi^{m_{k\Pi}} \xi_M^{m_{kM}-1}}{(\xi_M - p)^{m_{kM}}} \prod_{i \in M_B} \left(\frac{\xi_i}{\xi_i - p} \right) \right] \right\} l(\xi_M) \quad (3.3.38)
\end{aligned}$$

где r - номера тех индексов, для которых $\xi_q > 0$.

б) при $Q < 0$:

$$\begin{aligned}
p_l^k = & \sum_{q \in M_B} (1 - e^{-\xi_q Q}) \prod_{\substack{i \in M_B \\ i \neq q}} \frac{\xi_i}{\xi_i - \xi_q} l(-\xi_q) + \sum_{r \in M_B} \prod_{\substack{i \in M \\ i \neq r}} \frac{\xi_i}{\xi_i - \xi_r} l(\xi_r) + \\
& + \left\{ \frac{1}{(m_{k\Pi} - 1)!} \lim_{p \rightarrow \xi_\Pi} \frac{d^{m_{k\Pi}-1}}{dp^{m_{k\Pi}-1}} \left[(1 - e^{-\xi_\Pi Q}) \frac{\xi_\Pi^{m_{k\Pi}-1} \xi_M^{m_{kM}}}{(\xi_M - p)^{m_{kM}}} \prod_{i \in M_B} \left(\frac{\xi_i}{\xi_i - p} \right) \right] \right\} l(-\xi_\Pi) + \\
& + \left\{ \frac{1}{(m_{kM} - 1)!} \lim_{p \rightarrow \xi_M} \frac{d^{m_{kM}-1}}{dp^{m_{kM}-1}} \left[(1 - e^{-\xi_M Q}) \frac{\xi_\Pi^{m_{k\Pi}} \xi_M^{m_{kM}-1}}{(\xi_M - p)^{m_{kM}}} \prod_{i \in M_B} \left(\frac{\xi_i}{\xi_i - p} \right) \right] \right\} l(-\xi_M) \quad (3.3.39)
\end{aligned}$$

Вычисления по приведенным формулам неоправданно громоздки и могут быть существенно упрощены в соответствии со следующими предположениями:

а) размер фрагмента РЛИ выбирается таким образом, чтобы не превышать максимальных размеров РЛИ ПРЦ, что заведомо ограничивает возможное число отсчетов, приходящихся на подстилающую поверхность;

б) отношение сигнал/фон в каждом элементе разрешения, содержащем отсчеты, принадлежащие цели, для реальных РЛИ составляет не менее 10 дБ;

в) в "блестящих" точках РЛИ ПРЦ сосредоточено, по крайней мере, 80 % ее ЭПР.

Высказанные предположения позволяют отказаться от учета отсчетов, соответствующих распределённой и подстилающей поверхностям на конкурирующих РЛИ. Очевидно, что следствием такого условия будет некоторое увеличение вероятностей ошибок и снижение нижней границы вероятности правильной классификации, что, естественно, приведет к несколько заниженным оценкам качества распознавания. При этом в формулах (3.3.38) и (3.3.39) будут отсутствовать два последних слагаемых: именно в таком варианте они могут быть использованы для анализа эффективности классификации при задании ЭПР ПРЦ в виде совокупности "блестящих" точек, распределенных по поверхности цели. При этом расчетная формула для определения вероятности правильной классификации ПРЦ k-го класса выглядит следующим образом:

$$p(l/l) \geq 1 - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 1}}^M \sum_{q \in M_B} e^{-\xi_q^{lk} Q} \prod_{\substack{i \in M_B \\ i \neq q}} \frac{\xi_i^{lk}}{\xi_i^{lk} - \xi_q^{lk}} l(\xi_q^{lk})$$

при $Q > 0$.

$$p(l/l) \geq 1 - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 1}}^M \left\{ \sum_{q \in M_B} (1 - e^{-\xi_q^{lk} Q}) \prod_{\substack{i \in M_B \\ i \neq q}} \frac{\xi_i^{lk}}{\xi_i^{lk} - \xi_q^{lk}} l(-\xi_q^{lk}) + \right. \\ \left. + \sum_{q \in M_B} \prod_{i \in M_B} \frac{\xi_i^{lk}}{\xi_i^{lk} - \xi_q^{lk}} l(\xi_q^{lk}) \right\}$$

при $Q < 0$.

(3.3.40)

В выражении (3.3.40) приняты следующие обозначения:

$$\xi_i^{lk} = 1 - \frac{\xi_i^l}{\xi_i^k},$$

$$Q = \sum_{i=1}^N \ln \frac{\xi_i^k}{\xi_i^l}.$$

Рассмотренный выше метод анализа предполагает наличие априорной информации о числе, ЭПР и распределении "блестящих" точек по координатам поверхности ПРЦ. Количество такой информации существенно ограничено в связи с явно недостаточным объемом экспериментальных данных, натурального и полунатурного моделирования. Из сказанного следует, что как построение алгоритмов распознавания, так и соответствующий анализ следует производить исходя из существенно более простых моделей РЛИ, учитывающих лишь безусловно присутствующие объективные отличия между распознаваемыми классами, к которым относятся различия в размерах и ЭПР.

Поскольку в этом случае индивидуальные особенности радиолокационных портретов ПРЦ не учитываются, оценки вероятностей правильной и ложной классификации будут ниже истинных, что не приведет к излишне оптимистическим выводам об эффективности классификации.

Предположим, что РЛИ ПРЦ k -го класса представляет собой совокупность n_k экспоненциально распределенных независимых отсчетов, принадлежащих цели, и, соответственно, $m - n_k$ отсчетов, созданных только шумом, причем, "целевые" отсчеты имеют одинаковую между собой ЭПР, равную σ_k/n_k (σ_k - интегральная ЭПР цели k -го класса, а параметр экспоненциального распределения "шумовых" отсчетов равен $\sigma_{\text{ш}}$).

В этом случае оптимальный алгоритм классификации может быть синтезирован по критерию максимального правдоподобия, в соответствии с которым решения принимается в пользу той гипотезы, для которой отношение правдоподобия максимально:

$$\hat{k} = \operatorname{argmax} \Delta(n_k, \sigma_k) = \operatorname{argmax} \frac{W(\bar{\eta}/n_k, \sigma_k)}{W(\bar{\eta}/\text{шум})}. \quad (3.3.41)$$

где $W(\bar{\eta}/n_k, \sigma_k)$ – плотность вероятности вектора наблюдаемых данных $\bar{\eta}$ при наличии цели k -го класса,

$W(\bar{\eta}/\text{шум})$ - плотность вероятности вектора наблюдаемых данных $\bar{\eta}$ при наличии только шума.

При экспоненциальном распределении вероятностей отсчетов РЛИ отношение правдоподобия может быть записано в следующем виде:

$$\Delta(n, \sigma) = \frac{1}{\left(1 + \frac{\sigma_k}{\sigma_{\text{ш}} n_k}\right)^{n_k}} \exp \left\{ \frac{\frac{\sigma_k}{n_k \sigma_{\text{ш}}}}{1 + \frac{\sigma_k}{n_k \sigma_{\text{ш}}}} \sum_{n_k} x_i \right\}, \quad (3.3.42)$$

где $x_i = \frac{\eta_i}{\sigma_{\text{ш}}}$.

Вероятность принятия k -й гипотезы при истинной гипотезе с номером 1 находится из условия:

$$P\{I^*(k) > I^*(l)\} = P\left\{ \frac{\frac{\sigma_k}{n_k \sigma_{III}} \sum_{\Pi_k} x_i - \frac{\frac{\sigma_l}{n_l \sigma_{III}} \sum_{\Pi_l} x_i}{1 + \frac{\sigma_k}{n_k \sigma_{III}}} > \ln \frac{\left(1 + \frac{\sigma_k}{n_k \sigma_{III}}\right)^{n_k}}{\left(1 + \frac{\sigma_l}{n_l \sigma_{III}}\right)^{n_l}} \right\}. \quad (3.3.43)$$

В рассматриваемой ситуации гипотезы могут быть упорядочены следующим образом: с возрастанием номера гипотезы как размеры ПРЦ, так и ее интегральная ЭПР уменьшаются, то есть при $K > 1$ считаем, что $n_k < n_l$ и наоборот. Введем обозначения:

$$\beta_k = \frac{\frac{\sigma_k}{n_k \sigma_{III}}}{1 + \frac{\sigma_k}{n_k \sigma_{III}}}$$

при $k > l$ ($n_l > n_k$),

$$y = (\beta_k - \beta_l) \sum_{n_k} x_i - \beta_l \sum_{n_l - n_k} x_i \quad (3.3.44)$$

при $k < l$ ($n_k > n_l$),

$$y = (\beta_k - \beta_l) \sum_{n_l} x_i + \beta_k \sum_{n_k - n_l} x_i$$

Поскольку справедливой считается 1-я гипотеза, в случае "а" плотность вероятности случайной величины x_i равна

$$W(x_i) = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_l}{n_l \sigma_{III}}} \exp\left(-\frac{x_i}{1 + \frac{\sigma_l}{n_l \sigma_{III}}}\right) \text{ при } x_i > 0 \quad (3.3.45)$$

в первой и второй суммах, а в случае "б" плотность вероятности в первой сумме определяется в соответствии с выражением (3.3.45), а во второй сумме:

$$W(x_i) = \exp(-x_i).$$

После определения характеристической функции и плотности вероятности случайной величины y найдем расчетные выражения для вероятностей ошибочных и верных решений относительно принятия k -й гипотезы при истинной гипотезе с номером 1.

При $k > l$; $\xi_1^{kl} > 0$; $Q > 0$:

$$p_l^k = \frac{1}{(n_l - n_k - 1)!} \lim_{p \rightarrow \frac{1}{\xi_2^l}} \frac{d^{n_l - n_k - i}}{dp^{n_l - n_k - l}} \left\{ \frac{(-1)e^{pQ}}{p(\xi_1^{kl})^{n_k} (\xi_2^l)^{n_l - n_k - 1} (p \frac{1}{\xi_1^{kl}})} \right\}.$$

При $k > l$; $\xi_1^{kl} > 0$; $Q < 0$:

$$p_l^k = \frac{1}{(n_k - 1)!} \frac{(-1)^{n_k}}{(\xi_1^{kl})^{n_k} (\xi_2^l)^{n_l - n_k}} \lim_{p \rightarrow \frac{1}{\xi_1^{kl}}} \frac{d^{n_k - 1}}{dp^{n_k - 1}} \left\{ \frac{1 - e^{pQ}}{\left(p + \frac{1}{\xi_2^l}\right)^{n_l - n_k}} \right\} +$$

$$+ \frac{1}{(n_l - n_k - 1)!} \frac{(-1)^k}{(\xi_1^{kl})^{n_k} (\xi_2^l)^{n_l - n_k}} \lim_{p \rightarrow \frac{-1}{\xi_2^l}} \frac{d^{n_l - n_k - 1}}{dp^{n_l - n_k - 1}} \left\{ \frac{1}{\left(p - \frac{1}{\xi_1^{kl}}\right)^{n_k}} \right\}.$$

При $k > 1$; $\xi_1^{kl} < 0$; $Q > 0$:

$$p_l^k = \frac{(-1)^{n_k}}{(\xi_1^{kl})^{n_k} (\xi_2^l)^{n_l - n_k}} \left\{ \frac{1}{(n_k - 1)!} \lim_{p \rightarrow \frac{-1}{|\xi_1^{kl}|}} \frac{d^{n_k - 1}}{dp^{n_k - 1}} \left[\frac{e^{pQ}}{p \left(p + \frac{1}{\xi_2^l}\right)^{n_l - n_k}} \right] \right\} +$$

$$+ \frac{1}{(n_l - n_k - 1)!} \lim_{p \rightarrow \frac{-1}{\xi_2^l}} \frac{d^{n_l - n_k - 1}}{dp^{n_l - n_k - 1}} \left[\frac{e^{pQ}}{p \left(p - \frac{1}{\xi_1^{kl}}\right)^{n_k}} \right].$$

При $k > 1$; $\xi_1^{kl} < 0$; $Q < 0$:

Результат – предыдущая формула при $Q = 0$.

При $k < 1$; $\xi_1^{kl} > 0$; $Q > 0$:

$$p_l^k = 0.$$

При $k < 1$; $\xi_1^{kl} > 0$; $Q < 0$:

$$p_l^k = \frac{(-1)^{n_k}}{(\xi_1^{kl})^{n_l} (\xi_3^k)^{n_k - n_l}} \left\{ \frac{1}{(n_l - 1)!} \lim_{p \rightarrow \frac{1}{\xi_1^{kl}}} \frac{d^{n_l - 1}}{dp^{n_l - 1}} \left[\frac{1 - e^{pQ}}{p \left(p - \frac{1}{\xi_3^k}\right)^{n_k - n_l}} \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{(n_k - n_l - 1)!} \lim_{p \rightarrow \frac{1}{\xi_3^k}} \frac{d^{n_k - n_l - 1}}{dp^{n_k - n_l - 1}} \left[\frac{1 - e^{pQ}}{p \left(p - \frac{1}{\xi_1^{kl}}\right)^{n_l}} \right] \right\}.$$

При $k < 1$; $\xi_1^{kl} < 0$; $Q > 0$:

$$p_l^k = \frac{(-1)^{n_k}}{(\xi_1^{kl})^{n_k} (\xi_2^l)^{n_l - n_k}} \left\{ \frac{1}{(n_k - 1)!} \lim_{p \rightarrow \frac{1}{|\xi_1^{kl}|}} \frac{d^{n_k - 1}}{dp^{n_k - 1}} \left[\frac{-e^{pQ}}{p \left(p + \frac{1}{\xi_2^l}\right)^{n_l - n_k}} \right] + \right.$$

$$+ \frac{1}{(n_l - n_k - 1)!} \lim_{p \rightarrow \frac{-1}{\xi_2^l}} \frac{d^{n_l - n_k - 1}}{dp^{n_l - n_k - 1}} \left[\frac{-e^{pQ}}{p \left(p - \frac{1}{\xi_1^{kl}} \right)^{n_k}} \right] \Bigg\}.$$

При $k < l$; $\xi_1^{kl} < 0$; $Q < 0$:

$$\begin{aligned} p_l^k = & \frac{(-1)^{n_k}}{(\xi_1^{kl})^{n_l} (\xi_3^k)^{n_k - n_l}} \left\{ \frac{1}{(n_k - n_l - 1)!} \lim_{p \rightarrow \frac{1}{\xi_3^k}} \frac{d^{n_k - n_l - 1}}{dp^{n_k - n_l - 1}} \left[\frac{1 - e^{pQ}}{p \left(p - \frac{1}{\xi_1^{kl}} \right)^{n_l}} \right] + \right. \\ & + \frac{(-1)^{n_k}}{(\xi_1^{kl})^{n_k} (\xi_2^l)^{n_l - n_k}} \left\{ \frac{1}{(n_k - 1)!} \lim_{p \rightarrow \frac{1}{|\xi_1^{kl}|}} \frac{d^{n_k - 1}}{dp^{n_k - 1}} \left[\frac{1}{p \left(p + \frac{1}{\xi_2^l} \right)^{n_l - n_k}} \right] + \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{(n_l - n_k - 1)!} \lim_{p \rightarrow \frac{-1}{\xi_2^l}} \frac{d^{n_l - n_k - 1}}{dp^{n_l - n_k - 1}} \left[\frac{1}{p \left(p - \frac{1}{\xi_1^{kl}} \right)^{n_k}} \right] \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (3.3.46)$$

При записи выражения (3.3.46) использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \xi_1^{kl} &= \frac{1}{1 + \frac{\sigma_l}{n_l \sigma_{\text{III}}}} \frac{1}{\beta_k - \beta_l}, \\ \xi_2^l &= \left(\frac{\sigma_l}{n_l \sigma_{\text{III}}} \right)^{-1}, \\ \sigma_3^k &= (\beta_k)^{-1}. \end{aligned}$$

Существенного упрощения вычислений можно достичь при условии, что количество слагаемых в первой и второй суммах выражения (3.3.44) достаточно велико, чтобы считать справедливым предположение о нормализации случайной величины y . В этом случае статистика (3.3.44) гауссова и имеет следующие параметры.

При $k > 1$

$$\begin{aligned} M\{y\} &= \left(1 + \frac{\sigma_l}{n_l \sigma_{\text{III}}} \right) (\beta_k n_k - \beta_l n_l), \\ D\{y\} &= \left(1 + \frac{\sigma_l}{n_l \sigma_{\text{III}}} \right)^2 (n_k \beta_k^2 - 2n_k \beta_k \beta_l + n_l \beta_l^2). \end{aligned}$$

При $k < 1$

$$\begin{aligned} M\{y\} &= (\beta_k - \beta_l) n_l \left(1 + \frac{\sigma_l}{n_l \sigma_{\text{III}}} \right) + \beta_k (n_l - k_k) \\ D\{y\} &= \left(1 + \frac{\sigma_l}{n_l \sigma_{\text{III}}} \right)^2 (\beta_k - \beta_l)^2 n_k + \beta_k^2 (n_k - n_l). \end{aligned}$$

Оценки вероятностей ошибочных и верных решений находится из очевидного соотношения:

$$p_l^k = 1 - \Phi \left\{ \frac{Q - M}{D^{1/2}} \right\}.$$

Приведенная методика позволяет рассчитать оценки вероятностей правильного решения о классификации ПРЦ при самых различных радиолокационных портретах - распределениях ЭПР по поверхности ПРЦ. В то же время расчеты могут оказаться неоправданно (для приближенной методики) сложными, если в составе радиолокационных портретов ПРЦ присутствует достаточно большое количество точек с одинаковыми (близкими) значениями ЭПР. В этом случае представляется целесообразным использовать несколько иную методику расчета, описанную ниже.

3.3.3. Оценка эффективности классификации при корнях большой кратности

Методологическая основа расчета информативности та же, что и в разделе 3.1. Мы по-прежнему считаем, что наиболее конструктивной характеристикой эффективности является конечный эффект работы алгоритма классификации, а именно, вероятность, (или ее оценка) правильной классификации.

Как показано в предыдущем разделе, для оценки вероятности правильной классификации необходимо рассчитать вероятность p_l^k принятия ошибочного решения в пользу k -й гипотезы при истинной первой.

Для расчета вероятности p_l^k воспользуемся предположением, о том, что компоненты (квадратурные составляющие на выходе линейной части устройства формирования РЛИ), образующие в результате вектор отсчетов радиолокационного портрета $\bar{\eta}$, статистически независимы и нормальны. В этом случае решение принимается в соответствии с алгоритмом (3.3.1) а вероятности p_l^k находятся в соответствии со следующим приближенным выражением:

$$p_l^k = \exp\{\mu_l^k(S) - S\dot{\mu}_l^k(S)\}, \quad (3.3.47)$$

где $\mu_l^k(S) = \ln \int \dots \int P^S(\bar{\eta}/k) P^{1-S}(\bar{\eta}/l) d\bar{\eta} =$

$$= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{S(S-1)(m_{ki} - m_{li})^2}{S\sigma_{li}^2 + (1-S)\sigma_{ki}^2} \ln \frac{(\sigma_{ki}^2)^{1-S} (\sigma_{li}^2)^S}{S\sigma_{li}^2 + (1-S)\sigma_{ki}^2} \right\}, \quad (3.3.48)$$

причем S выбирается из условия $\mu_l^k(S) = 0$.

В последнем выражении: m_{ki} - математическое ожидание, а σ_{ki}^2 - дисперсия i -й компоненты признака при наблюдении ПРЦ k -го класса. Для случая, аналогичного анализу алгоритма (3.3.1):

$$m_{ki} = 0 \quad (k = 1, M; i = 1, N); \quad \sigma_{ki}^2 = \xi_i^k \quad (3.3.49)$$

3.4. Анализ алгоритмов классификации по РЛИ ПРЦ

Проведение подробного анализа эффективности классификации ПРЦ аналитическими методами, изложенными в предыдущем разделе, ограничено банком существующих радиолокационных портретов. В качестве таких портретов используются модели трёх классов целей: «большая», «средняя» и «малая» с произвольным распределением «блестящих» точек по из поверхностям. Следует иметь в виду, что эти РП получены при идеализированных условиях, далеко не всегда соответствующих реальным возможностям проектируемых РЛС. Тем не менее, они могут служить отправной точкой для предварительных оценок возможностей решения задачи классификации. Расчет по формулам (3.3.38) - (3.3.39) для трех упомянутых типов ПРЦ позволяет получить следующую матрицу вероятностей правильных и ошибочных решений:

$$P = \begin{pmatrix} P(1/1) & P(2/1) & P(3/1) \\ P(1/2) & P(2/2) & P(3/2) \\ P(1/3) & P(2/3) & P(3/3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.977 & 0.021 & 0.002 \\ 0.013 & 0.964 & 0.023 \\ 0.010 & 0.038 & 0.952 \end{pmatrix}, \quad (3.4.1)$$

где $P(l/k)$ - вероятность принятия решения в пользу 1-го класса при истинном - k . Номера соответствуют: 1 - "большая" цель, 2 - цель "среднего" класса и 3 - "малая" цель.

Результаты приведены для случая, когда какие-либо искажения радиолокационных портретов отсутствуют, а удельная ЭПР подстилающей поверхности (-30дБ) настолько мала, что ее величина практически не оказывает влияния на качество классификации. В связи с этим полученные результаты следует оценивать (по аналогии с разделом 4.2) как ориентировочные, оставляя более точные оценки до получения достоверных радиолокационных портретов ПРЦ.

Для анализа алгоритмов классификации в более широком спектре условий наблюдения, по-видимому, нет альтернативы методам статистического моделирования. В данном разделе приведены результаты такого моделирования для анализа эффективности классификации трех типов ПРЦ при двух вариантах разрешающей способности (12м и 24м), трех значениях удельной ЭПР МП (-30, -20 и -10дБ), и трех ракурсах наблюдения ПРЦ (0°, 45° и 90°). Примеры РЛИ показаны на рис. 3.10, а матрицы вероятностей - в табл. 3.1.

Примеры РЛИ (отдельные выборочные радиолокационные портреты, полученные при статистическом моделировании) соответствуют трем классам ПРЦ: класс N 1 (рисунки расположены в первом столбце); класс №2 (рисунки расположены

во втором столбце) и класс №3 (рисунки занимают третий столбец листа). РЛИ соответствуют трём ракурсам наблюдения (0^0 , 45^0 и 90^0), а также двум значениям ЭПР морской поверхности (-30 дБ – рисунки на верхней половина листа и -10 дБ – на нижней).

(Матрицы вероятностей классификации, соответствующие этим рисункам, приведены в таблице под номерами 1 и 3).

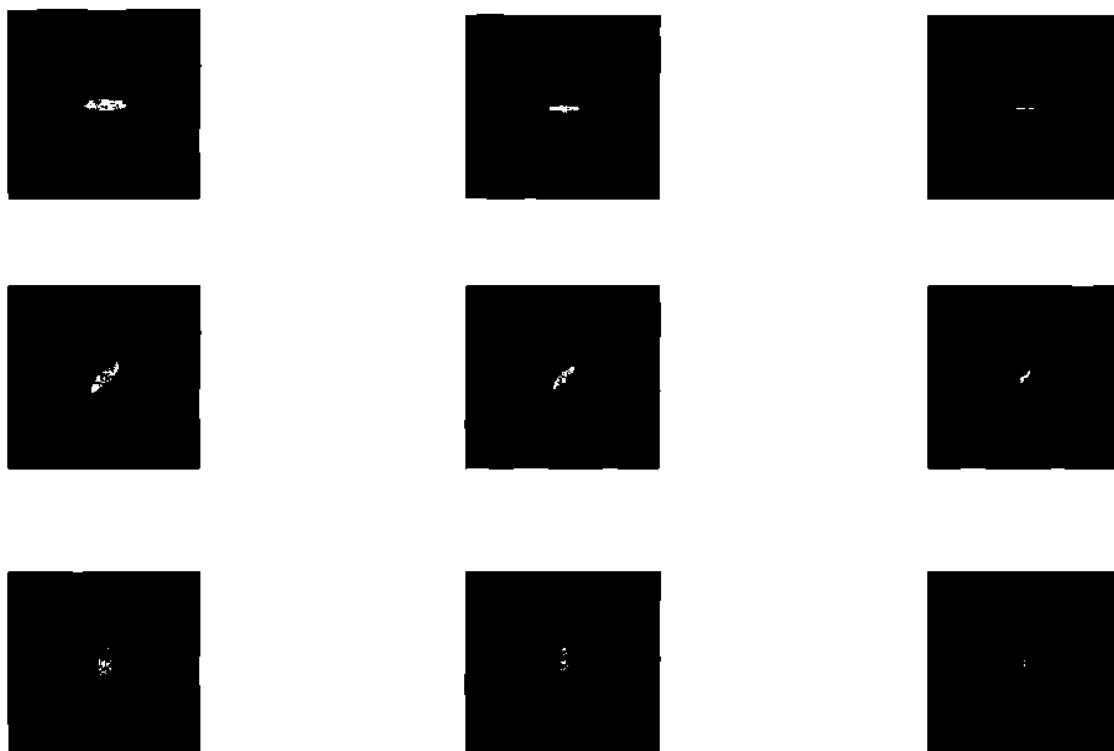
Если для группы верхних рисунков отношение сигнал/шум в среднем (по типам ПРЦ и ракурсам) составляет более 20 дБ и максимальная вероятность ошибки не превышает 0,1, то для нижних рисунков (особенно при «неудачном» ракурсе) решение задачи классификации становится невозможным. При ухудшении разрешающей способности в два раза (нижняя половина таблицы) вероятность ошибки возрастает в 2-3 раза.

Для получения конкретных выводов по другим типам целей и при других условиях наблюдения следует произвести соответствующее статистическое моделирование по предложенной методике.

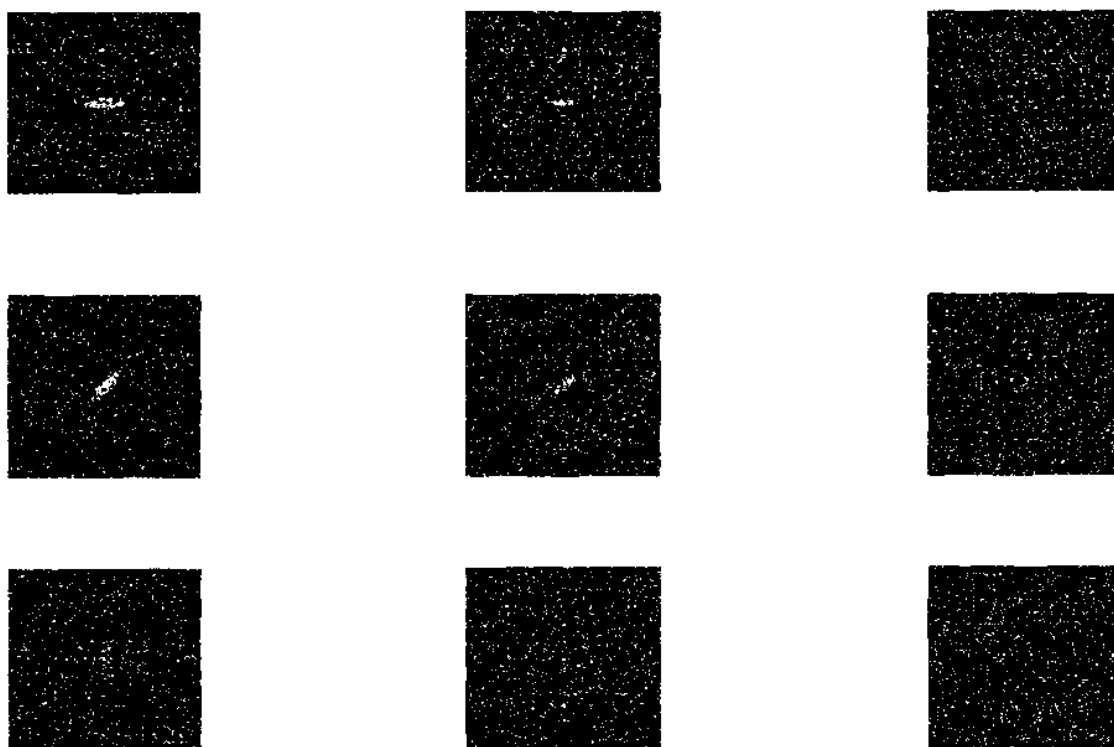
3.5. Сравнительный анализ алгоритмов классификации, основанных на векторе достаточных статистик, в условиях априорной неопределённости

Как показано в главе 2, использование в качестве вектора признаков вектора достаточных статистик приводит к алгоритму (2.2.29). Применение этого алгоритма возможно в условиях, когда ракурс ПРЦ и соответствующий набор, по крайней мере, усреднённых радиолокационных портретов, известен, и банк данных таких РП сформирован. Последнее условие в большинстве практических ситуаций, как правило, не выполняется, что приводит к необходимости использовать признаки и алгоритмы, основанные на ограниченных сведениях о РП ПРЦ и условиях наблюдения. Сравнительный анализ эффективности ряда таких алгоритмов и является предметом обсуждения в данном разделе.

В дальнейшем считаем, что каждый отсчет РЛИ формируется как значение мгновенной мощности после когерентного суммирования в пределах всего времени, выделенного на синтезирование апертуры. При этом каждый такой отсчет имеет (в простейшем случае, когда отражения от поверхности ПРЦ содержат только диффузионную составляющую) экспоненциальную плотность вероятности:



ЭПР МП = -30дБ



ЭПР МП = -10дБ

Рис. 3.10. Примеры РЛИ ПРЦ

Таблица 3.1

N _{пп}	Разрешение (м)	ЭПР МП (дБ)	Ракурс	Р
1	12	- 30	0°	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
			45°	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$
			90°	$\begin{pmatrix} 0.95 & 0.05 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$
2	12	- 20	0°	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.05 & 0.95 \end{pmatrix}$
			45°	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$
			90°	$\begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.15 & 0.85 \end{pmatrix}$
3	12	- 10	0°	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
			45°	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
			90°	$\begin{pmatrix} 0.2 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0.35 & 0.65 \\ 0 & 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$
4	24	- 30	0°	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0.3 \\ 0 & 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$
			45°	$\begin{pmatrix} 0.95 & 0.05 & 0 \\ 0.1 & 0.85 & 0.05 \\ 0 & 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$
			90°	$\begin{pmatrix} 0.95 & 0.05 & 0 \\ 0 & 0.85 & 0.15 \\ 0 & 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$
5	24	- 20	0°	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.6 & 0.4 \\ 0 & 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$
			45°	$\begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 & 0 \\ 0.1 & 0.85 & 0.05 \\ 0 & 0.05 & 0.95 \end{pmatrix}$
			90°	$\begin{pmatrix} 0.95 & 0.05 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0.2 \\ 0 & 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$
6	24	- 10	0°	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0.7 \\ 0 & 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$
			45°	$\begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0.8 & 0.1 \\ 0.05 & 0.3 & 0.65 \end{pmatrix}$
			90°	$\begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.65 \\ 0 & 0.1 & 0.9 \\ 0 & 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$

$$W_k(\eta_i) = \frac{1}{\xi_i^k(\varphi)} \exp\left(-\frac{\eta_i}{\xi_i^k(\varphi)}\right). \quad (3.5.1)$$

В формуле (3.5.1) приняты следующие обозначения: $\eta_i = 0.5|F_i|^2$ - i -й отсчет РЛИ, i - номер отсчета изображения, которое представляет собой двумерное дискретное множество Ω_m , $\xi_i^k(\varphi) = 1 + q_i^k(\varphi)$ – ожидаемое отношение сигнал/шум в i -м отсчете при условии, что наблюдается цель k -го класса при ракурсе φ .

Если отсчеты статистически независимы, то логарифм отношения правдоподобия имеет вид

$$l_k = -\sum_{i \in \Omega} \left[\frac{\eta_i}{\xi_i^k(\varphi)} + \ln \xi_i^k(\varphi) \right]. \quad (3.5.2)$$

При внешней простоте алгоритма (3.5.1) - (3.5.2) его практическая реализация, как уже упоминалось выше, неосуществима в связи с чрезвычайно громоздким перебором возможных значений опорных функций (по сути такие функции – распределения ЭПР по координатам ПРЦ).

В связи с этим введем ряд предположений, которые не носят характера принципиальных ограничений и позволяют вносить изменения, упрощающие реализацию алгоритма. Сформулируем предположения, принятые при анализе.

1. ПРЦ разделяются на три класса, отличающиеся по ЭПР и размерам. Суммарная ЭПР k -го класса равна σ_k^2 .

2. Зависимость общей ЭПР цели от ракурса аппроксимируется зависимостью

$$\sigma_k^2(\varphi) = \frac{\sigma_k^2}{1-b|\varphi|^2}, \quad (3.5.3)$$

где значение $b=0.9/(\pi/2)^2$ принято из эмпирического условия, заключающегося в том, что при изменении ракурса от 0 до 90 величина ЭПР меняется приблизительно на 10 дБ [10].

3. Распределение ЭПР по площади цели считается равномерным

$$\sigma_{ik}^2 = \frac{\sigma_k^2(\varphi)}{S_k(\varphi)}, \quad (3.5.4)$$

где $S_k(\varphi)$ - количество отсчетов цели k -го класса при ракурсе φ .

4. Все элементы РЛИ, не занятые целью, представляют собой отсчеты фона, который имеет одинаковую удельную ЭПР. Отношение мощностей сигнала от фона и шума - g_Φ .

5. Оценка ракурса φ производится после бинарного квантования РЛИ путем измерения параметров прямой, для которой СКО расстояний до точек множества параметров РЛИ НЦ, полученных после бинарного квантования, минимально.

С учетом этих предположений оптимальный алгоритм принимает вид

$$k = \underset{k}{\operatorname{argmin}} \left\{ \left(\frac{S_k(\hat{\varphi})}{\xi_k(\hat{\varphi})} - \frac{1}{g_{\Phi}} \right) \sum_{i \in \Omega_k(\hat{\varphi})} \eta_i + S_k(\hat{\varphi}) \ln \frac{\xi_k(\hat{\varphi})}{S_k(\hat{\varphi}) g_{\Phi}} \right\} \quad (3.5.5)$$

где - $\Omega_k(\varphi)$ область РЛИ, занимаемая ПРЦ k -го класса при ракурсе $\hat{\varphi}$.

Содержание алгоритма (3.5.5) заключается в следующем.

1. Сформированный кадр РЛИ подвергается бинарному квантованию для отсечения фона. По полученному множеству точек производится оценка ракурса φ . Порог квантования выставляется по уровню ложной тревоги. Уровень порога подбирается при анализе.

2. В соответствии с априорной информацией о размерах и ЭПР НЦ каждого k -го класса рассчитываются:

а) размеры области $\Omega_k(\hat{\varphi})$, занимаемой целью k -го класса при ракурсе $\hat{\varphi}$;

б) число точек $S_k(\hat{\varphi})$, приходящихся на цель k -го класса при ракурсе $\hat{\varphi}$ (число точек, входящих в состав $\Omega_k(\hat{\varphi})$);

в) ожидаемое значение параметра $\xi_k(\hat{\varphi})$ для k -го класса при ракурсе $(\hat{\varphi})$.

3. Отсчеты РЛИ в пределах области $\Omega_k(\hat{\varphi})$ суммируются.

4. Вычисляется выражение в фигурных скобках формулы (3.5.5) и принимается решение в пользу того класса ПРЦ, для которого полученное выражение минимально.

Высокая эффективность полученного алгоритма (результаты соответствующего анализа обсуждаются ниже) достигается за счет практически полного учета всей доступной и достоверной априорной информации - размеров, конфигурации областей, занимаемых ПРЦ разных классов, их ЭПР при оцененном ракурсе.

В этой связи представляется целесообразным провести сравнительный анализ оптимального алгоритма с рядом других, зависящих от априорной информации в меньшей степени, чем это необходимо для алгоритма (3.5.5).

Перечислим алгоритмы, которые сравнивались с (3.5.5).

$$1. \hat{k} = \underset{k}{\operatorname{argmin}} \left\{ \frac{|\hat{\xi} - \xi_k|}{\xi_k} \right\} \quad (3.5.6)$$

$$2. \hat{k} = \underset{k}{\operatorname{argmin}} \left\{ \frac{|\hat{S} - S_k|}{S_k} \right\} \quad (3.5.7)$$

$$3. \hat{k} = \underset{k}{\operatorname{argmin}} \left\{ \frac{|\hat{\xi} - \xi_k|}{\xi_k} + \frac{|\hat{S} - S_k|}{S_k} \right\} \quad (3.5.8)$$

$$4. \hat{k} = \underset{k}{\operatorname{argmin}} \left\{ \frac{|\hat{\xi}(\hat{\varphi}) - \xi_k|}{\xi_k} \right\} \quad (3.5.9)$$

$$5. \hat{k} = \underset{k}{\operatorname{argmin}} \left\{ \frac{|\hat{S} - \hat{S}_k(\hat{\varphi})|}{S_k(\hat{\varphi})} \right\} \quad (3.5.10)$$

$$6. \hat{k} = \underset{k}{\operatorname{argmin}} \left\{ \frac{|\hat{\xi}(\hat{\varphi}) - \xi_k|}{\xi_k} + \frac{|\hat{S} - S_k|}{S_k} \right\} \quad (3.5.11)$$

$$7. \hat{k} = \underset{k}{\operatorname{argmin}} \left\{ \frac{|\hat{\xi} - \xi_k|}{\xi_k} + \frac{|\hat{S} - S_k(\hat{\varphi})|}{S_k(\hat{\varphi})} \right\} \quad (3.5.12)$$

$$8. \hat{k} = \underset{k}{\operatorname{argmin}} \left\{ \frac{|\hat{\xi}(\hat{\varphi}) - \xi_k|}{\xi_k} + \frac{|\hat{S} - S_k(\hat{\varphi})|}{S_k(\hat{\varphi})} \right\} \quad (3.5.13)$$

где $\hat{\xi} = \sum_{\eta_i > H} \frac{\eta_i}{\sigma_{\text{III}}^2}$ - оценка суммарной мощности в пределах области РЛИ, где отсчеты

η_i превышают порог H , установленный по уровню мощности фона; $\hat{\xi}(\hat{\varphi}) = \frac{\hat{\xi}}{1 - b(\hat{\varphi})^2}$ - та же оценка, пересчитанная к нулевому ракурсу; S_k - среднее число точек, приходящихся на цель k -го класса; $S_k(\hat{\varphi})$ - число точек, соответствующих цели k -го класса при условии, что ракурс равен $\hat{\varphi}$; \hat{S} - оценка размеров ПРЦ - число отсчетов РЛИ, превысивших порог.

В приведенном перечне алгоритмов простейшими, не использующими оценок ракурса, являются алгоритмы 1-3. Наиболее сложным, учитывающим изменение и ЭПР, и размеров при вариациях ракурса, является алгоритм 8. По существу, он отличается от оптимального лишь тем, что не требует априорного знания области РЛИ, занимаемой ПРЦ каждого класса при всех допустимых ракурсах. Алгоритмы 4-7 занимают промежуточное положение.

Сравнение эффективности перечисленных выше алгоритмов производилось методом статистического моделирования на гипотетических тестовых РЛИ, имеющих разрешающую способность порядка 25м. Мощность фона соответствует подстилающей поверхности с удельной ЭПР 20дБ. Радиолокационные портреты простейших НЦ формировались для 5 опорных ракурсов в пределах от 0 до 90 градусов. Конкретные ракурсы цели задавались случайными, равновероятными. Порог для отсекающего фона устанавливался на уровне, при котором вероятность его превышения отдельным отсчетом фона не превышала 0.01.

Результаты сравнительного анализа выбранных девяти алгоритмов приведены на рис 3.11. По оси абсцисс отложено отношение мощности сигнала, отраженного "малым" ПРЦ, к мощности фона в пределах площади, занимаемой целью. Общее

количество распознаваемых классов равно 3, причем цели разных классов отличаются по ЭПР на 3дб, а по площади на 50%.

Как следует из полученных результатов, основной алгоритм (3..5..5) обладает существенно более высокой эффективностью. Следующую по качеству группу алгоритмов занимают те, которые используют адаптивную оценку ракурса для выбора интегральной ЭПР каждого класса целей, соответствующей оцененному ракурсу. И, наконец, наименее эффективны алгоритмы, использующие различия в размерах, но пренебрегающие информацией о различиях в ЭПР различных классов ПРЦ.

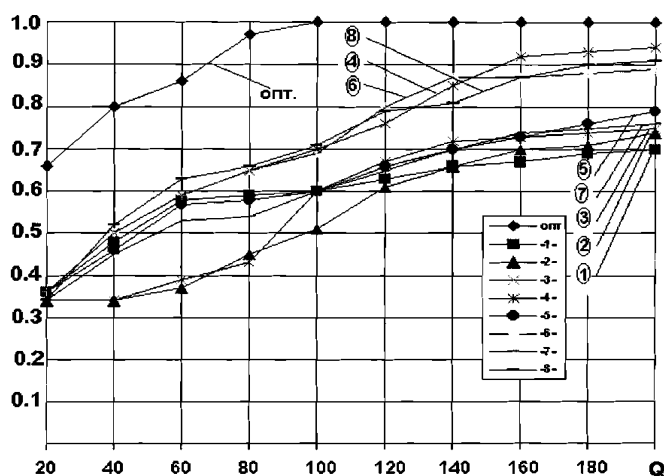


Рис. 3.11. Сравнение алгоритмов классификации

3.6. Комплексное распознавание. Классификация ПРЦ по данным нескольких средств наблюдения

Применение оптимальных и близких к ним алгоритмов классификации, использование самых различных признаков в самых разных комбинациях тем не менее не гарантируют требуемой эффективности классификации ПРЦ по одному выборочному РЛИ в связи с его искажениями, вызванными, в первую очередь, априорной неопределенностью относительно закона движения ПРЦ относительно своего центра масс в момент визирования. В этом случае повышение вероятности правильной классификации может быть обеспечено при совместном использовании данных, полученных, в общем случае, принципиально разными средствами наблюдения: радиолокационными, радиотехническими, оптическими, радиометрическими и т.п. или одинаковыми средствами в разное время. В этом случае встает вопрос об оптимальном использовании совокупности всех данных для принятия решения о классе ПРЦ: разработке соответствующих алгоритмов и анализе их эффективности.

3.6.1. Процедуры комплексной классификации

Алгоритм комплексной классификации может строиться на основе двух принципов:

- объединение признаков;
- объединение решений.

В первом случае от различных средств наблюдения (СН) в центральный пункт (ЦП) обработки поступают значения признаков, например, данные радиолокационной разведки (РЛР) - отсчеты РЛИ или функции от них; данные радиотехнической разведки (РТР) – параметры разведанных сигналов - мощность, частота, длительность импульсов, период их следования и т.д.; данные радиоразведки (РР) - вид и глубина модуляции РР. Собственно процедура классификации носит в этом случае традиционный характер: создание базы данных на основе обучающих выборок и принятие решения с помощью канонических параметрических или непараметрических правил. При достаточных временных и вычислительных ресурсах такое решение задачи классификации обеспечивает достоверность, близкую к оптимальной. Однако, названному методу присущ ряд недостатков, а именно:

- чрезвычайно высокие требования к объему памяти и быстродействию процессоров обработки;
- повышенные требования к количеству и качеству информации, передаваемой по каналам связи;
- необходимость комплексного функционального изменения алгоритмов обработки информации и технических устройств их реализации на существующих и разрабатываемых средствах наблюдения, что связано с существенными организационными и финансовыми затратами.

Указанные соображения позволяют высказать уверенность в целесообразности комплексирования информации на уровне объединения решений, когда исходными сведениями для ЦП являются частные решения о классах наблюдаемых ПРЦ, вынесенные отдельными средствами наблюдения.

Следует отметить, что между рассматриваемыми полярными случаями возможны промежуточные варианты. Так, например, отдельное средство наблюдения может не выносить окончательного решения, но формировать ограниченное число интегральных, наиболее значимых информативных признаков и передавать их по каналу связи на ЦП, где и принимается решение по совокупности всех принятых признаков, а не только частных решений индивидуальных средств наблюдения. Другим вариантом может быть принятие частного решения каждым СН, но число таких

решений в каждом средстве наблюдения не ограничивается числом классов ПРЦ, но и содержит набор промежуточных подклассов, включающих оценку ракурса и некоторых других параметров, характеризующих рыскание, качку и т.д.

Распространенной процедурой принятия решения на ЦП является правило взвешенного суммирования. Названное правило является оптимальным с позиций теории статистических решений при независимости принятых решений о классе ПРЦ отдельными СН. Содержание правила взвешенного суммирования заключается в следующем. При поступлении в ЦП решения 1-го источника информации ($l = \overline{1, L}$) в пользу i -го класса для каждого j -го класса ($i, j = \overline{1, M}$) вычисляется коэффициент, равный:

$$V_{jl} = C_{ijl}; C_{ijl} = A \lg \frac{P_{ijl}}{P_{il}}, \quad (3.6.1)$$

$$\text{где } P_{il} = \min_j P_{ijl}; A^{-1} = \max_{i, j, l} \lg \left(\frac{P_{ijl}}{P_{il}} \right),$$

где P_{ijl} = вероятность вынесения решения в пользу i -го класса l -м источником при фактическом наличии ПРЦ j -го класса. Полученные коэффициенты суммируются

$$V_j = \sum_{l=1}^L V_{jl}; j = \overline{1, M}$$

и принимается решение в пользу класса, для которого величина V_j максимальна.

Рассмотрим некоторые упрощения алгоритма взвешенного суммирования. Прежде всего проанализируем ситуацию, когда вероятности правильных и ошибочных решений одинаковы для разных СН:

$$P_{ji1} = P_{ji2} = \dots = P_{jiL} = P_0$$

$$P_{ij1} = P_{ij2} = \dots = P_{ijL} = \frac{1-P_0}{M-1}; 1 \neq j; 1, j = \overline{1, M}$$

В этом случае реализуется процедура "простого голосования", когда решение принимается в пользу того класса, за который "голосует" большинство СН. Названная процедура является оптимальной, если:

- источники информации статистически независимы;
- достоверность источников одинакова;
- вероятности ошибочных решений одинаковы.

Простое голосование представляет собой достаточно эффективную процедуру принятия коллективного решения, если достоверности источников мало отличаются между собой. Если такое различие существенно, то правило простого голосования может приводить к ухудшению достоверности при комплексировании. Этот недостаток

обсуждаемого правила заключается в том, что игнорируются различия в достоверности работы различных источников, уравнивается их влияние на конечный результат, что может привести к существенному снижению эффективности коллективного распознавания, например, при наличии одного СН с очень высокой достоверностью ($P_{il} \approx 1$) и нескольких СН с низкой ($P_{il} \neq 1$) при простом голосовании верное решение "хорошего" СН "затеряется" среди множества решений СН с низкой эффективностью.

От этого недостатка свободно правило взвешенного голосования, которое реализуется при выполнении следующего условия:

$$P_{ijl} = \frac{1-P_{ijl}}{M-1}; i \neq j; i, j = \overline{1, M}.$$

При этом каждому "голосу" приписывается свой "вес":

$$C_{ijl} = A \lg \frac{P_{ijl}}{P_{ijl}}; C_{ijl} = 0.$$

Эта процедура является оптимальной при соблюдении первого и третьего условий правила простого голосования. Взвешенное голосование практически не уступает оптимальному правилу принятия решения, если вероятности ошибочных решений мало отличаются между собой. При невыполнении последнего условия следует использовать правило взвешенного суммирования, которое при вынесении частного решения СН приписывает свой вес не только выбранному, но и всем остальным классам. При всех достоинствах оптимального голосования ему присущ недостаток, связанный с требованием указать значения вероятностей P_{ijl} ошибочных решений в пользу 1-го класса при наличии НК j -го класса в 1-м СН. Априорное знание таких, вероятностей может быть весьма проблематичным особенно на начальных этапах функционирования системы коллективного распознавания.

3.6.2. Анализ эффективности классификации

С целью получения самых общих представлений о повышении эффективности классификации ПРЦ за счет комплексирования данных от разных средств наблюдения рассмотрим зависимость вероятности правильного распознавания (ВПР) всей системы в целом (P_ε) от ВПР одного СН (P_p) при разном количестве источников информации L . В частности, на рис.3.12 приведена названная зависимость для алгоритма простого голосования. Из рисунка следует, что для получения итоговой вероятности $P_\varepsilon > 0.9$ при наличии 6 независимых средств наблюдения частная вероятность правильной классификации каждым СН должна быть не менее 0.7. (Вывод соответствующей методики расчета приведен в Приложении).

В некоторых случаях, проиллюстрированных в [121], процедуры простого голосования снижают итоговую ВПР. Так, например, при объединении трех СН, из которых два имеют ВПР, равную 0.4, а один – 0.9 при простом голосовании $P_e < 0.7$, а при взвешенном больше 0.9.

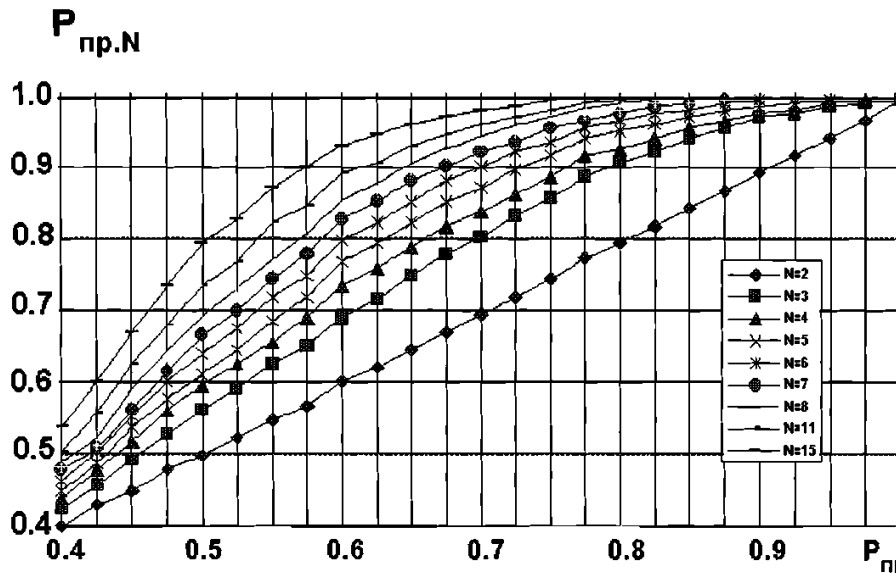


Рис.3.12. Зависимости вероятности правильного распознавания при простом голосовании от вероятности правильного распознавания при принятии решения по одному наблюдению

Конкретный пример применения алгоритма коллективного распознавания рассмотрим для ситуации объединения данных радиолокационной и радиотехнической разведки. Предположим, что классификатор располагает следующими источниками информации.

1. Станция РТР, определяющая класс ПРЦ по параметрам частотной модуляции принимаемого сигнала, вызванной килевой и бортовой качками ПРЦ при использовании электронной стабилизации луча РЛС.

2. РЛС с синтезированной апертурой, определяющая класс ПРЦ по его радиолокационному изображению. Причем сведения о классе ПРЦ, формируемые РСА могут быть получены неоднократно на разных витках орбиты носителя РСА. Эти сведения считаются статистически независимыми.

Эффективность каждого СН оценивается матрицей вероятностей правильных и ошибочных решений.

$$P = \begin{pmatrix} P_{A/A} & P_{K/A} & P_{Э/A} \\ P_{A/K} & P_{K/K} & P_{Э/K} \\ P_{A/Э} & P_{K/Э} & P_{Э/Э} \end{pmatrix}$$

Цифровое моделирование алгоритма классификации по данным средств РТР, описанное и исследованное в [107], для одной из возможных практических ситуаций, позволило получить следующую матрицу:

$$P = \begin{pmatrix} 0.88 & 0.12 & 0.0 \\ 0.15 & 0.78 & 0.07 \\ 0.0 & 0.28 & 0.72 \end{pmatrix}$$

Для второго из используемых средств наблюдения – РСА. Выделим две типовых ситуации, исследованных методом статистического моделирования при использовании в качестве прототипа тактико-технических характеристик космического аппарата SEASAT. При высокой эффективности (отношение сигнал/шум на выходе линейной части приемника составляет величину порядка 20 дБ) оценка матрицы вероятностей правильной и ошибочной классификации была получена в следующем виде:

$$P_2^{(1)} = \begin{pmatrix} 0.95 & 0.04 & 0.01 \\ 0.03 & 0.85 & 0.12 \\ 0.00 & 0.09 & 0.91 \end{pmatrix}$$

При низком отношении сигнал/шум (порядка 14 дБ) оценка матрицы имеет вид:

$$P_2^{(2)} = \begin{pmatrix} 0.65 & 0.22 & 0.13 \\ 0.18 & 0.49 & 0.33 \\ 0.10 & 0.27 & 0.63 \end{pmatrix}$$

Используя приведенные данные о достоверности различных СН моделировались разные ситуации коллективного распознавания. Предполагалось, что от каждого источника поступает информация о номере выбранного класса. Сравнивались, два правила принятия решения: простое голосование и взвешенное суммирование, причем при взвешенном суммировании матрицы вероятностей, описывающие эффективность различных средств наблюдения, предполагались известными. Результаты моделирования сведены в таблица 3.2. В первом ее столбце приведены обозначения матриц, вероятностей используемых источников. Цифра перед матрицей указывает на число независимых СН (при моделировании изменялось количество решений, принимаемых на основе РСА).

Из анализа результатов моделирования можно сделать следующие выводы. Если имеются два источника информации с разными матрицами вероятностей верных и ошибочных решений, то при простом голосовании итоговая матрица оказывается "средней" между исходными матрицами. При взвешенном суммировании итоговая матрица будет, по крайней мере, не хуже, чем любая из исходных. При простом голосовании вероятность ошибки с ростом числа "плохих" источников информации может даже увеличиваться, если в коллективе распознающих автоматов наряду с

источником, обладающим высокой достоверностью, присутствуют "плохие" СН, имеющие низкую эффективность классификации.

Правило взвешенного суммирования при тех же условиях обеспечивает гарантированный выигрыш по отношению к самому "хорошему" средству наблюдения, используемому вне коллектива решающих правил. Платой за такой выигрыш является априорное знание достоверности классификации ПРЦ каждым средством наблюдения.

Таблица 3.2

Комбинация СН	Простое голосование			Взвешенное суммирование		
$P_1, 1P_2^{(1)}$	0.91	0.08	0.01	0.95	0.05	0.00
	0.09	0.82	0.09	0.03	0.81	0.16
	0.00	0.18	0.82	0.00	0.03	0.97
$P_1, 2P_2^{(1)}$	0.99	0.01	0.00	0.99	0.01	0.00
	0.02	0.94	0.04	0.01	0.95	0.03
	0.00	0.05	0.95	0.00	0.05	0.95
$P_1, 6P_2^{(2)}$	0.91	0.07	0.02	0.94	0.06	0.00
	0.07	0.72	0.21	0.05	0.82	0.13
	0.01	0.14	0.85	0.00	0.13	0.87
$P_1, 10P_2^{(2)}$	0.94	0.05	0.01	0.97	0.03	0.00
	0.05	0.75	0.20	0.04	0.89	0.07
	0.00	0.10	0.90	0.00	0.13	0.87
$P_1, 14P_2^{(2)}$	0.98	0.02	0.00	0.98	0.02	0.00
	0.03	0.78	0.19	0.02	0.91	0.07
	0.00	0.06	0.94	0.00	0.07	0.93

Названные сведения не могут быть получены иначе, чем в результате оценки эффективности каждого классификатора либо по рабочим, либо экспериментальным, либо моделируемым выборкам наблюдаемых данных.

3.7. Методика расчета вероятности правильного распознавания при объединении решений отдельных СН методом простого голосования

Рассмотрим задачу расчета матрицы вероятностей правильных и ошибочных решений при условии, что частные решения выносятся одинаковыми средствами наблюдения методом простого голосования. Число объединяемых решений P . Априорные вероятности P_j наблюдения каждого типа ПРЦ известны. Число классов, как и в предыдущих случаях, равно трем. Предположим, что в пользу j -го класса принято n_j частных решений. Общее число объединяемых решений - N . Тогда вероятность возникновения конкретной ситуации совмещения n_1, n_2 и $n_3 = N - (n_1 + n_2)$ частных решений при наблюдении цели 1-го класса равна

$$C_N^{n_1} C_{N-n_1}^{n_2} P_{1j}^{n_1} P_{2j}^{n_2} P_{3j}^{N-n_1-n_2}$$

Следует заметить, что при использовании простого голосования могут возникнуть конфликтные ситуации, когда справедливо одно из следующих условий

$$n_1 = n_2 > n_3$$

$$n_1 = n_3 > n_2$$

(3.7.1)

$$n_2 = n_3 > n_1$$

или

$$n_1 = n_2 = n_3 = N/3$$

(3.7.2)

Предположим, что разрешение конфликтных ситуаций производится случайным образом. При этом в ситуациях (3.7.1) конфликт между j -м и r -м классами разрешается в пользу j -го класса с вероятностями $P_{k2}(j/r)$, которые представлены в виде матрицы:

$$P_{k2} = \begin{pmatrix} 0 & P_{k2}(1/2) & P_{k2}(1/3) \\ P_{k2}(2/1) & 0 & P_{k2}(2/3) \\ P_{k2}(3/1) & P_{k2}(3/2) & 0 \end{pmatrix}$$

для элементов которой справедливо условие

$$P_{k2}(j/r) + P_{k2}(r/j) = 1 \text{ при } j \neq r$$

Конфликтные ситуации типа (3.7.1) с вероятностью $P_{k3}(j)$ разрешаются в пользу j -го класса. При этом справедливо равенство

$$P_{k3}(1) + P_{k3}(2) + P_{k3}(3) = 1$$

Используя введенные предположения, для вероятности вынесения итогового решения в пользу j -го класса при наблюдении цели i -го класса можно воспользоваться

$$\text{выражением: } P_N(j/i) = \sum_{n_j=0}^N \sum_{n_r=0}^{N-n_j} C_N^{n_j} C_{N-n_j}^{n_r} P_{ji}^{n_j} P_{ri}^{n_r} P_{qi}^{N-n_j-n_r} * A(N, n_j, n_r),$$

где $r \neq j$, $r \neq q$, $q \neq j$.

Коэффициент $A(N, n_j, n_r)$ принимает следующие значения:

$$A(N, n_j, n_r) = \left\{ \begin{array}{lll} 0 & \text{если } n_j < n_r & \text{или } n_j < \frac{N-n_r}{2} \\ 1 & \text{если } n_j > n_r & \text{и } n_j > \frac{(N-n_r)}{2} \\ P_{k2}\left(\frac{j}{r}\right) & \text{если } n_j = n_r & \\ P_{k2}\left(\frac{j}{q}\right) & \text{если } n_j = \frac{N-n_r}{2} & \text{и } n_j > \frac{N}{3} \\ P_{k3}(j) & \text{если } n_j = n_r = \frac{N}{3} & \text{и } n_j > n_r \end{array} \right\}$$

Вероятность правильного распознавания ПРЦ на основе частных решений определяется в соответствии с выражением

$$P_{\text{пр.}N} = \sum_{i=1}^3 P_i P_N \left(\frac{1}{i} \right).$$

Литература к главе 3

1. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции: в 3т. / Г. Ван Трис. М.: Сов. радио, 1972. т.1. 744с.

1. Растринин Л.А. Метод коллективного распознавания / Л.А.Растринин, Р.Х.Эринштейн. М.: Энергоиздат, 1981. 80с.

2. Загоруйко Н.Г. Методы распознавания и их применение / Н.Г. Загоруйко. М.: Сов. Радио 1972. 206с.

3. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. М.: Наука, 1977. 832с.

4. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. В 3 т. Т. 3. / Г. Ван Трис. М.: Сов. радио. 1977. т. 3. 664с.

5. Терраин Ч.У. Алгоритмы анализа изображений, основанные на статистических моделях / Ч.У. Терраин, Т.Ф. Куатъери, Д.Е. Даржон. ТИИЭР. 1986. [т.72. N 4](#). с.4-26.

6. Л.Г. Доросинский Использование граничных соотношений Кайлата для оценки эффективности классификации сигналов. 24-я Международная Крымская конференция "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии", Севастополь, 7-13 сентября 2014г

4. ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РЛИ

Реализация оптимального и близких к нему по эффективности подоптимальных алгоритмов практически неосуществима без решения ряда дополнительных задач. Среди которых наиболее важными являются следующие.

Оценка центра РЛИ ПРЦ в пределах сформированного кадра.

Оценка области РЛИ, занимаемой радиолокационным изображением ПРЦ.

Оценка ракурса (пространственной ориентации ПРЦ относительно траектории космического аппарата).

Названные задачи рассмотрены в данной главе.

4.1 Измерение общегрупповых параметров распределенной цели. Измерение координат центра РЛИ

При решении задачи классификации, сопровождения траектории движения ордера ПРЦ или отдельной цели неизбежно возникает задача определения ряда общегрупповых параметров, таких как координата центра ордера (центра РЛИ ПРЦ), количество целей в составе ордера ("блестящих точек" в составе ПРЦ), размеры ордера (размеры РЛИ ПРЦ), скорость и направление движения, ракурс и т.п.

Отличие методов решения задачи измерения параметров движения одиночного ПРЦ или ордера в целом имеет не принципиальный, а количественный характер, поскольку как в одном, так и в другом случаях наблюдаемые данные представляют собой совокупность двумерных отсчетов, характеризующих распределение мощности отраженного сигнала по координатам плоскости, занимаемой ордером ПРЦ (при относительно низком разрешении) или отдельно взятым объектом (в случае высокой разрешающей способности). Отличие процедур измерения общегрупповых параметров определяется по существу размерами области наблюдения: локальная область, сравнимая по размерам с РЛИ ПРЦ, или радиолокационное изображение области акватории, в пределах которой находится наблюдаемый ордер. В связи с названными соображениями теоретическая часть синтеза и анализа проблемы определения общегрупповых параметров излагается в общем виде без конкретизации тактической задачи.

4.1.1. Синтез оптимального измерителя общегруппового параметра групповой цели

В настоящем разделе рассмотрено решение задачи оптимального измерения координаты общегруппового центра распределенной цели. Вся доступная информация о пространственном положении цели содержится в апостериорной плотности

вероятности $P(\bar{x}_{\Pi}; \bar{x}_1 \dots \bar{x}_n; n)$, где \bar{x}_{Π} - координата общегруппового центра цели, n - число отсчетов полученного РЛИ, $\bar{x}_1 \dots \bar{x}_n$ - пространственные координаты отдельных элементов группы относительно общегруппового центра.

Определяющее значение для решения задачи синтеза устройства оценки общегруппового центра имеет апостериорная плотность вероятности

$$P(x_{\Pi}) = \langle P(x_{\Pi}; n; x_1 \dots x_n) \rangle_{n, \bar{x}}, \quad (4.1.1)$$

поскольку принятие решения заключается в определении какого-либо параметра названной плотности (математического ожидания, моды и т.д.), выбор которого зависит от принятого критерия (минимум среднеквадратической ошибки, максимум апостериорной вероятности и т.п.).

В выражении (4.1.1) усреднение производится по всем возможным значениям как числа элементов цели, так и комбинациям их пространственных координат.

При заданной априорной вероятности $P(\bar{x}_{\Pi})$ и коэффициенте правдоподобия $\Delta(\bar{U}/\bar{x}_{\Pi})$ выражение апостериорной плотности вероятностей определяется по формуле Байеса

$$P(\bar{x}_{\Pi}) = CP(\bar{x}_{\Pi})\bar{\Delta}(\bar{U}/\bar{x}_{\Pi}), \quad (4.1.2)$$

где \bar{U} - вектор комплексных амплитуд наблюдаемых данных.

Коэффициент правдоподобия в формуле (4.1.2) определяется статистическим усреднением частного коэффициента правдоподобия $\Delta(\bar{U}/\bar{x}_{\Pi}; x_1, x_2, \dots, x_n)$, записанного в предположении, что координаты элементов цели известны и фиксированы, по всем возможным значениям вектора $\bar{x}_n = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$ координат отдельных точек ПРЦ

$$\bar{\Delta}(\bar{U}/\bar{x}_{\Pi}) = \langle \Delta(\bar{U}/\bar{x}_{\Pi}; \bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \rangle_{\bar{x}_n}. \quad (4.1.3)$$

Усреднение в (4.1.3) производится по плотностям вероятности

$$\pi_n(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n; \Omega/\bar{x}_{\Pi}), \quad (4.1.4)$$

содержание которых заключается в следующем. Вероятность ΔP_n нахождения в области пространства Ω , занятой целью, ровно n целей, координаты которых попали в интервалы

$$(\bar{x}_1, \bar{x}_1 + \bar{\Delta}_1), \dots, (\bar{x}_n, \bar{x}_n + \bar{\Delta}_n)$$

при условии, что координата центра цели \bar{x}_{Π} , с точностью до величин второго порядка малости относительно $\bar{\Delta} = \max_{1 \leq j \leq n} \bar{x}_j$, выражаются в виде

$$\Delta P_n = \pi_n(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n; \Omega) \bar{\Delta}_1, \dots, \bar{\Delta}_n [1 + O(\bar{\Delta})]. \quad (4.1.5)$$

При сделанных предположениях операция усреднения (4.1.3) может быть конкретизирована следующим образом:

$$\Delta[\bar{U}/\bar{x}_{\Pi}] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \int_{(n)} \Delta_n(\bar{x}_n) \pi(\bar{x}_n/\bar{x}_{\Pi}) d\bar{x}_n. \quad (4.1.6)$$

Индекс (n) под интегралом указывает на его кратность, причем область интегрирования равна Ω -интервалу возможных координат элементов цели.

Если сигналы разрешены по каждой из своих координат, то справедливо выражение:

$$\Delta_n(\bar{x}_n) = \prod_{i=1}^n \Delta_1(\bar{U}, \bar{x}_i) \quad (4.1.7)$$

и, следовательно, для (4.1.6) можно записать:

$$\Delta[U/x_n] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \int_{(n)} \left\{ \prod_{i=1}^n \Delta_1(\bar{U}, \bar{x}_i) \right\} \pi_n(\bar{x}_n/\bar{x}_{\Pi}), \quad (4.1.8)$$

где $\Delta_1(\bar{U}, \bar{x}_i)$ - коэффициент правдоподобия для цели, состоящей из одного элементарного отражателя с пространственной координатой \bar{x}_i .

В соответствии с методикой [1] более удобной по сравнению с (4.1.4) вероятностной характеристикой для задания расположения элементов ПРЦ может служить производящий функционал

$$L(u) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \int_{(n)} \pi\left(\frac{\bar{x}_n}{\bar{x}_{\Pi}}\right) \prod_{i=1}^n [u(\bar{x}_i) + 1] d\bar{x}_n. \quad (4.1.9)$$

Производящий функционал (4.1.9) позволяет выразить апостериорные характеристики многоэлементной цели в более компактной форме для ряда важных случаев. Это, в первую очередь относится к тем статистическим ситуациям, когда: цели разрешены по всем координатам, а априорные координаты отдельных элементов групповой цели представляют собой поток Пуассона или Бернулли.

Во избежание громоздких выкладок в дальнейшем подробно рассмотрим задачу в одномерном варианте, а именно, определим алгоритм оценки одной координаты общегруппового параметра цели (центра ПРЦ) и оценим его эффективность для ряда важных практических приложений. Такой подход по существу не снижает общности основных выводов и рекомендаций существенно упрощая решение задачи синтеза и анализа.

Сравнивая выражения (4.1.8) и (4.1.9), нетрудно установить следующее соотношение:

$$\Delta\left[\frac{\bar{U}}{x_{\Pi}}\right] = L\left[\Delta_1(u) - \frac{1}{x_{\Pi}}\right]. \quad (4.1.10)$$

Априорная информация о координатах отдельных элементов групповой цели задается ниже в двух вариантах:

- а) координаты отдельных целей представляют собой поток Пуассона;
- б) координаты отдельных целей аппроксимируются потоком Бернулли.

Для потока Пуассона производящий функционал получен в [2]:

$$L[u] = \exp \left\{ \int_{\Omega} \beta(x) u(x) dx \right\}, \quad (4.1.11)$$

где $\beta(x)$ - интенсивность пуассоновского потока, заданная как функция от координаты цели.

Сравнение выражений (4.1.11) и (4.1.10) позволяет непосредственно получить выражение для усредненного коэффициента правдоподобия при моделировании отсчетов РЛИ ПРЦ пуассоновским потоком

$$\Delta[\bar{U}/x_{Ц}] = \exp \left\{ \int_{\Omega} \beta(x/x_{Ц}) [\Delta_1(\bar{U}, x) - 1] dx \right\} \quad (4.1.12)$$

Принятое для интенсивности потока обозначение $\beta(x/x_{Ц})$ подчеркивает зависимость интенсивности от измеряемого параметра - координаты центра сложной цели $x_{Ц}$.

Для другого частного случая, когда поток координат элементов поверхности РЛИ ПРЦ аппроксимирован потоком Бернулли, выражение производящего функционала имеет вид:

$$L[u] = \prod_{j=1}^k \left[1 + \int_{\Omega} u(x) e_j(x) dx \right], \quad (4.1.13)$$

где k - максимальное число отдельных элементов групповой цели (число элементов разрешения, приходящихся на цель максимально возможных размеров).

$e_j(x)$ - парциальная плотность вероятности наличия отражающего элемента на j -й позиции (с номером j), не обязательно нормированная к единице, то есть

$$\int_{\Omega} e_j(x) dx = v_j \leq 1, \quad (4.1.14)$$

что допускает отсутствие отражающего элемента цели в j -м элементе разрешения с вероятностью

$$\mu_j = 1 - v_j. \quad (4.1.15)$$

Сравнение выражений (4.1.10) и (4.1.13) позволяет получить коэффициент правдоподобия

$$\Delta[\bar{U}/x_{Ц}] = \prod_{j=1}^k \left[1 + \int_{\Omega} e_j(x/x_{Ц}) [\Delta_1(\bar{U}, x_{Ц}) - 1] dx \right]. \quad (4.1.16)$$

С учетом (4.1.14) и (4.1.15) последнее выражение может быть записано в следующем виде

$$\Delta[\bar{U}/x_{Ц}] = \prod_{j=1}^k \left[\mu_j(x) + \int_{\Omega} e_j(x/x_{Ц}) \Delta_1(\bar{U}, x) dx \right]. \quad (4.1.17)$$

В тех случаях, когда решение принимается по критерию максимума апостериорной плотности вероятности, оценка координаты центра цели находится из выражения

$$\hat{x}_{Ц} = \operatorname{argmax} \left\{ \ln P(x_{Ц}) + \ln \Delta \left[\frac{\bar{U}}{x_{Ц}} \right] \right\} \quad (4.1.18)$$

и определяется формулами:

для пуассоновского потока

$$\hat{x}_{Ц} = \operatorname{argmax} \left\{ \ln P(x_{Ц}) + \int_{\Omega} \beta(x/x_{Ц}) [\Delta(\bar{U}, x) - 1] dx \right\}, \quad (4.1.19)$$

для потока Бернулли

$$x_{Ц} = \operatorname{argmax} \left\{ \ln P(x_{Ц}) + \sum_{j=1}^k \ln \left[\mu_j(x) + \int_{\Omega} e_j(x/x_{Ц}) \Delta_1(\bar{U}, x) dx \right] \right\}. \quad (4.1.20)$$

Соответствующие схемы изображены на рис.4.1 и на рис.4.2.

Как в том, так и другом случае основная функциональная операция состоит в обобщении данных оптимальных приемников первичной обработки (интегрировании по ожидаемой протяженности цели с весами, определяемыми априорным изменением интенсивности потока с соответствующим «загрублением» разрешающей способности).

Таким образом, для построения классического байесовского измерителя необходимо априорное знание интенсивности потока $\beta(x/x_{Ц})$ или парциальных плотностей $e(x)$, которые должны рассчитываться, исходя из принятых моделей отдельных ПРЦ и/или тактики построения.

4.1.2. Анализ эффективности алгоритма измерения координаты центра ПРЦ

Оценка максимума апостериорной вероятности образуется путем выбора канала формирования $\hat{P}(x_{Ц})$, в котором апостериорная плотность вероятности принимает максимальное значение. В частности, если известно приближение $x_{Ц}'$ к истинному значению $x_{Ц}$, отстоящее от последнего меньше, чем на величину апостериорного

среднеквадратичного разброса, удобно аппроксимировать $\ln \dot{P}(x'_{ц})$ квадратичным разложением относительно точки $x'_{ц}$:

$$\ln \dot{P}(x_{ц}) \cong \ln \dot{P}(x'_{ц}) + \frac{d \ln \dot{P}(x'_{ц})}{dx_{ц}}(x - x'_{ц}) + \frac{d^2 \ln \dot{P}(x'_{ц})}{dx_{ц}^2}(x - x_{ц})^2. \quad (4.1.21)$$

После дифференцирования по $x_{ц}$ получаем решение уравнение правдоподобия

$$\hat{x}_{ц} = x'_{ц} - \frac{\frac{d}{dx_{ц}} \ln \dot{P}_1(x'_{ц})}{\frac{d^2}{dx_{ц}^2} \ln \dot{P}_1(x'_{ц})} \quad (4.1.22)$$

При относительно невысокой априорной точности, когда априорное распределение практически неизменно в окрестности пика коэффициента правдоподобия $\Delta[\bar{U}/x_{ц}]$, переходим к оценкам максимального правдоподобия. При этом дисперсия оценки определяется соотношением

$$\sigma_{x_{ц}}^2 = -M \left\{ \left[\frac{d \ln \dot{P}(U/x_{ц})}{dx_{ц}} \right] \right\}. \quad (4.1.23)$$

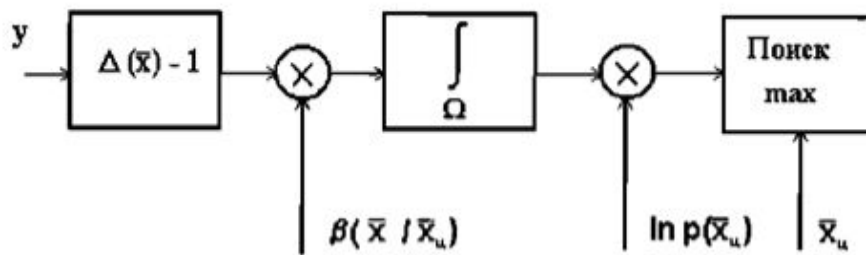


Рис. 4.1. Блок-схема измерителя координаты центра (поток Пуассона)

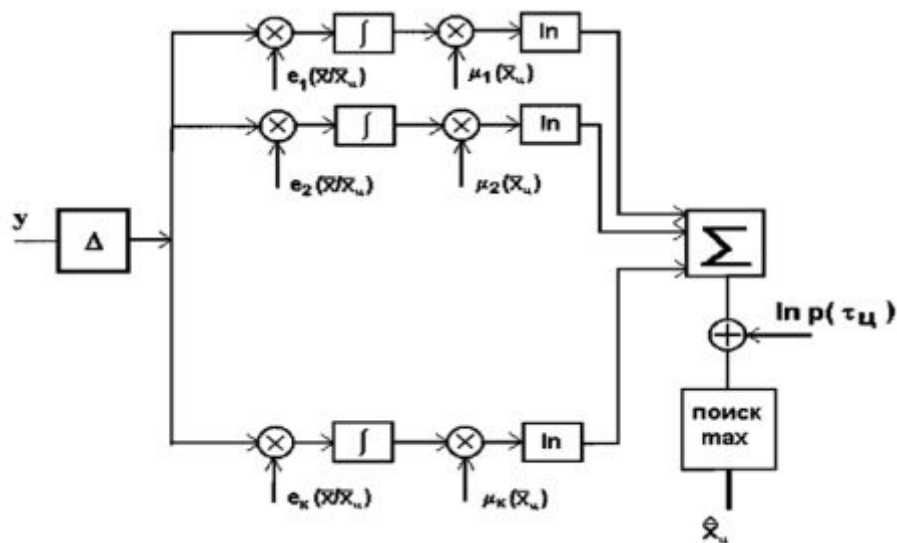


Рис. 4.2. Блок-схема измерителя координаты центра (поток Бернулли)

Применяя известную методику расчета дисперсии оценки [1], при аппроксимации последовательности отметок от цели пуассоновским потоком получим для нее следующее выражение:

$$\sigma_{x_{ц}}^{-2} = 2 \iint_{\Omega} \beta'(x_1/x_{ц}) \beta'(x_2/x_{ц}) \sqrt{q(x_1)q(x_2)} \psi(x_1, x_2) dx_1 dx_2, \quad (4.1.24)$$

где $q(x)$ - отношение сигнал/шум, заданное как функция от координат цели,
 $\psi(x_1, x_2)$ - функция неопределенности, определяемая в соответствии с соотношением (3.3.19).

Дальнейшую конкретизацию выражения (4.1.24) проведем при следующих предположениях:

- 1) отношение сигнал/шум не зависит от координат цели, а необходимые энергетические соотношения учтены при определении интенсивности потока $\beta(x)$, которая, в свою очередь, представляет собой симметричную функцию;
- 2) оцениваемый общегрупповой параметр $x_{ц}$ представляет собой координату центра интенсивности $\beta(x)$.

Для получения простых выражений, позволяющих произвести предварительную оценку эффективности определения общегруппового центра цели рассмотрим два частных случая.

1. При достаточно высоком разрешении воспользуемся аппроксимацией функции неопределенности

$$\psi(x_1, x_2) = \Delta_{\phi} \delta(x_1 - x_2). \quad (4.1.25)$$

Тогда,

$$\sigma_{x_{ц}}^{-2} = 2\Delta_{\psi} \int_{\Omega} [\beta'(x - x_{ц})]^2 q(x) dx. \quad (4.1.26)$$

При постоянном значении отношения сигнал/шум: $p = const$

$$\sigma_{x_{ц}}^2 = \frac{\Delta_{\beta 1}^2}{2q_{зф\phi}}, \quad (4.1.27)$$

$$\Delta_{\beta 1} = \frac{\sqrt{\int_{\Omega} \beta^2(x - x_{ц}) dx}}{\int_{\Omega} [\beta'(x - x_{ц})]^2 dx} \quad (4.1.28)$$

– эффективная протяженность групповой цели,

$$q_{зф\phi} = q\Delta_{\phi} \int_{\Omega} \beta^2(x - x_{ц}) dx \quad (4.1.29)$$

– эффективное общегрупповое отношение сигнал/шум.

2. В этом примере используем гауссовские функции для аппроксимации интенсивности потока и сигнальной функции (при вычислении функции неопределенности):

$$\beta(x) = L \exp \left[-\frac{x^2}{2\Delta_{\beta 1}^2} \right], \quad (4.1.30)$$

$$u(x) = M \exp \left[-\frac{x^2}{2\Delta_u^2} \right], \quad (4.1.31)$$

где коэффициенты L и M определяются из условий нормировки:

$$\int_{\Omega} \beta(x) dx = \langle n \rangle, \quad (4.1.32)$$

$$\int_{\Omega} u^2(x) dx = 1, \quad (4.1.33)$$

После подстановки последних выражений в (4.1.24) получим:

$$\sigma_{x_{\Pi}}^2 = \frac{\Delta_{\beta 1}^2}{2p\langle n \rangle^2} \frac{\left[1 + \left(\frac{\Delta_{\beta 1}}{\Delta_u} \right)^2 \right]^{3/2}}{\left(\frac{\Delta_{\beta 1}}{\Delta_u} \right)^2} \quad (4.1.34)$$

Минимум дисперсии оценки достигается при условии $\frac{\Delta_{\beta 1}}{\Delta_u} = \sqrt{2}$ и равен

$$\sigma_{x_{\Pi}}^2 = 2.6 \frac{\Delta_{\beta 1}^2}{2q\langle n \rangle^2} \quad (4.1.35)$$

Несмотря на частный характер последних соотношений, можно сделать вывод достаточно общего характера: при определении центра группы мало связанных между собой слабых сигналов целесообразно иметь средство наблюдения с разрешающей способностью, сравнимой по размерам с эффективным размером группы. В практически важных случаях, связанных с классификацией ПРЦ, когда требуемая разрешающая способность существенно выше, оптимальный алгоритм определения центра формирует "стробы", "загрубляющие" разрешение до требуемой величины.

При использовании для моделирования отсчетов сигнала от цели в виде потока Бернулли для дисперсии оценки координаты центра получим аналогичное выражение

$$\sigma_{x_{\Pi}}^{-2} = 2 \sum_{j=1}^k \iint_{\Omega} e_j'(x_1/x_{\Pi}) e_j'(x_2/x_{\Pi}) \sqrt{q(x_1)q(x_2)} \Psi(x_1, x_2) dx_1 dx_2. \quad (4.1.36)$$

Предположим, что внутригрупповые сигналы могут находиться только на вполне определенных позициях, то есть:

$$e_j \left(\frac{x}{x_{\Pi}} \right) = v_j \delta(x - \Delta_j - x_{\Pi}) \quad (4.1.37)$$

и считая $\psi(x_1, x_2) = \psi(x_1 - x_2)$, получим:

$$\sigma_{x_{\Pi}}^{-2} = \sum_{j=1}^k v_j^2 \frac{2q_j}{\Delta_{\Phi}}, \quad (4.1.38)$$

где Δ_{Φ} - ширина интервала разрешения,

q_j - отношение сигнал/шум в j -м интервале разрешения.

Формула (4.1.38) отражает в основном те же качественные особенности измерения общегруппового центра, что и при использовании потока Пуассона. Точность растет при увеличении отношения сигнал/шум и среднего числа элементарных целей. В то же время дисперсия увеличивается при увеличении числа элементов разрешения, приходящихся на размер групповой цели (при увеличении отношения протяженности цели к величине элемента разрешения).

4.2. Оценка области, занимаемой целью на РЛИ

Выделение области, занимаемой радиолокационным портретом ПРЦ на РЛИ, представляет собой известную задачу сегментации, методам решения которой посвящен ряд работ, в частности, [3-12,13]. Традиционные алгоритмы сегментации реализуют такие методы, как пространственное дифференцирование, функциональная аппроксимация, высокочастотная фильтрация, пороговая обработка, двумерная линейная фильтрация и т.д. Практическое применение рассматриваемых методов в задаче распознавания ПРЦ на борту КА вряд ли осуществимо, в первую очередь, из-за их вычислительной сложности, с одной стороны, и из-за необходимости экспериментального подбора параметров (настройки алгоритмов с помощью оператора), с другой. Существенный недостаток традиционных алгоритмов - недостаточное внимание к принципиальной необходимости учета флуктуации РЛИ ПРЦ, а также к формализации методов анализа их эффективности и результатам такого анализа.

Указанные недостатки могут быть преодолены при разработке алгоритма сегментации на основе статистической модели РЛИ с использованием аппарата и методологии теории статистических решений.

Хорошей моделью для РЛИ в РСА с достаточно высоким разрешением может служить двумерное поле независимых отсчетов мощности отраженного сигнала, одномерные плотности вероятности которых отличаются для отсчетов, соответствующих отражениям от фона и от поверхности ПРЦ. В первом приближении примем допущение о том, что все отсчеты фона имеют плотность вероятности $W_{\Phi}(U_{ij})$, а цели - $W_{\Pi}(U_{ij})$. В этом случае оптимальный алгоритм оценивания области,

занимаемой отсчетами цели, записанный по критерию максимального правдоподобия, будет иметь вид:

$$\hat{\Omega}_{Ц} = \underset{\Omega_{Ц}}{argmax} \left\{ \sum_{i,j \in \Omega_{Ц}} \ln \frac{W_{Ц}(U_{ij})}{W_{Ф}(U_{ij})} \right\}. \quad (4.2.1)$$

Реализация алгоритма (4.2.1) является чрезвычайно трудоемкой из-за необходимости перебора всех возможных границ области, внутри которой расположена цель. Однако, с учетом статистической независимости сигналов в отдельных каналах дальности, максимум выражения в фигурных скобках (4.2.1) может быть получен, если максимизировать каждое отдельное слагаемое

$$\sum_{1 \leq [n_{1j}, n_{2j}]} \ln \frac{W_{Ц}(U_{ij})}{W_{Ф}(U_{ij})} \quad (4.2.2)$$

для каждого канала дальности с номером j (n_{1j} и n_{2j} - граничные точки, разделяющие область фона и цели в j -м канале дальности). Таким образом, оптимальный алгоритм определения области, занимаемой целью, сводится к оптимальной оценке совокупности пар точек в каждом канале дальности, в которых происходит изменение параметра распределения отсчетов сначала в "направлении фон-цель", а затем в "направлении цель-фон".

Оптимальный по максимуму функции правдоподобия алгоритм нахождения оценок координат граничных точек \hat{n}_{1j} и \hat{n}_{2j} в j -м канале дальности принимает вид:

$$(\hat{n}_{1j}, \hat{n}_{2j}) = \underset{\substack{n_{1j}=\overline{1, M-1} \\ n_{2j}=\overline{n_{1j}+1, M}}}{argmax} \left\{ \sum_{i=n_{1j}}^{n_{2j}} \ln \frac{W_{Ц}(U_{ij})}{W_{Ф}(u_{ij})} \right\}. \quad (4.2.3)$$

Совокупность граничных точек n_{1j} , n_{2j} при каждом значении j образуют границу области Ω , занимаемой целью соответствующего класса.

Определим структуру оптимального алгоритма для некоторых наиболее распространенных видов распределений одномерной плотности вероятности отсчетов РЛИ.

а) Распределение отсчетов РЛИ - экспоненциальное:

$$W(u_{ij}) = \sigma^{-1} \exp(-\sigma^{-1} U_{ij}), \quad (4.2.4)$$

причем его параметр σ пропорционален удельной ЭПР цели (σ_2) или фона (σ_1) в зависимости от того, расположен ли соответствующий отсчет в области цели $\Omega_{Ц}$ или фона $\Omega_{Ф}$. При известных априори значениях параметров σ_1 и σ_2 алгоритм (4.2.3) может быть записан в виде:

$$(\hat{n}_{1j}, \hat{n}_{2j}) = \underset{\substack{n_{1j}=1, M-1 \\ n_{2j}=\overline{n_{1j}+1, M}}}{\operatorname{argmax}} \left\{ (n_{2j} - n_{1j}) \ln \frac{\sigma_1}{\sigma_2} - (\sigma_2^{-1} - \sigma_1^{-1}) \sum_{i=n_j}^{n_{2j}} U_{ij} \right\}. \quad (4.2.5)$$

При неизвестных значениях параметров σ_1 и σ_2 функция правдоподобия в каждом канале дальности может быть определена по формуле (4.2.5), где вместо названных параметров используются их максимально правдоподобные оценки при каждом возможном значении координат граничных точек n_1 и n_2 . В этом случае алгоритм оценки координат граничных точек принимает вид:

$$\begin{aligned} (\hat{n}_{1j}, \hat{n}_{2j}) = \underset{\substack{n_{1j}=\overline{2, M-2} \\ n_{2j}=\overline{n_{1j}+1, M-1}}}{\operatorname{argmax}} & \left\{ -(n_{1j} - 1) \ln \left[(n_{1j} - 1)^{-1} \sum_{i=1}^{n_{1j}-1} U_{ij} \right] - \right. \\ & -(n_{2j} - n_{1j} - 1) \ln \left[(n_{2j} - n_{1j} - 1)^{-1} \sum_{i=n_j}^{n_{2j}} U_{ij} \right] - \\ & \left. -(M - n_{2j}) \ln \left[(M - n_{2j})^{-1} \sum_{i=n_{2j}+1}^M U_{ij} \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.2.6)$$

и может быть назван адаптивным по отношению к параметрам распределения.

б) Распределение отсчетов РЛИ - гамма-распределение:

$$W(u_{ij}) = \frac{\gamma^n}{\Gamma(\eta)} u_{ij}^{\eta-1} \exp(-\gamma U_{ij})$$

с параметрами γ_2, η_2 в области цели и параметрами γ_1, η_1 в области, занятой фоном.

Рассмотрим два варианта:

1) на границе областей изменяется только параметр масштаба $\gamma (\eta_2 = \eta_1 = \eta)$. В этом случае алгоритм оценки граничных точек имеет вид:

$$(\hat{n}_{1j}, \hat{n}_{2j}) = \underset{\substack{n_{1j}=\overline{1, M-1} \\ n_{2j}=\overline{n_{1j}+1, M}}}{\operatorname{argmax}} \left\{ \eta_0 (n_{2j} - \eta_{2j}) \ln \frac{\gamma_2}{\gamma_1} - (\gamma_2 - \gamma_1) \sum_{i=n_{1j}}^{n_{2j}} U_{ij} \right\}; \quad (4.2.7)$$

2) на границе областей изменяется только параметр формы $\eta (\gamma_2 = \gamma_1 = \gamma_0)$.

Алгоритм выглядит следующим образом.

$$\begin{aligned} (\hat{n}_{1j}, \hat{n}_{2j}) = \underset{\substack{n_{1j}=\overline{1, M-1} \\ n_{2j}=\overline{n_{1j}+1, M}}}{\operatorname{argmax}} & \left\{ (n_{2j} - n_{1j}) \left[\ln \frac{\Gamma(\eta_1)}{\Gamma(\eta_2)} + (\eta_2 - \eta_1) \ln \gamma_0 \right] + \right. \\ & \left. + (\eta_2 - \eta_1) \sum_{i=n_{1j}}^{n_{2j}} \ln U_{ij} \right\}. \end{aligned} \quad (4.2.8)$$

Реализация рассмотренных алгоритмов не требует операций более сложных, нежели простое суммирование отсчетов РЛИ.

4.3. Оценка ракурса цели

Если определение области, занятой целью на РЛИ, представляет интерес при обучении алгоритма, формировании радиолокационных портретов ПРЦ и при достаточно большом отношении сигнал/фон, реализуемом на практике, может быть игнорировано, (отсчеты фона при верно выбранном пороге практически отсутствуют), то оценка ракурса в режиме эксплуатации алгоритма классификации принципиально необходима, ибо со сменой ракурса существенным образом меняется как интегральная ЭПР ПРЦ, так и ее индивидуальный радиолокационный портрет, что требует в общем случае обращения к вполне определенным (полученным при том же ракурсе) радиолокационным портретам из базы данных. Рассмотрим возможность оценки ракурса по ориентации контура ПРЦ (см. рис.4.3). На рисунке показана условная область цели на РЛИ в координатах дальность-азимут. Продольная ось цели, которая в случае наблюдения ПРЦ совпадает с осью симметрии, у целей названного класса достаточно ярко выражена, поэтому ракурсом здесь и далее считаем угол наклона продольной оси к азимутальной координате φ . При известном угле азимута цели θ_H ракурс определяется суммой

$$\varphi = \varphi_1 + \theta_H - \frac{\pi}{2} \pm \pi$$

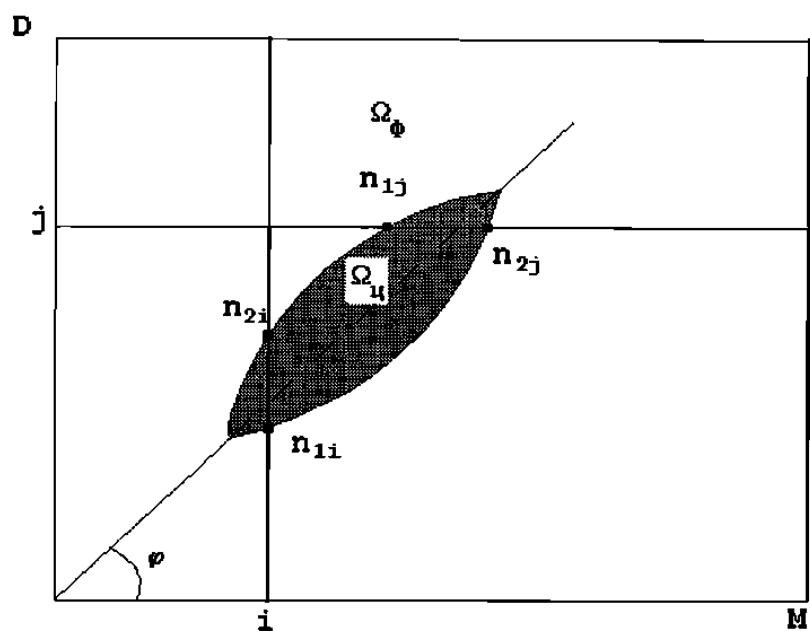
Слагаемое $\pm\pi$ вызвано неоднозначностью при оценке ракурса ПРЦ по ориентации его продольной оси.

Реальное радиолокационное изображение ПРЦ при его дискретизации по дальности и азимуту представляет собой совокупность точек так или иначе группирующихся вдоль продольной оси ПРЦ. Определение углового коэффициента такой прямой можно осуществить множеством способов, основанных на вычислении минимумов расстояний между точками и прямой, вычисленными в той или иной метрике. Всем этим методам в той или иной мере присущ общий недостаток, состоящий в том, что аномальные точки, расположенные далеко от прямой, дают наибольший вклад в формируемую сумму (расстояние до них самое большое) и оценка ракурса производится с заметной ошибкой. От названного недостатка свободен метод преобразований Хафа (кластерного анализа). Оставляя вопрос об эффективности различных методов до раздела, посвященного сравнительному анализу, рассмотрим содержание алгоритма Хафа. В результате работы алгоритма оценки граничных точек в каждом канале дальности (азимута) после дискретизации РЛИ ПРЦ образуется

совокупность точек, большинство которых (за исключением аномальных, созданных фоном) группируется вдоль продольной оси ПРЦ, угловой коэффициент которой и является предметом оценки. Каждой точке с координатами x_i , y_i на плоскости XOY ставится в соответствие кривая $p_i(\theta)$ на плоскости θ , p . Методом пересчета служит нормальное уравнение прямой [83]:

$$x_i \cos \theta + y_i \sin \theta = p \quad (4.3.1)$$

В результате построения множества кривых для каждой точки x_i , y_i образуются области "сгущения" (кластеры), иначе говоря, области, через которые проходит большинство кривых. Точке центра такого кластера соответствует прямая, проходящая через большинство выделенных точек на плоскости РЛИ, при этом аномальные точки автоматически селектируются.



а)

б)

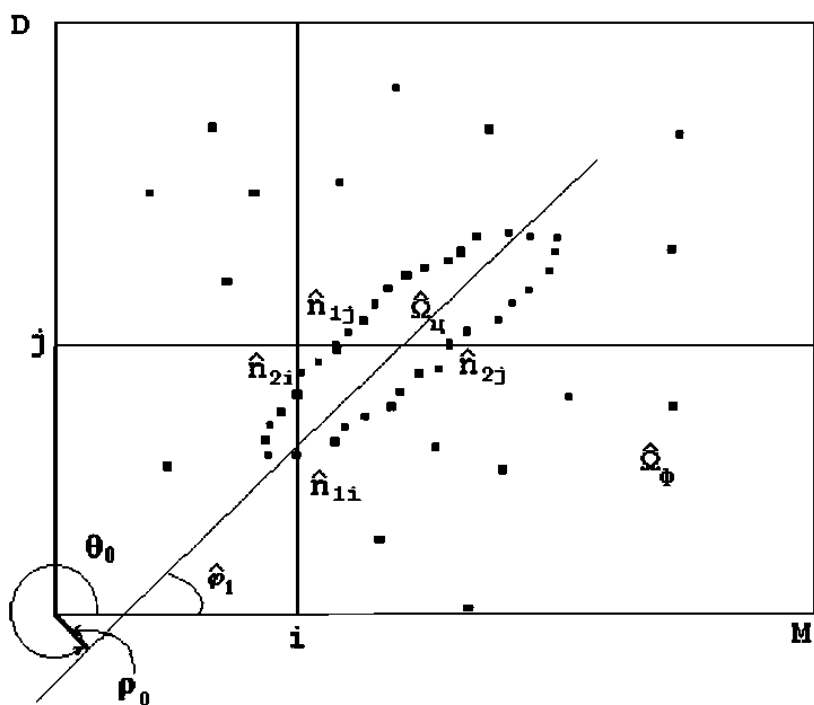


Рис. 4.3. К выводу алгоритмов оценки области РЛИ, занимаемой ПРЦ, и ракурса цели

4.4. Анализ алгоритмов оценки координат граничных точек между областями РЛИ с отличающимся контрастом

Эффективность алгоритмов оценки координат граничных точек производилась методом статистического моделирования. Названным методом генерировалось выборочное РЛИ в одном канале дальности, содержащее 100 случайных отсчетов,

первая половина которых имела плотность вероятности с одним параметром (σ_1), а вторая половина - с другим (σ_2). Величина ошибки Δ_n рассчитывалась как сумма смещения и среднеквадратичного отклонения оценки координаты точки изменения параметра (вычисленная в количестве отсчетов РЛИ, что эквивалентно количеству элементов разрешения). На рис.4.4. показана зависимость ошибки от величины отношения ЭПР цели и фона в одном элементе разрешения ($q = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$). Зависимости получены для следующих распределений отсчетов: 1.- гамма-распределение, 2.- экспоненциальное распределение (с известными априори параметрами) и 3. - экспоненциальное распределение с неизвестными параметрами. Из приведенного рисунка следует, что качество алгоритмов оценки граничных точек существенно зависит от вида распределения отсчетов РЛИ, причем названная зависимость тем сильнее, чем меньше радиолокационный контраст между поверхностью цели и МП. При этом экспоненциальное распределение представляет собой наименее благоприятную ситуацию для качественного воспроизведения цели. Однако, при контрасте более 8ДБ качество оценки координат граничных точек практически не зависит от вида распределения отсчетов и от наличия априорной информации об их параметрах. Адаптивный алгоритм в условиях произведенного моделирования практически не уступает оптимальному.

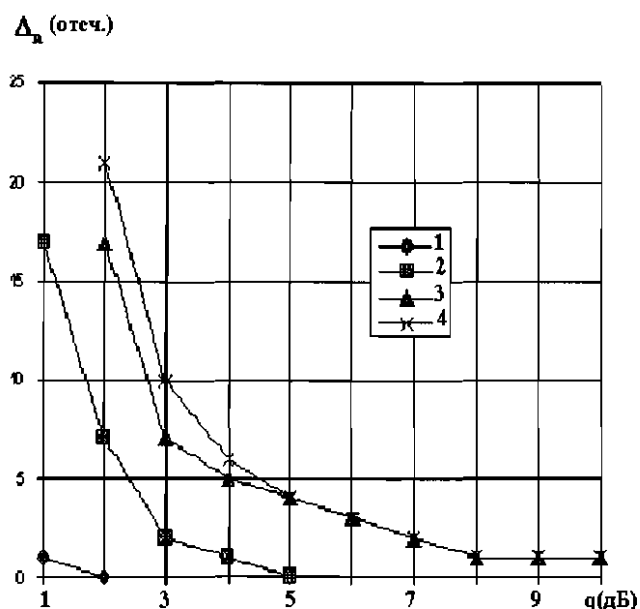


Рис. 4.4. Средняя ошибка оценки координат граничных точек контура цели в зависимости от среднего радиолокационного контраста при нормальном распределении отсчетов РЛИ (1), гамма-распределении (2), экспоненциальном с известными (3) и неизвестными (4) параметрами

На рис.4.5 показана оценка контура цели на РЛИ размером 100*100. Распределение отсчетов - экспоненциальное, алгоритм адаптивный.

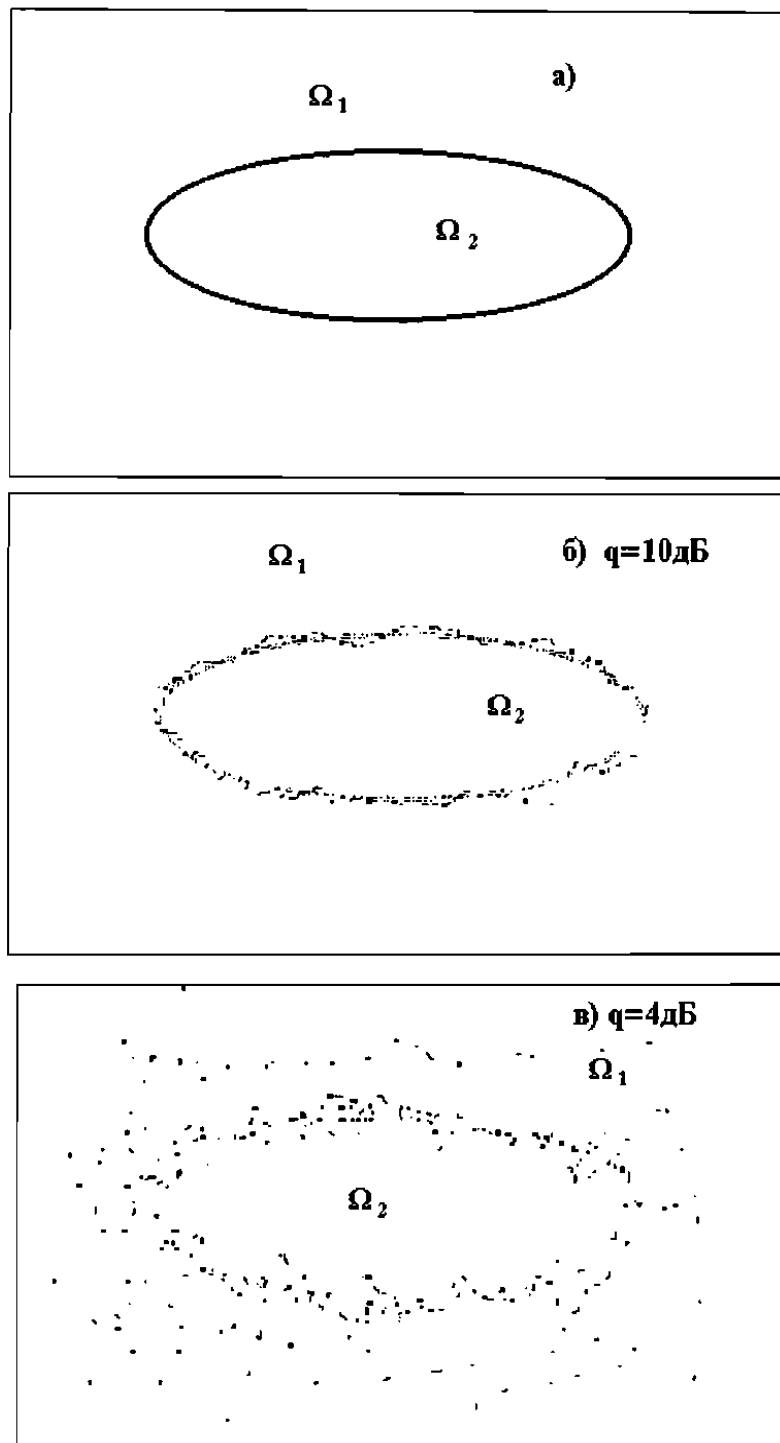
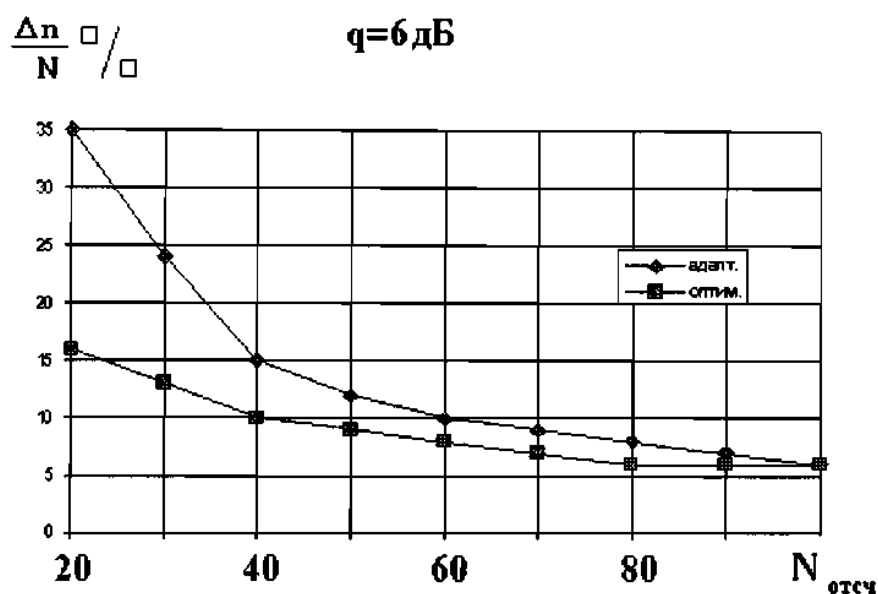


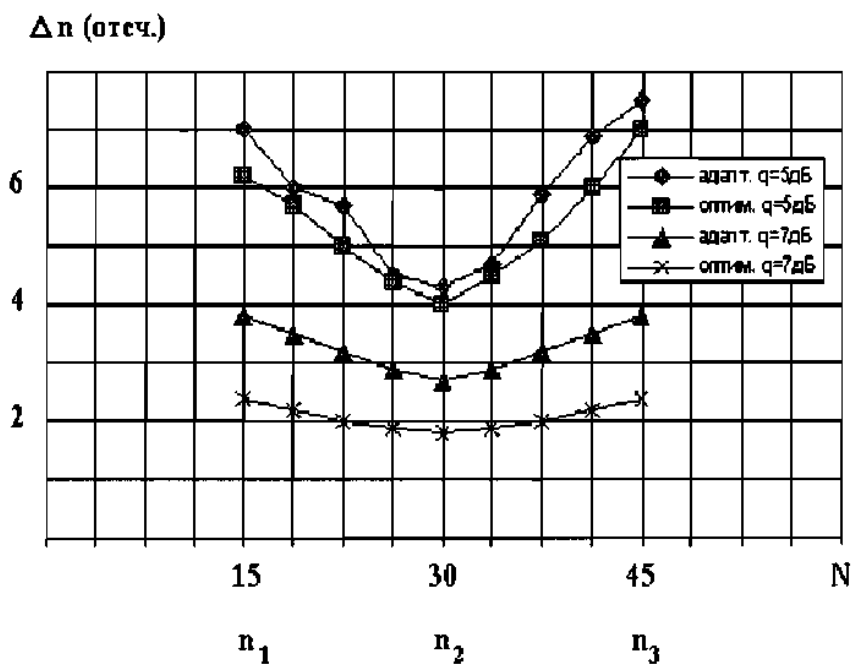
Рис.4.5. Пример оценки контура цели (а) адаптивным алгоритмом при двух значениях среднего радиолокационного контраста

Зависимость ошибки Δ_n от общего количества отсчетов показана на рис.4.6. Очевидно, что уменьшение размеров фрагмента РЛИ, по которому принимается решение о наличии и координате скачка ЭПР, приводит к возрастанию ошибки. Кроме

того, ошибка растет тем больше, чем дальше расположена точка скачка ЭПР от середины фрагмента, поскольку уменьшается число отсчетов и, следовательно, качество оценки одного из параметров распределения (рис.4.7.). Улучшение оценки второго параметра не компенсирует потерь, возникающих при оценке первого (При расположении скачка на краях фрагмента ошибка существенно выше).



а)



б)

Рис. 4.6. Зависимость ошибок оценки координат точек контура от размеров фрагмента (а) и расположения точек (б)

Для оценки длины цели в одном канале РЛИ определялись координаты двух точек изменения параметров РЛИ (начальной и конечной). Зависимость ошибки оценки длины Δ_L от величины отношения параметров q показана на рис. 4.7. Ошибка Δ_L вычислялась как сумма смещения и среднеквадратического отклонения длины цели в одном канале (усреднение производилось по 50 испытаниям). Из рисунка следует, что эффективность оптимального и адаптивного алгоритмов практически одинакова и составляет величину порядка одного отсчета при контрасте порядка 6-7дБ.

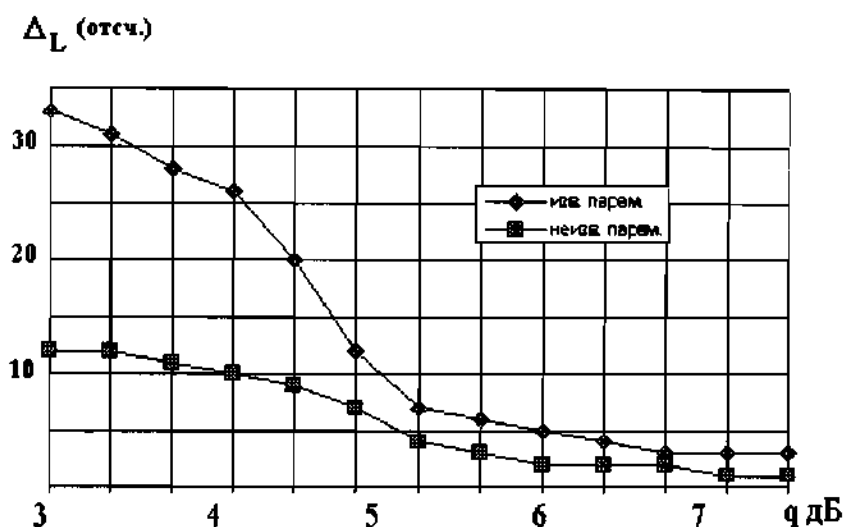


Рис. 4.7. Ошибка оценки протяженности РЛИ цели в одном канале от величины среднего радиолокационного контраста при известных и неизвестных параметрах $\sigma_1 \sigma_2$

4.5. Межобзорная идентификация РЛИ ПРЦ

Решение задачи классификации по одному наблюдению может оказаться недостаточно достоверным вследствие искажений РЛИ, вызванных его флуктуациями и рядом других причин особенно при большой мощности сигнала, отражённого от подстилающей поверхности. В таких случаях эффективность решения задачи может быть повышена за счет применения комплексного распознавания несколькими решающими автоматами (РА).

В связи с тем, что каждый РА содержит в своем банке наблюдаемых данных несколько РЛИ различных целей, возникает проблема их идентификации, иначе говоря, ответа на вопрос, какие конкретные фрагменты, содержащие отметки от целей в каждом из P различных обзоров, принадлежат одному и тому ПРЦ.

Предположим, что каждое j -е РЛИ, полученное в p -м обзоре, представлено вектором $\bar{U}_{pj} = \|U_{pj}^i\|$, ($p = \overline{1, P}; j = \overline{1, M}; i = \overline{1, N}$), размерность которого N выбрана таким образом чтобы РЛИ ПРЦ наибольшего размера полностью размещалось в

пределах заданного фрагмента МП. Нумерация фрагментов, наблюдаемых на радиолокационной карте (содержащихся в банке данных) производится по заданному правилу (в примере, показанном на рис. 4.8 слева - направо, сверху - вниз). При этом общая совокупность РЛИ, подлежащих идентификации, имеет вид:

$$\{U_{11}^1 \dots U_{11}^N; \dots U_{1M}^1 \dots U_{1M}^N; \dots U_{pj}^1 \dots U_{pj}^N; \dots U_{p1}^1 \dots U_{p1}^N; \dots U_{pM}^1 \dots U_{pM}^N\}, \quad (4.5.1)$$

где первый индекс p - номер обзора;

второй индекс j - номер РЛИ в p -м обзоре;

третий индекс i - номер отсчета j -го РЛИ p -го обзора. Пусть j -е РЛИ определено вектором параметров $\bar{l}_{p\alpha_j^p} (p = \overline{1, P}; \alpha_j^p = \overline{1, M})$, где p - по-прежнему номер обзора, а α_j^p - истинный порядковый номер ПРЦ, соответствующего j -му РЛИ в p -м обзоре. Компонентами вектора $\bar{l}_{p\alpha_j^p}$ являются все доступные для анализа параметры объекта, в частности, статистические характеристики отсчетов РЛИ (математические ожидания, дисперсии и т.п.), траекторные параметры (координаты, скорости поступательного и вращательного движений и т.д.), оценки ЭПР, размеров и т.п.

Цель идентификации заключается в отыскании оптимальной в рамках выбранного критерия оценки совокупности векторов $\hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_M$, у которых каждая компонента $\hat{\alpha}_j^p$ представляет собой оценку истинного номера j -й цели в p -м обзоре. На уже упоминавшемся примере (рис.4.8) условно показаны карты анализируемой поверхности в трех последовательных обзорах. На каждой из этих карт расположены три РЛИ ПРЦ, которые условно изображены в виде треугольника, квадрата и круга. При простейшей идентификации целей (например, по минимуму изменения расстояния от отметки в предыдущем обзоре) второй и третий ПРЦ во втором обзоре будут перепутаны (они поменялись местами за счет перемещения по неизвестным для наблюдателя траекториям, изменения ракурса, траектории ИСЗ и т.п.). Правильное же решение должно иметь вид:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_1^1 &= \hat{\alpha}_1^2 = \hat{\alpha}_1^3 = 1; \\ \hat{\alpha}_2^1 &= \hat{\alpha}_2^3 = 2; \hat{\alpha}_2^2 = 1; \\ \hat{\alpha}_3^1 &= \hat{\alpha}_3^3 = 3; \hat{\alpha}_3^2 = 2; \end{aligned}$$

Общее число возможных гипотез об истинном расположении ПРЦ в пределах анализируемых карт акватории, полученных при P обзорах, равно $P \cdot M!$. Если для каждой из гипотез может быть записана ее апостериорная плотность вероятности, то решения следует принимать по ее максимуму:

$$\hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_M = \arg \max_{\alpha_1, \dots, \alpha_M} W(\bar{U}_{11}, \dots, \bar{U}_{1M} / \bar{l}_{1\alpha_1^1}, \dots, \bar{l}_{p\alpha_M^p}) \quad (4.5.2)$$

В тех случаях, когда векторы параметров $\bar{l}_{p\alpha_j^p}$ априори неизвестны, их значения в должны быть заменены соответствующими оценками максимального правдоподобия, полученными в предположении о справедливости проверяемой гипотезы.

Проиллюстрируем решение названной задачи на примере флуктуационных РЛИ ПРЦ, причем при идентификации отсутствует какая-либо априорная информация за исключением того факта, что отсчеты РЛИ независимы и распределены по экспоненциальному закону, что соответствует выборочным отсчетам мощности. В этом случае параметры $l_{p\alpha_j^p}^i = \sigma_{\alpha_j}^i$ представляют собой дисперсии соответствующих отсчетов. Алгоритм принимает вид:

$$\hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_M = \arg \max_{\hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_M} \left\{ \prod_{p=1}^P \prod_{j=1}^M \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_{\alpha_j}^i} \exp \left(-\frac{U_{pj}^i}{\sigma_{\alpha_j}^i} \right) \right\} \quad (4.5.3)$$

Поскольку значения мощностей отдельных отсчетов априори неизвестны и при решении задачи идентификации отсутствует возможность их определения откуда-либо, кроме как из наблюдаемой совокупности РЛИ различных ПРЦ, воспользуемся максимально правдоподобными оценками неизвестных мощностей:

$$\hat{\sigma}_{\alpha_j}^i = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P U_{p\alpha_j^p}^i \quad (4.5.4)$$

После подстановки (4.5.4) в (4.5.3) и (4.5.2) и логарифмирования получаем алгоритм идентификации РЛИ ПРЦ при межобзорном наблюдении:

$$\hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_M = \arg \min_{\hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_M} \left\{ \sum_{p=1}^P \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N \left[\frac{U_{pj}^i}{\frac{1}{P} \sum_{p=1}^P U_{p\alpha_j^p}^i} + \ln \left(\frac{1}{P} \sum_{p=1}^P U_{p\alpha_j^p}^i \right) \right] \right\} \quad (4.5.5)$$

Для анализа эффективности предлагаемого правила рассмотрен пример идентификации двух РЛИ ПРЦ (M=2), которые моделировались в 4 (P=4) последовательных обзорах. РЛИ ПРЦ не отличались по величине удельной ЭПР, но отличались размерами (при общем размере радиолокационной карты 100x100 элементов разрешения площадь первого РЛИ - 5x5, а второго - 4x4 элементов разрешения). Положение центра РЛИ ПРЦ на карте в каждом обзоре моделировалось равновероятным при условии, что контуры РЛИ не пересекаются.

Таким образом, в каждом отдельном испытании были реализованы восемь конкурирующих гипотез о порядке последовательного размещения РЛИ на карте акватории.

Зависимости вероятностей ошибок от отношения сигнал/фон приведены на рис.4.9, откуда, в частности, следует, что две цели с одинаковыми ЭПР (наихудший для

практики случай) и отличающиеся по линейным размерам приблизительно на 25% идентифицируются с вероятностью ошибки не более 0.1 при отношении сигнал/фон порядка 20дБ.

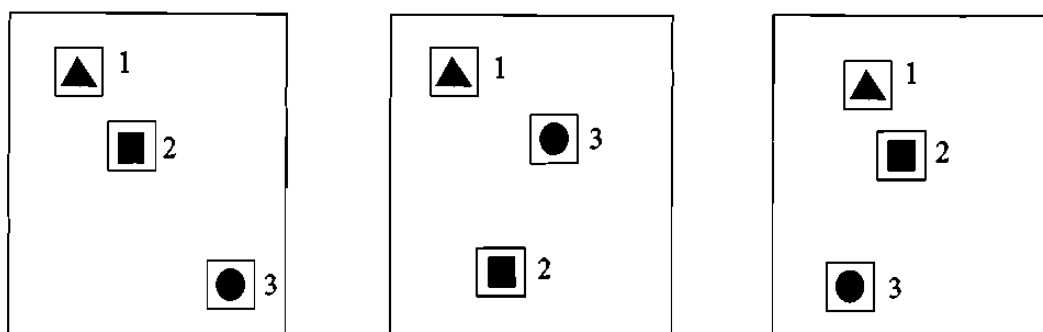


Рис. 4.8. Карты поверхности с РЛИ трех разных ПРЦ

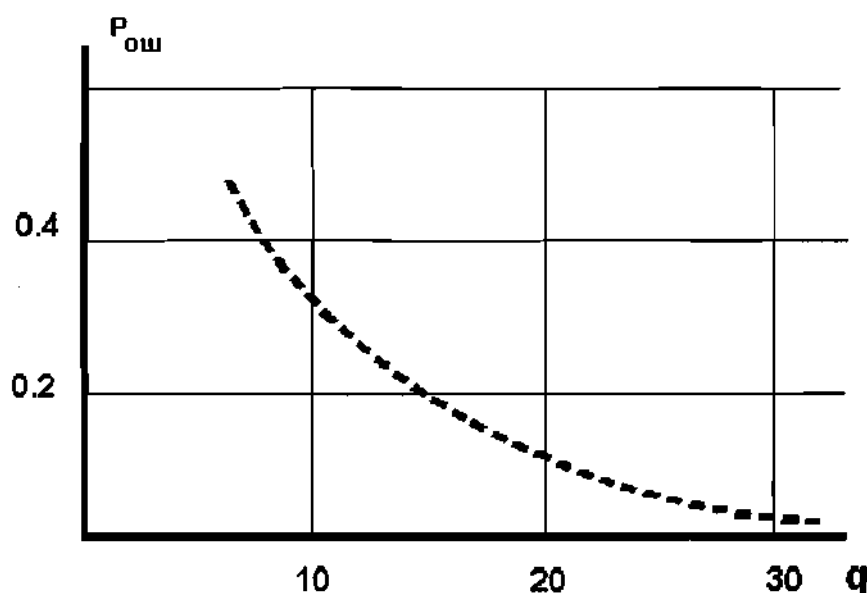


Рис. 4.9. Вероятность ошибки идентификации

4.6. Оценка радиолокационного портрета ПРЦ

Проблема создания банка данных РЛИ ПРЦ является основной при реализации алгоритма классификации, поскольку именно от количества и достоверности априорной информации зависит в конечном счёте эффективность решения задачи в целом.

В данном разделе рассматривается алгоритм многомерной оценки амплитуд отражённых сигналов и угловых координат их источников, реализующий многоканальную (по числу пеленгуемых источников) итеративную процедуру измерения по методу максимального правдоподобия и отличающийся сравнительно несложной технической реализацией [14].

Предположим, что наблюдение поля сигналов и помех производится эквидистантной антенной решеткой, длина которой L , а число приемных элементов M . Тот факт, что названная решётка создаётся в виде искусственного раскрыва, не оказывает влияния на решение задачи, так как в течение времени синтеза параметры отражённых сигналов остаются практически неизменными, а это значит, что и принимаемые комплексные амплитуды остаются в пределах интервала синтеза неизменными. Очевидно, что принимаемые комплексные амплитуды в каждой точке траектории должны запоминаться на всё время работы алгоритма. При N источниках сигналов, находящихся в дальней зоне приемной антенны и отличающихся своими комплексными амплитудами f_i и угловыми направлениями $\Theta_i (i=1, N)$, вектор комплексных амплитуд в элементах решетки может быть представлен в виде

$$U = \sum_{i=1}^n f_i S(\mu_i) + N \quad (4.6.1)$$

где
$$S(\mu_i) = \|S_i(\mu_i)\| = \left\| \exp \left[-j \frac{4\pi}{N-1} l \mu_i \right] \right\|; \mu_i = \frac{L}{\lambda} \sin \Theta_i \quad (4.6.2)$$

- нормированная угловая координата i -го источника (λ - длина волны); N – вектор комплексных амплитуд помехи в элементах антенны.

Считая амплитуды отражённых сигналов и угловые координаты источников неслучайными неизвестными величинами, помеху гауссовой с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей $R_{\text{ш}} = M\{NN^*\}$, запишем функцию правдоподобия для неизвестных параметров сигналов f_i и $\mu_i (i=1, N)$:

$$P\{U / f_1, \dots, f_n; \mu_1, \dots, \mu_n\} = \text{const} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[U - \sum f_i X(\mu_i) \right]^* R_{\phi}^{-1} \left[U - \sum f_i X(\mu_i) \right] \right\} \quad (4.6.3)$$

где $*$ - знак эрмитова сопряжения.

Преобразуем показатель (4.6.3) таким образом, чтобы выделить член, зависящий от амплитуды и угловой координаты только одного, например, m -го источника:

$$L_m = \frac{1}{2} |f_m|^2 S^{*\phi}(\mu_m) R_{\phi}^{-1} S(\mu_m) - f_m U_m^{*T} R_{\phi}^{-1} S(\mu_m) + F_m(f_1, \dots, f_{m-1}, f_{m+1}, \dots, f_N; \mu_1, \dots, \mu_{m-1}, \mu_{m+1}, \dots, \mu_N) \quad (4.6.4)$$

где
$$U_m = U - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq m}}^n f_i S(\mu_i); \quad (4.6.5)$$

$F_m(\bullet)$ - функция, не зависящая от f_m и μ_m .

Для определения оценок максимального правдоподобия амплитуды и угловой координаты m -го отражающего элемента необходимо отыскать минимум выражения (4.6.4) по названным переменным. Преобразовав (4.6.4) к виду

$$L_m = S^{*T}(\mu_m)R_\phi^{-1}S(\mu_m) \left| f_m - \frac{U_m^{*T}R_\phi^{-1}S(\mu_m)}{S^{*T}(\mu_m)R_\phi^{-1}S(\mu_m)} \right|^2 - \frac{|U_m^{*T}R_\phi^{-1}S(\mu_m)|^2}{S^{*T}(\mu_m)R_\phi^{-1}S(\mu_m)} + F_m \quad (4.6.6)$$

замечаем что, максимум функции правдоподобия имеет при условии

$$\hat{f}_m = \frac{U_m^{*T}R_\phi^{-1}S(\mu_m)}{S^{*T}(\mu_m)R_\phi^{-1}S(\mu_m)} \quad (4.6.7)$$

Подставляя найденную оценку амплитуды (4.6.7.) в выражение (4.6.4) и дифференцируя по μ_m , получаем уравнение правдоподобия для оценки углового направления

$$\operatorname{Re} \left\{ \frac{U_m^{*T}R_\phi^{-1}VS(\mu_m)}{U_m^{*T}R_\phi^{-1}S(\mu_m)} \right\} \Big|_{\mu_m=\hat{\mu}_m} = 0 \quad (4.6.9)$$

где $V = 2\pi j / (N-1) \operatorname{diag}(1, 2, \dots, N)$ - диагональная матрица.

Уравнение (4.6.8) легко решается численными методами, либо разложением в степенной ряд в окрестности оцениваемого значения.

Оценки параметров других сигналов находятся аналогично, причем перед оценкой m -го сигнала по формулам (4.6.7), (4.6.8) используются соответствующие оценки всех остальных $n-1$ сигналов с целью компенсации «мешающих» для текущей оценки сигналов во входных данных m -го канала измерения.

Структурная схема оптимального алгоритма (рис. 4.10) состоит из n перекрестно связанных каналов, в каждом из которых производится вычитание оценок мешающих сигналов, полученных в соседних каналах, измерение «своих» параметров f и μ формирование оценки $\hat{f}S(\hat{\mu})$ «своего» сигнала, которая используется для соответствующей компенсации в других каналах.

Эффективность алгоритма исследовалась методом статистического моделирования на примере решения задачи измерения координат двух источников с угловыми направлениями $\mu_1 = 0,2$ и $\mu_2 = -0,2$, что соответствует их разнесению на 0,23 ширины диаграммы направленности антенной решетки по нулям (рис. 4.11). В качестве начальных условий задавались значения $\mu_{0,1,2} = \pm 0,1$ (кривая 1), $\mu_{0,1,2} = \pm 0,05$ (кривая 2), $\mu_{0,1,2} = \pm 0,01$ (кривая 3). Шумы в элементах решетки некоррелированы. Отношение амплитуды сигнала к СКО шума 20 дБ. Оценки координат сходятся к

истинным после 15...20 итераций при отличии заданных значений координат от начальных условий алгоритма в 10 и более раз.

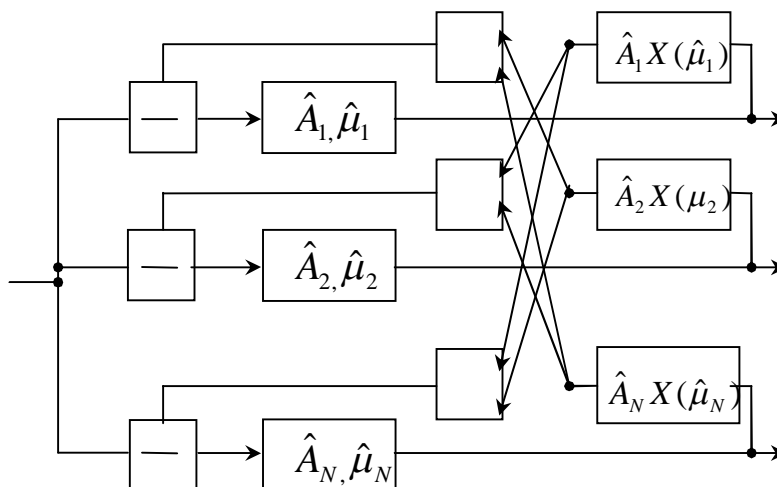


Рис. 4.10. Структурная схема измерений

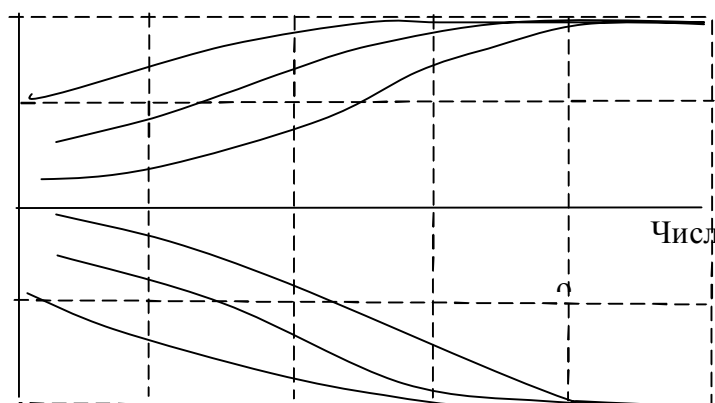


Рис.4.11. Сходимость оценок координат источников

Таким образом, даже в тех случаях, когда сигналы не разрешаются по углу (в смысле релеевского критерия) при отношениях сигнал — шум, не существенно превышающих порог обнаружения, рассматриваемый алгоритм позволяет производить совместное измерение угловых координат при низких требованиях к точности установки начальных условий.

Литература к главе 4

1. Большаков И.А. Статистические проблемы выделения потока сигналов из шума / И.А. Большаков. М.: Сов. радио 1969.464с.
2. Доросинский Л.Г. Измерение общегрупповых параметров потока сигналов / Л.Г. Доросинский, С.П. Литвиненко, Л.Н. Шалимов // Естественные и технические науки №4(54) г Москва. 2011.

3. Прэтт У.К. Цифровая обработка изображений / У.К.Прэтт. М.: Мир, 1982с.
4. Денисов Д.А. Сегментация изображений на ЭВМ / Д.А.Денисов, В.А.Низовкин // Зарубежная радиоэлектроника. 1985. N 10. с.5-30.
5. Розенфельд А. Сегментация и модели изображений / А. Розенфельд, Л.С. Де йвис. ТИИЭР. 1979. Т.67. N5. с.9-39.
6. Джайн А.К. Успехи в области математических моделей для обработки изображений / А.К.Джайн. ТИИЭР. 1981. т. 69. N5. с. 9-39.
7. Террайн Ч.У. Алгоритмы анализа изображений, основанные на статистических моделях / Ч.У. Террайн, Т.Ф. Куатьери, Д.Е. Даржон. ТИИЭР. 1986. т.72. N 4. с.4-26.
8. Методы сегментации изображений / под ред. П.А. Бакута, В.Г. Лабунца. Тематический обзор. ч.1. Изд-во УПИ им. С.М. Кирова. 1986. 127с.
9. Бакут П.А. Сегментация изображений: методы выделения границ областей / П.А. Бакут, Г.С. Колмогоров // Зарубежная радиоэлектроника. 1987. N10. с.25-47.
10. A surweg thresholding techniques / Sahoo P.K., Soltani S., Wong A.K.S., Cher Y.C.// Comput Vision, Craphics and Image Processing. 1988. 41 . N 2. p.233-260.
11. Kundi Amlan, Mitza Sanjwet K. A new algorithm for image edge extraction using a statistical classifier approach//IEEE Trans.Pattern Anal, and Mach. Lntell 1987. т.9. N 4. p.569-577.
12. Wang Davig L. Knowledge based object detection us images // ICASSP - 87, Proc. Int. Conf. Acoust., Speech and Signal Process., Dallas, Tex., Apr. 6-9,, 1987, vol. 1. New York. 1987. p.269-272.
13. Доросинский Л.Г. Анализ адаптивного алгоритма обнаружения контуров на малоконтрастных радиолокационных изображениях / Л.Г.Доросинский, Т.М.Лысенко // Исследование земли из космоса.1988. N2. с.99-103
14. Доросинский Л.Г. Выбор метода совместного измерения угловых координат нескольких источников излучения / Л.Г.Доросинский. Радиотехника. 1987. N 11. с.43-45.

5. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИГНАЛА, ОТРАЖЕННОГО ПРОСТРАНСТВЕННО-РАСПРЕДЕЛЁННОЙ ЦЕЛЮ

Статистический синтез алгоритмов обнаружения и оценивания радиолокационных сигналов основывается на использовании априорной информации, которая формализуется в виде математической модели. Чем полнее математическая модель отражает реальные условия (сигналы, помехи, ограничения и т.п.), тем лучше синтезированный на ее основе алгоритм проводит обработку.

Таким образом, задача создания адекватной математической модели, являясь первым этапом статистического синтеза, имеет весьма важное значение. Особенность этой задачи при обнаружении и оценивании радиолокационных сигналов, отраженных от ПРЦ, состоит в существенном усложнении реальных ситуаций, обусловленном случайным числом элементов ПРЦ и их взаимным расположением, а также требованием максимальной дальности обнаружения. Для того чтобы синтезированные алгоритмы могли быть использованы в большинстве реальных случаев, такая модель должна быть гибкой, с наибольшей степенью точности описывать широкий спектр априорных ситуаций. При этом подстройка под реальную ситуацию должна производиться заданием небольшого числа априорных параметров модели. С этой целью в главе проводится подробное исследование траекторий движения элементов ПРЦ, ее количественного состава, радиолокационных характеристик отраженных сигналов. Поскольку и реализация синтезированных алгоритмов и их анализ должны быть связаны с использованием ЭЦВМ, то дополнительное требование к математической модели состоит в возможности её записи на алгоритмических языках. Такая цифровая модель радиолокационного сигнала должна удовлетворять условиям минимальных затрат машинного времени и машинной памяти.

5.1. Модель движения элементов ПРЦ

В этом параграфе рассматривается модель движения одиночного элемента ПРЦ, который представляется в виде материальной точки.

Траектория полета элемента ПРЦ от точки старта до точки падения разбивается на три участка: начальный и конечный участки AB и CD (рис.1.1), относящиеся к движению в атмосфере, и центральный участок BC , соответствующий свободному полету вне атмосферы. Точки B и C находятся на одной высоте от поверхности Земли, причем точка B означает конец активного участка и начало пассивного участка траектории. Если исключить из рассмотрения несферичность Земли и нецентральность её поля тяготения, то кривая BC представляет собой дугу эллипса, и движение элемента по этой кривой является движением по кеплеровой траектории. Отклонение

идеализированной траектории от реальной составляет от 10 до 20 км при дальности полета порядка 10 000 км [1] и при анализе априорной ситуации в первом приближении может не рассматриваться. С целью получения более простой физической картины не учитывается также и собственное вращение Земли. Необходимость такого учета возникает при длительности интервала наблюдения порядка сотен секунд (на широте 60^0 линейная скорость Земли составляет 0,232 км/сек). Сделанные выше предположения, вполне приемлемы при построении моделей траекторий для исследования алгоритмов обнаружения, должны быть исключены, как слишком грубые при обсуждении методов точного сопровождения ПРЦ.

Основные параметры траекторий ПРЦ, рекомендуемых при исследовании преодоления системы ПРО [2] баллистическими объектами (БО), приведены в табл. 1.1. Для более детального изучения были выбраны три типа траекторий: настильная – № 17 (для БО типа «Минитмен»), нормальная – № 18 (для БО типа «Минитмен») и навесная – № 9 (для типа БО «Титан»). Вид траекторий показан на рис 5.1. Характер изменения радиальной дальности и скорости, угла места и азимута представлены на рис. 5.2 для различных углов δ и χ . Графики построены на основе расчетов, выполненных программой «Облако» [3].

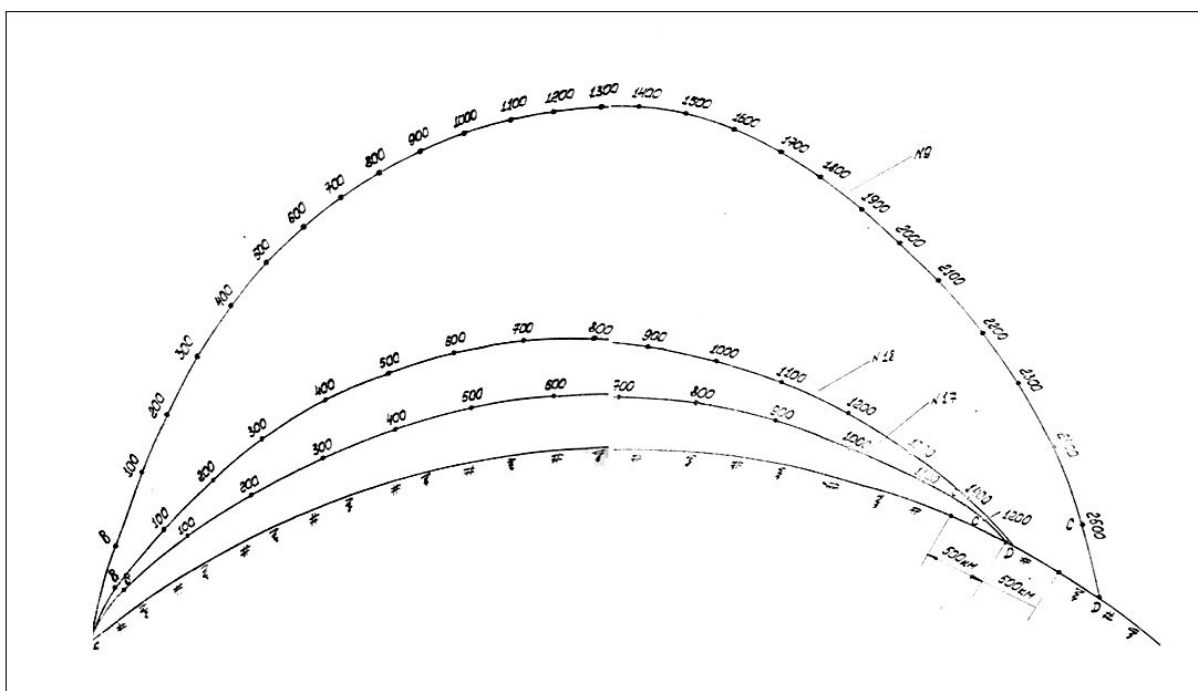


Рис. 5.1. Типовые траектории БО

Предварительный анализ графиков временных зависимостей наклонной дальности $d(t)$, радиальной скорости $V_p(t)$, угла места $\varepsilon(t)$ и азимута $\beta(t)$ показывает, что в зоне обнаружения они довольно близки к линейным. Для более точной оценки линейности проведена аппроксимация этих зависимостей полиномиальными моделями

Таблица 5.1

Параметры типовых траекторий БО

Тип БО	№ траек.	Конец акт. участка				Начало атм. участка			Общие полетные данные			
		V, м/с	H, км	Θ, гр.	L, км	V, м/с	H, км	-Θ, гр.	t пасс.	t полн.	L пасс.	L полн.
Минит-мен	17	6960	146	10°	477	7047	80.984	10.8°	1233	1411	7485	7962
	18	6578	214	20°	422	6770	77.969	21.2°	1485	1661	7660	8082
Титан	8	6600	290	20°	672	6450	76.815	21.5°	1676	1939	8433	9024
	9	6700	525	40°	680	7290	76.081	41.3°	2625	2890	8399	9079
	10	7332	134.5	8°	489	7393	79.108	8.5°	1532	1712	9854	10343

$$\alpha_i(t) = \sum_{k=0}^{p_i} \frac{V_k^{(i)} t^k}{k!}, \quad i = \overline{1,7}, \quad (5.1)$$

где $\alpha_1(t) = d(t)$, $\alpha_2(t) = V_p(t)$, $\alpha_3(t) = \varepsilon(t)$, $\alpha_4(t) = \beta(t)$, $\alpha_5(t) = x(t)$,

$\alpha_6(t) = y(t)$, $\alpha_7(t) = z(t)$; $V_k^{(i)}$ – соответствующий коэффициент полинома,

$k = \overline{0, P_i}$, $i = \overline{1,7}$.

Параметры X , Y и Z соответствуют координатам элемента ПРИЦ в декартовой системе, связанной с РЛС. Координата Z – местная вертикаль, ZOX находится в плоскости траектории. Вектор оценки коэффициентов модели $\vec{\hat{V}}_i = [\hat{V}_0^{(i)}, \dots, \hat{V}_{p_i}^{(i)}]^T$ находится методом наименьших квадратов [4]:

$$\vec{\hat{V}}_i = (A_i^T A_i)^{-1} A_i^T \vec{\alpha}_i, \quad (5.2)$$

где $A^T = \frac{\partial}{\partial \vec{V}_i} [\vec{a}_i(V_i, t)]$ – транспонированная матрица дифференциальных операторов;

$\vec{\alpha}_i = [\alpha_1^{(i)}, \dots, \alpha_n^{(i)}]^T$ – вектор измерений по соответствующей координате.

Точность полиномиальной модели определяется по среднему $\overline{\Delta S}$ и среднеквадратичному δS отклонениям местоположения расчетной точки падения от действительной. На рис. 5.3 и рис 5.4 приведены графики зависимостей соответственно среднего и среднеквадратичного отклонений в функции от величины интервала наблюдения, на котором производится аппроксимация траекторий. Начало наблюдения отстоит от РЛС на расстоянии 2000 км. Численные данные получены с помощью программы «Аппроксимация», в которой используется алгоритм (5.2) для $\alpha_1(t) = d(t)$, $\alpha_2(t) = \varepsilon(t)$.

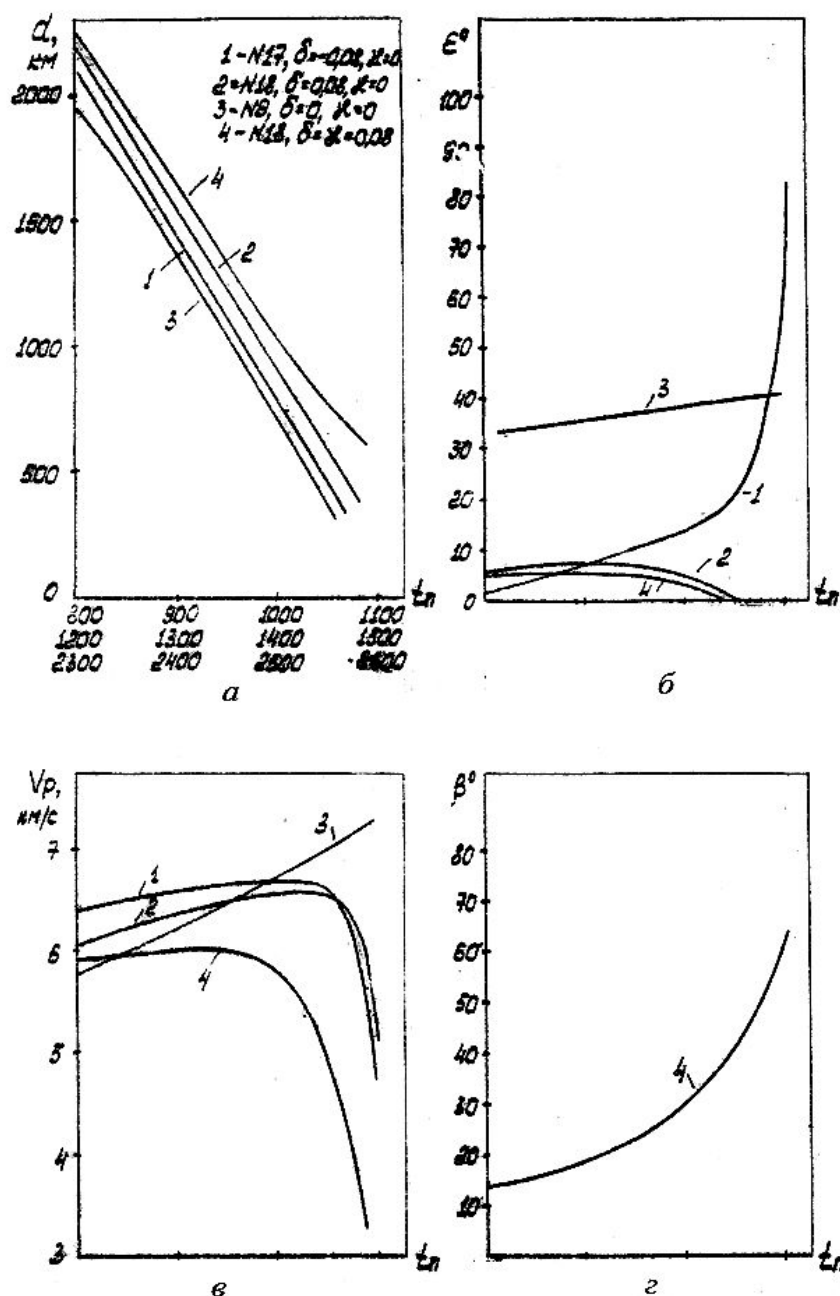


Рис. 5.2. Зависимости изменения от времени наблюдения наклонной дальности (а), угла места (б), радиальной скорости (в), азимута (г)

Если время наблюдения $t_n \leq 100$ с, то среднее отклонение для модели первого порядка больше 1000 км, для модели второго порядка меньше 200 км, для модели третьего порядка – меньше 25 км. Увеличение времени наблюдения от 20 с до 100 с практически не сказывается на уменьшении $|\overline{\Delta S}|$ моделей второго и третьего порядка. Величина δS существенно зависит от порядка и модели углов δ и κ .

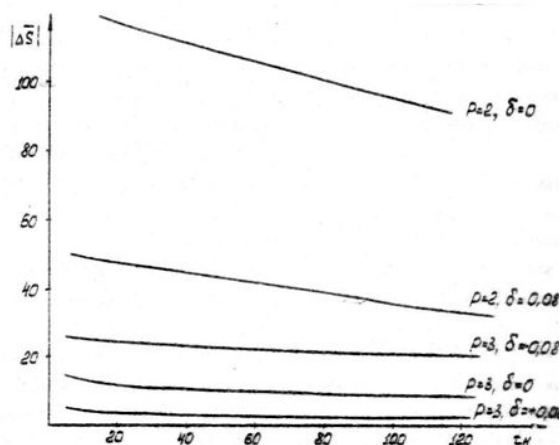


Рис. 5.3. Зависимости изменения от времени наблюдения модуля среднего отклонения от истинной точки падения при аппроксимации траектории № 18

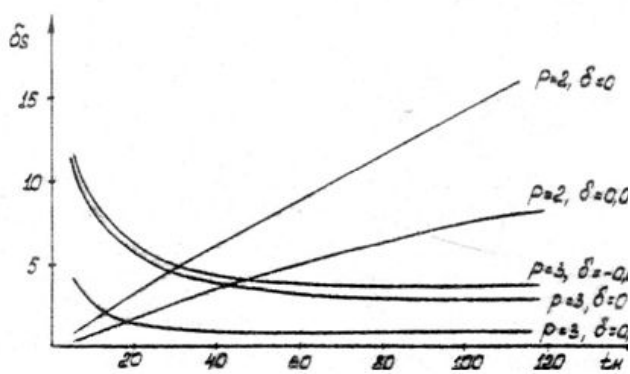


Рис. 5.4. Зависимости среднеквадратичного отклонения от истинной точки падения при аппроксимации траектории № 18

Для рассматриваемых ситуаций наиболее точной является полиномиальная модель третьего порядка, систематическая ошибка которой не превышает 50 км при $t_n \leq 20$ с, среднеквадратичная ошибка меньше 7,5 км при $20 \text{ с} \leq t_n \leq 100$ с. Значения коэффициентов полиномиальных моделей всех трех порядков для траектории № 18 при различных углах δ и κ и времени наблюдения приведены в табл. 5.2 для $\alpha_1(t) = x(t)$, $\alpha_2(t) = y(t)$ в декартовой системе координат и в табл. 5.4 для $\alpha_1(t) = d(t)$, $\alpha_2(t) = \varepsilon(t)$ в полярной системе координат.

Таблица 5.2

Коэффициенты декартовых полиномиальных моделей движения элементов ПРЦ

Угол выноса	Время наблюдения	Порядок полинома	$x(t)$, км				$y(t)$, км			
			x_0 , 10^3 км	x_1 , км/с	x_2 , 10^{-3} , км/с ²	x_3 , 10^{-6} , км/с ³	y_0 , 10^3 км	y_1 , км/с	y_2 , 10^{-3} , км/с ²	y_3 , 10^{-6} , км/с ³
0.0785	12.5	1	-1.9892	6.197			0.2078	-0.035		
		2	-1.9892	6.181	2.402		0.2078	0.022	-8.121	
		3	-1.9899	6.180	2.442	-5.78	0.2078	0.022	-8.077	-6.31
- 0.0785	97.5	1	-1.9425	5.927			0.4888	0.009		
		2	-1.9410	5.834	1.868		0.4825	0.393	-7.779	
		3	-1.9410	5.829	2.147	-5.63	0.4825	0.390	-7.553	-4.56
- 10o	12.5	1	-1.8090	6.300			0.8510	-0.226		
		2	-1.8090	6.023	1.727		0.8510	-0.203	-6.995	
		3	-1.8090	6.023	1.747	-4.65	0.8510	-0.203	-6.974	-4.46
+ 10o	97.5	1	-2.0010	7.017			0.0520	-0.989		
		2	-1.9990	6.903	2.303		0.0448	-0.549	-8.889	
		3	-1.9990	6.896	2.646	-6.94	0.0449	-0.558	-8.413	-9.62

Максимальные абсолютные значения коэффициентов для наклонной дальности равны ($0 \leq t_n \leq 100$ с):

$$\left. \begin{aligned} d_0 &\leq d_{\max \text{ обн}} = 200 \text{ км}; \\ |d_1| &\leq d_{1 \max} = 8 \text{ км/с}; \\ |d_2| &\leq d_{2 \max} = 4 \text{ м/с}^2; \\ |d_3| &\leq d_{3 \max} = 0,002 \text{ м/с}^3. \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

Таблица 5.3

Коэффициенты полярных полиномиальных моделей движения элементов ПРЦ

Угол выноса	Время наблюдения	Порядок полинома	$d(t)$, км				$\varepsilon(t)$, км			
			d_0 , 10^3 км	d_1 , км/с	d_2 , 10^{-3} км/с ²	d_3 , 10^{-6} км/с ³	ε_0	ε_1 , 10^{-3} с ⁻¹	ε_2 , 10^{-6} с ⁻²	ε_3 , 10^{-9} с ⁻³
0.0785	12.5	1	2.0000	-6.1672			0.1041	0.3045		
		2	2.0000	-6.1499	-3.0404		0.1041	0.3201	5.855	
		3	2.0000	6.1496	-3.0803	0.95	0.1041	0.3205	5.860	57.95
- 0.0785	97.5	1	2.0030	-5.7547			0.2465	0.7286		
		2	2.0000	5.5670	-2.0902		0.2436	0.8944	-2.451	
		3	2.0000	-5.5627	-2.3129	-0.58	0.2437	0.8965	-2.461	-15.12
- 10°	12.5	1	1.9992	-5.7968			0.4397	2.1325		
		2	1.9992	-5.5352	-1.6988		0.4397	2.0816	-6.157	
		3	1.9992	-5.5352	-1.7079	6.06	0.4397	2.0788	-6.158	-60.12
+ 10°	97.5	1	2.0016	-7.0406			0.0260	0.2581		
		2	1.9995	-6.9118	-0.1092		0.0224	0.2714	4.564	
		3	1.9995	-6.9068	-0.1106	3.85	0.0225	0.2715	4.531	80.11

Третий коэффициент имеет порядок, на шесть единиц меньший, чем первый, в связи с чем на небольших интервалах t_n точность аппроксимации при учете только трех членов разложения достаточно высока. Поэтому следует считать представление сложной зависимости $d(t)$ полиномом третьего порядка с постоянными коэффициентами вполне удовлетворительным на интервалах времени до сотен секунд, полиномом второго порядка – до десяти секунд, полиномом первого порядка, т.е. линейной зависимости наклонной дальности от времени наблюдения, на интервалах порядка единиц секунд. Последний случай характерен для этапа раннего обнаружения и оценивания общегрупповых параметров ПРЦ.

Этот вывод справедлив для других радиолокационных параметров элемента ПРЦ – угла места линии визирования и азимута.

5.2. Модель состава и формы ПРЦ

Содержание настоящего параграфа состоит в формализации в виде математической модели имеющейся априорной информации о составе ПРЦ и взаимном расположении её отдельных элементов.

С целью затруднения обнаружения и селекции элементов в ПРЦ противник применяет различные помеховые средства. Они разделяются по типу на активные и пассивные, по условному назначению – на маскирующие и дезинформирующие, по частотному диапазону применения – на радиолокационные, инфракрасные и оптические. Активные помеховые средства (станции активных помех – САП) используются, как правило, на небольших дальностях от РЛС ($d < 100$ км), когда уже пройден рубеж обнаружения. К пассивным помеховым средствам, предназначенным для маскировки боевых элементов (БЭ), относят ложные элементы (ЛЭ) различных категорий, радиопоглощающие покрытия БЭ, устройства ориентации элементов в пространстве. Наиболее эффективным способом создания пассивных помех является использование множества пассивных ЛЭ, которые по техническому назначению подразделяются на одиночные, групповые и объемно-распределенные.

В комплекс одиночных ЛЭ могут входить [1] обычные уголкового отражатели, например, на базе линзы Люнеберга, легкие ложные элементы (ЛЛЭ) в виде надувных шаров или баллонов из металлизированного пластика, имитирующие внешнюю геометрию маскируемых БЭ, тяжелые ложные элементы (ТЛЭ) – ложные боеголовки (до 0,5 веса БЭ) и обломки корпуса последней ступени, квазитяжелые ЛЭ (КТЛЭ) – ЛЭ с разгонным двигателем и т.п.

Несколько одиночных элементов могут создать групповую ПРЦ. Для предотвращения разлета группа может иметь внутри себя гибкие и жесткие связи в виде тросов, штанг и т.п. Присоединение к БЭ и ЛЭ дополнительных отражателей выравнивает сигнальные характеристики, увеличивая одновременно и их среднюю ЭПР.

Совокупность множества отражающих элементов, относительно близко расположенных к друг другу и занимающих сравнительно большую область пространства, образует объемно-распределённую цель. Типичным представителем такой цели является облако дипольных отражателей. Различие между групповой целью и объемно-распределенной целью состоит в количестве элементов M_{Σ} , приходящихся на один объем разрешения РЛС. Для групповой цели величина M_{Σ} всегда не более единицы, для объемно-распределенной она не меньше единицы и может существенно ее превышать. Таким образом, в зависимости от величины M_{Σ} ПРЦ может быть либо

групповой целью, либо пространственно-распределенной. В конце параграфа показано, как можно определить среднее значение $\overline{M_3}$.

Для выполнения радиолокационных требований, определяемых методами исключения селекции по сигнальным характеристикам, необходимо, чтобы ЛЭ имели максимальное сходство с БЭ. Этого можно достичь путем выбора соответствующей конфигурации и размеров ЛЭ, а также использования специальных покрытий для БЭ. С целью затруднения сопровождения и селекции БЭ на дальнейших этапах некоторые ЛЭ могут быть оснащены источниками активных помех и формирователями облака дипольных отражателей. Для ориентирования САП в пространстве такие ЛЭ снабжаются дополнительными системами, стабилизирующими положение элементов в течение полета. С начала 80-х годов все БЭ имеют стабилизирующие устройства, исключаяющие кувыркание [1] и, как следствие, выбросы ЭПР при неблагоприятных положениях БЭ относительно РЛС. Состав ПРЦ с БЭ [5] приведен в табл. 5.4.

Таким образом, анализ априорной информации показывает, что на рубеже обнаружения и раннего сопровождения ПРЦ состоит из нескольких десятков одиночных целей с одинаковыми ЭПР от тысячных долей квадратного метра до нескольких квадратных метров [1]. Количество элементов неизменно, априори неизвестно и зависит от организационно-технических требований. Применение маскирующих и заградительных активных помех и дипольных отражателей на этих рубежах нецелесообразно ввиду резкого увеличения вероятности обнаружения ПРЦ.

На основании предварительной информации (спутниковые и тектонические системы наблюдения за стартом МБР, оперативная информация и т.д.) для каждого акта обнаружения можно ввести некоторую априорную функцию распределения числа элементов обнаруживаемой ПРЦ, на основании которой каждому предполагаемому числу M её элементов ставится в соответствие некоторая вероятность $P(M)$. Значение M ограничено сверху максимально возможным числом элементов ПРЦ $M_{\text{макс}}$.

Аналитическая форма описания вида распределения вероятности элементов $P(M)$ должна быть достаточно универсальной. С этой целью для аппроксимации априорного распределения в настоящей работе предложено использовать распределение из семейства Пирсона (тип 1) – бета-распределение, зависящее от двух параметров η и ν [6]:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha^{2\eta-2} \beta^{2\nu-2}}{(\alpha + \beta)^{\eta+\nu-1} B(\eta, \nu)} (\alpha + x)^{\eta-1} (\beta - x)^{\nu-1}, & x \in [-\alpha, \beta]; \\ 0, & x \notin [-\alpha, \beta], \end{cases} \quad (5.4)$$

где $B(\eta, \nu) = \Gamma(\eta) \Gamma(\nu) / \Gamma(\eta + \nu)$, $\eta > -1$, $\nu > -1$.

Было проведено исследование аппроксимирующих свойств этого распределения в широком диапазоне изменений параметров η и ν . Полученные зависимости $\gamma_2 = f(\gamma_1)$, где γ_2 – коэффициент эксцесса, γ_1 – коэффициент асимметрии, приведены на рис. 5.5. Цифры у точек означают величину второго параметра ν . Согласно [7], нижней границей для распределений любого вида является неравенство $\gamma_2 \leq \gamma_1^2 - 2$. Бета-распределение полностью аппроксимирует область между осью абсцисс и этой нижней границей. Другими словами, с точностью до первых четырех моментов оно аппроксимирует здесь любое распределение. В этой области находятся многие известные распределения – гауссово, равномерное и т.д. Верхней границей области для бета-распределения является парабола $\gamma_2 = 1,5\gamma_1^2$, правая ветвь которой относится к семейству гамма-распределений (тип III по Пирсону, $\gamma_2 > 0$). Таким образом, при фиксированном значении одного из параметров и увеличении другого бета-распределение асимптотически стремится к одному из гамма-распределений.

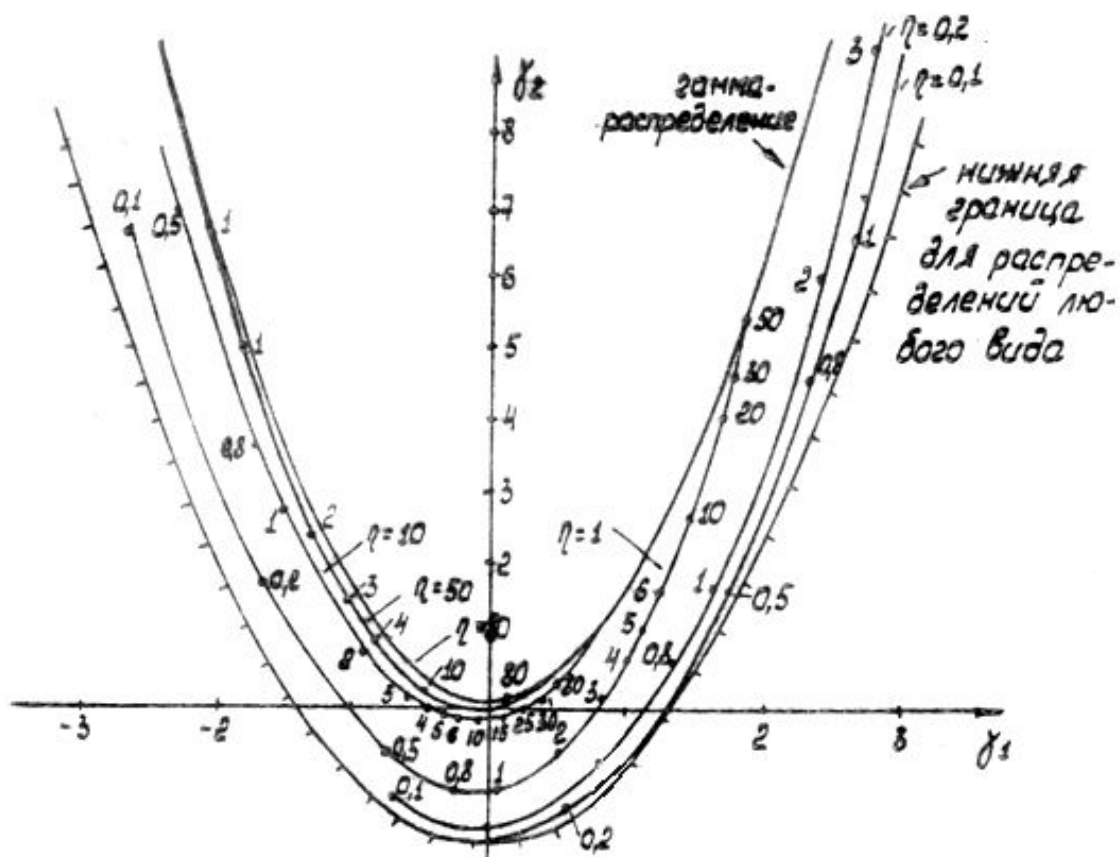


Рис. 5.5. Представление бета-распределения в координатах «коэффициент асимметрии» – «коэффициент эксцесса»

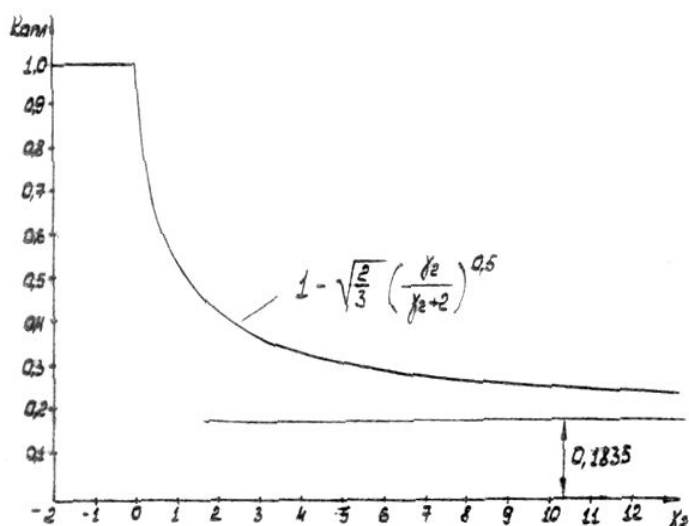


Рис. 5.6. Зависимость коэффициента аппроксимации бета-распределения от коэффициента эксцесса

Коэффициент аппроксимации $K_{\text{апп}}$, равный отношению числа аппроксимируемых к общему числу распределений, приведен на рис. 5.6. При $\gamma_2 \rightarrow \infty$ он стремится к величине, равной 0,1835. Это означает, что в среднем пятая часть всех возможных распределений с точностью до первых четырех моментов может быть заменена бета-распределением.

Таблица 5.4

Состав ПРЦ типовых средств нападения

Вид обороняемого объекта	Тип средства нападения	Состав ПРЦ						Всего элементов
		БЭ	ЛЭ	КТЛЭ	РПП	САП	Средства стабилизации	
Административно-промышленные центры	Минитмен – III моноблок	1	20	4	+	-	-	25
	Минитмен – III MIRV	3	15	5	+	-	-	23
Укрепленные районы	Минитмен – III моноблок	1	-	-	-	2	-	3
	Минитмен – III MIRV	3	-	6	-	1	+	10
	Минитмен – V ULMS	1	-	5	+	3	+	9

Дискретный характер распределения $p(M)$ требует перехода от непрерывного к дискретизированному бета-распределению:

$$P(M) = I_{M/L}(\eta, \nu) = \frac{1}{B(\eta, \nu)} \int_{(M-1)/L}^{M/L} t^{\eta-1} (1-t)^{\nu-1} dt, \quad (5.5)$$

где $L = M_{\text{макс}}$.

Широкие аппроксимирующие возможности распределения (5.5) показаны на рис. 5.7 для двух значений L . На них приведены графики зависимостей $\gamma_2 = f(\gamma_1)$ при изменении в широких пределах второго параметра и фиксированном значении первого.

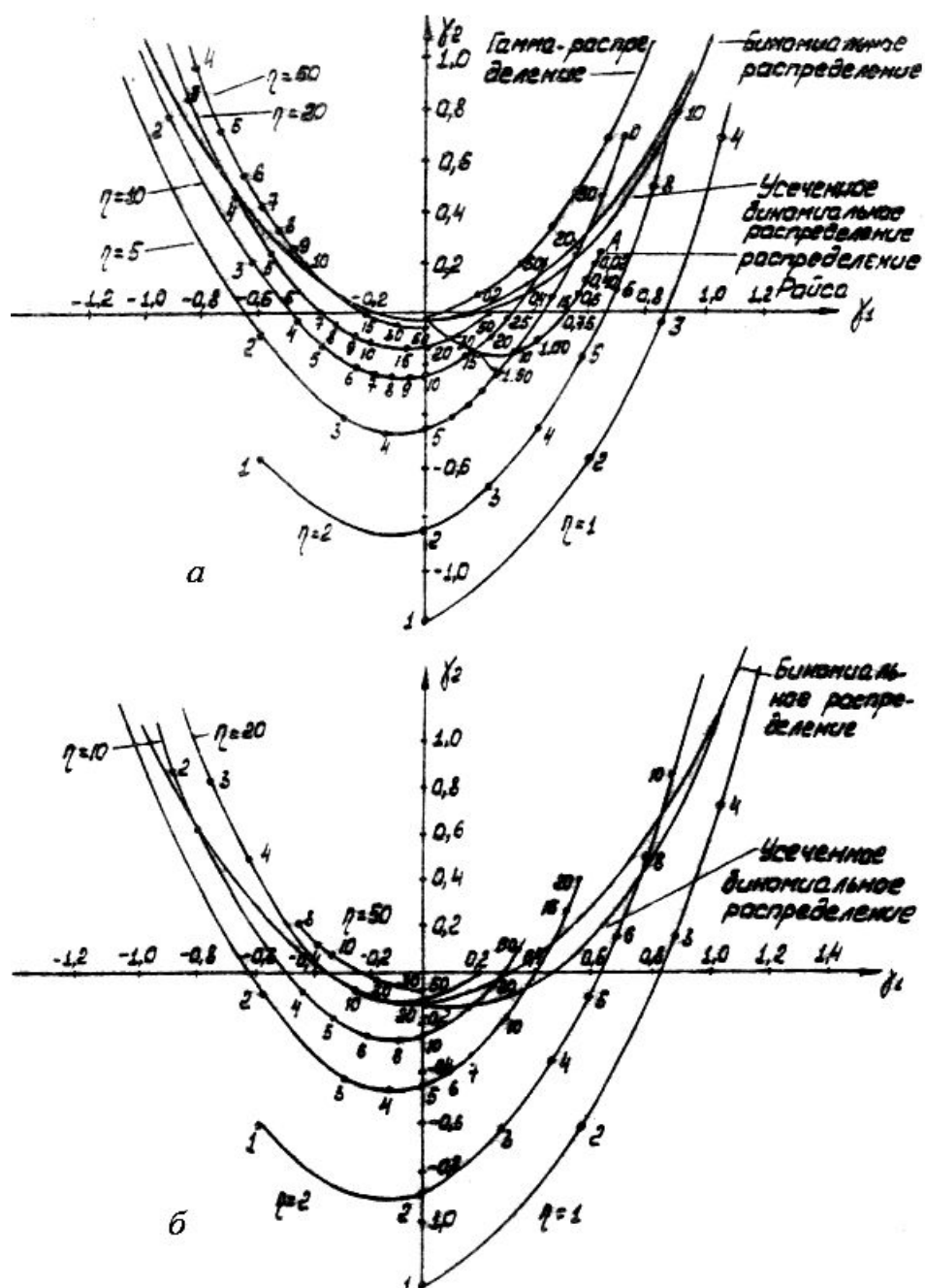


Рис. 5.7. Представление дискретизированного бета-распределения в координатах «коэффициент асимметрии» - «коэффициент эксцесса» ($a - L = 16$, $b - L = 64$)

Там же для сравнения изображены кривые, соответствующие биномиальному распределению

$$P_1(M) = \binom{L}{M} P_0^M (1 - P_0)^{L-M}, \quad M = \overline{0, L} \quad (5.6)$$

и усеченному биномиальному распределению:

$$P_2(M) = \frac{\binom{L}{M} P_0^M (1 - P_0)^{L-M}}{1 - (1 - P_0)^{-L}}, \quad M = \overline{1, L}. \quad (5.7)$$

Дискретное распределение, являющееся более простой формой дискретизации непрерывного бета-распределения,

$$P_3(M) = \frac{t^{\eta-1} (1-t)^{\nu-1}}{C(\eta, \nu, t)}, \quad M = \overline{1, L}, \quad (5.8)$$

где $t = M/L$, $C(\eta, \nu, t) = \sum_{M=1}^L t^{\eta-1} (1-t)^{\nu-1}$, асимптотически стремится к распределению (5.5) при $L \rightarrow \infty$. Например, для $L > 50$ различие между ними в коэффициентах эксцесса и асимметрии проявляется с третьей значащей цифры. Однако, несмотря на простоту аналитического выражения $P_3(M)$ и такие же, как у распределения (5.5), аппроксимирующие способности, от него пришлось отказаться вследствие трудностей моделирования целочисленных случайных величин M при малых L ($L < 32$). Функция APRW позволяет быстро и точно получить все основные параметры дискретизированного бета-распределения (5.5), не прибегая к численному интегрированию. Тем самым сложность выражения (5.5) не оказывает существенного влияния на точность и скорость расчетов, в то же время моделирование случайных целых чисел производится в соответствии с простым, широко используемым алгоритмом.

При равенстве $\eta = \nu$ распределение (5.5) становится симметричным. В частном случае ($\eta = \nu = 1$) оно превращается в равномерное распределение. В данной работе оба параметра варьировались в диапазоне $1 \leq \eta, \nu \leq 10$, позволяющем провести анализ широкого класса априорных функций распределения числа элементов обнаруживаемого объекта. На рис. 5.8 представлены графики дискретизированного бета-распределения для некоторых значений параметров при $L = 8$. Дискретность условно исключена, для чего значения дискретной функции соединены плавной линией.

Из всего многообразия априорных распределений для анализа алгоритмов обнаружения и оценивания (см. гл. 6 и 7) выбраны, как наиболее характерные, следующие:

- $\eta = 1, \nu = 10$ – малоэлементная ПРЦ;
- $\eta = 1, \nu = 1$ – ПРЦ с равным распределением числа элементов;
- $\eta = 10, \nu = 10$ – ПРЦ с квазигауссовым распределением числа элементов;
- $\eta = 10, \nu = 1$ – многоэлементная ПРЦ.

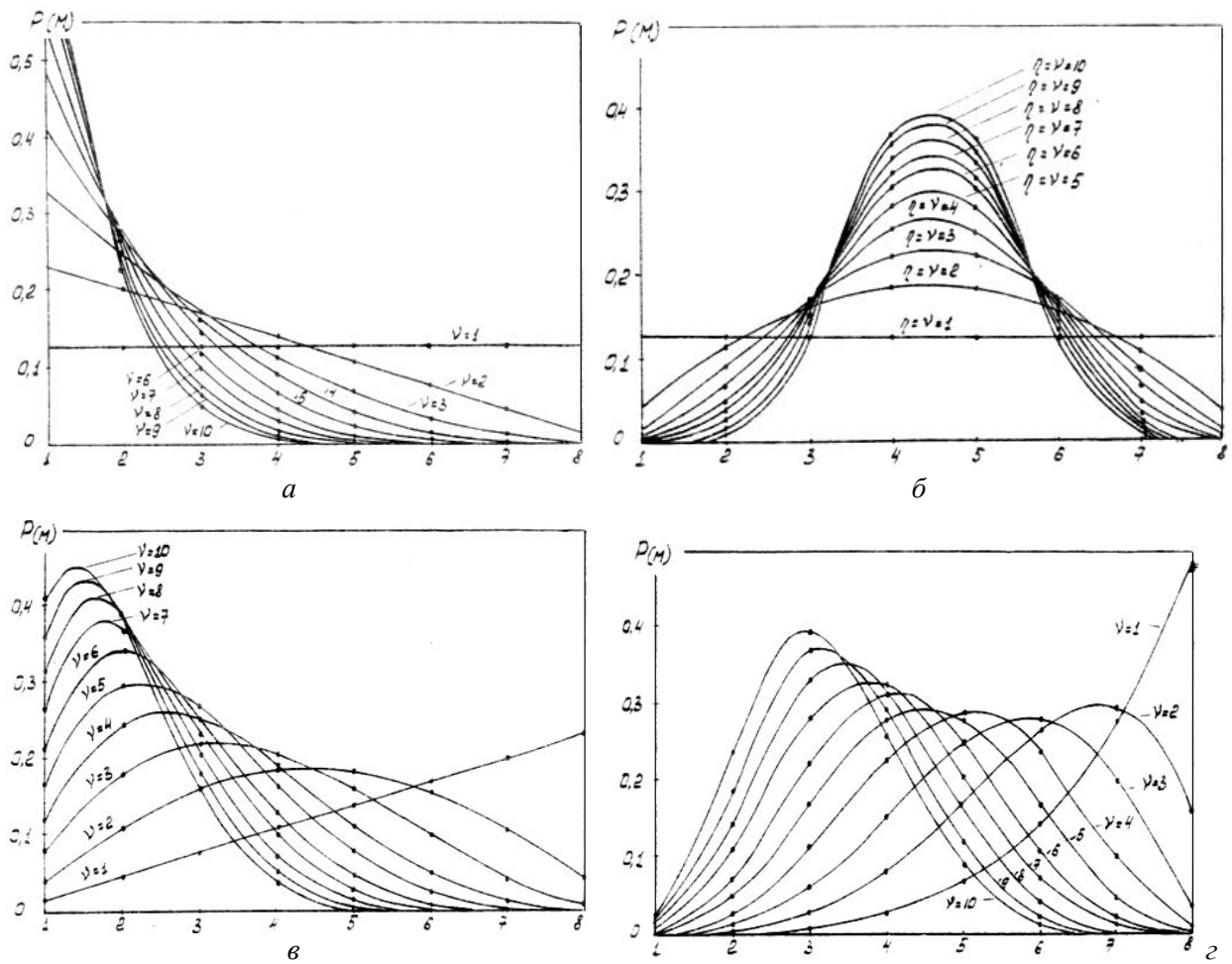


Рис. 5.8. Дискретизированное бета-распределение: а) $\eta = 1$; б) $\eta = \nu$; в) $\eta = 2$; г) $\eta = 5$

Пирсоновские распределения полностью определяются первыми четырьмя моментами. Если обозначить

$$B = 6 \frac{\gamma_2 - \gamma_1^2 + 2}{3\gamma_1^2 - 2\gamma_2}, C = 16(B + 1) + \gamma_1^2(B + 2)^2, \quad (5.9)$$

то оценки параметров непрерывного распределения (5.4) определяются по формулам:

$$\hat{\eta} = \frac{B}{2} \left[1 - \sqrt{1 - 16(B + 1)^2 / C} \right], \quad (5.10)$$

$$\hat{\nu} = \frac{B}{2} \left[1 + \sqrt{1 - 16(B + 1)^2 / C} \right] = B - \hat{\eta}. \quad (5.11)$$

Оценки минимальной \hat{M}_{\min} и максимальной \hat{M}_{\max} границ вычисляются следующим образом:

$$\hat{M}_{\min} = \bar{M} - \sqrt{D_M \frac{\nu(\eta + \nu + 1)}{\eta}}, \quad (5.12)$$

$$\hat{M}_{\max} = \overline{M} + \sqrt{D_M \frac{\eta(\eta + \nu + 1)}{\nu}}, \quad (5.13)$$

где \overline{M} и D_M – математическое ожидание и дисперсия априорного распределения. Соотношения (5.10) - (5.13) были впервые получены в другой форме в [8]. Эти оценки можно использовать при аппроксимации дискретных априорных распределений для $\hat{M}_{\max} > 30$.

ЛЭ и другие помеховые средства отделяются в начале пассивного участка [5] (точка B на рис. 5.1). В процессе полета область пространства, занимаемая элементами ПРЦ, увеличивается и ЛЭ распределяются вдоль траектории полета на все большем участке. Формирование ПРЦ проводится при условии поражения селектирующим ядерным взрывом, осуществляемом системой ПВО, не более одного элемента [5]. Это условие означает, что в зоне точного сопровождения ($d = 500 \div 100$ км) максимальное расстояние между элементами должно быть не менее $7 \div 10$ км. Диапазон скоростей отделения составляет $0 \div 150$ м/с. На рис. 5.9 показано, как происходит формирование ПРЦ для траектории № 18 ($\delta = 50$ км, $\kappa = 0$) и скорости выброса 50 м/с в зависимости от времени полета.

На рисунке изображены четыре сечения облака ПРЦ плоскостью базовой траектории. Базовой называется траектория элемента ПРЦ, у которого не изменяется начальная скорость. Время выброса – начало пассивного участка. Координата X_M лежит в местной горизонтальной плоскости и направлена в сторону движения ПРЦ, координата Z_M является местной вертикалью. Центр координат совпадает с соответствующим положением элемента ПРЦ, летящего по базовой траектории. Двадцать ЛЭ, выброшенных с дискретом 18^0 к вектору скорости, образуют геометрическое место точек, приближенно являющееся эллипсоидом вращения, ориентация осей которого в местной системе координат в течение полета непрерывно изменяется. Движение отдельных элементов относительно друг друга и центра координат характеризуется сложной зависимостью от времени, но в первом приближении можно принять, что наиболее удаленным от центра ПРЦ являются элементы, которые выбрасывались в направлениях, коллинеарных направлению вектора скорости базовой траектории. Увеличение малой оси эллипса сечения с течением времени замедляется, а большой – убыстряется. Это приводит к его постепенному растягиванию в направлении, примерно совпадающем с направлением вектора скорости базовой траектории.

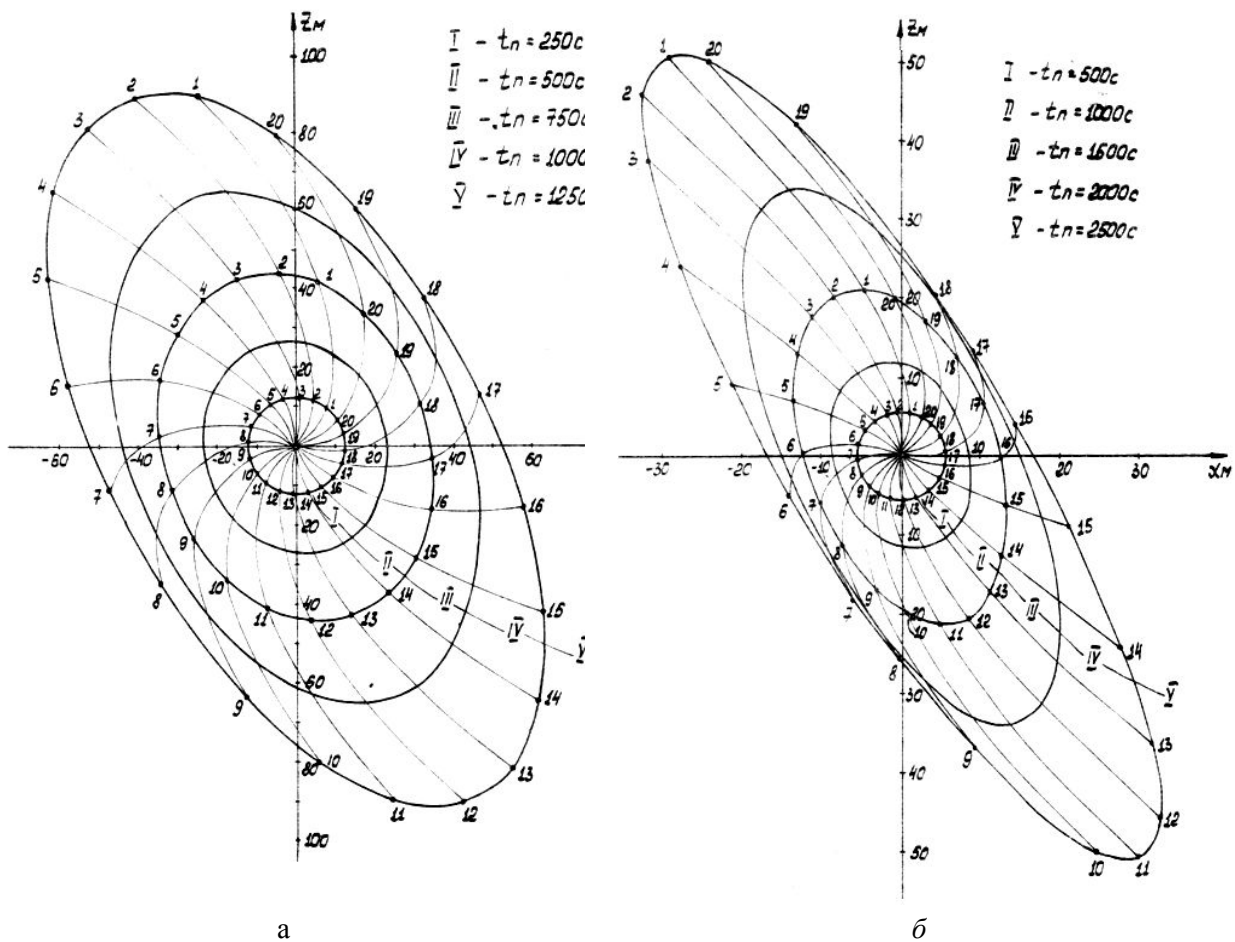


Рис. 5.9. Формирование ПРЦ: а) траектория № 18, скорость выброса 50 м/с;
б) траектория № 9, скорость выброса 10 м/с

Такие же выводы дает анализ формирования ПРЦ (рис. 5.9,б) на базовой траектории № 9 ($\delta = \kappa = 0$) при скорости выброса 10 м/с. В случаях, показанных на рис. 5.9, размеры эллипса сечения на расстоянии 2000 км от РЛС равны (в километрах) – 120 x 30 и 200 x 100 соответственно.

Если предположить, что направление большой оси совпадает с направлением на РЛС, в составе ПРЦ содержится M элементов и отношение большой оси к интервалу разрешения равно L , то, при условии равномерного распределения элементов внутри объема эллипсоида, их среднее число в i -м объеме разрешения по дальности выражается формулой:

$$\overline{M}_i = \frac{M}{L^3} [6Li + 3L - 6i(i + 1) - 2], i = \overline{0, L - 1}. \quad (5.14)$$

С помощью уравнения (5.14) можно приближенно оценить вероятность P_i наличия одного элемента в i -м объеме разрешения по дальности. Например, при $i = L/2$, т.е. в объеме разрешения, приходящемся на центральную часть, $\overline{M}_{L/2} = 3M/(2L)$ и является максимальным среди других \overline{M}_i . Здесь $P_{L/2} = 3/(2L)$. Если

$L > M$ и L достаточно велико, то попадание в один интервал разрешения двух или более элементов – крайне редкое событие. Этот вывод тем более справедлив для интервалов разрешения, приходящихся на края эллипсоида, где $\overline{M}_0 = \overline{M}_{L-1} = 3M/L^2$, $P_0 = P_{L-1} = 3/L^2$. В этом случае, когда все элементы ПРЦ разрешены, она является групповой.

Важность разделения ПРЦ на групповые и пространственно-распределенные следует из существенного различия оптимальных алгоритмов обнаружения и оценивания для этих двух ситуаций (см. гл. 6). Приближенной границей между ними является неравенство $M < L$, где под L следует понимать общее число разрушения (по дальности, угловым координатам, скорости), приходящихся на обнаруживаемую ПРЦ.

5.3. Модель отраженного сигнала

На основе рассмотренных ранее моделей движения, состава и взаимного расположения элементов ПРЦ вводится математическая модель полного отраженного сигнала. Выбор статистических законов отражения определяется соотношениями между длиной волны и максимальными линейными размерами элементов.

В общем случае отраженный сигнал $S(t)$ в точке приема равен сумме отраженных сигналов от отдельных элементов ПРЦ, а также сигналов, появляющихся в результате взаимных переотражений, многолучевого распространения и т.д.

Вследствие большого удаления элементов ПРЦ друг от друга (более $7 \div 10$ км [5]), а также сравнимости длины волны и линейных размеров элементов, эффекты, связанные с переотражениями, экранированием и т.п. играют исчезающе малую роль. Поэтому полагаем, что полный отраженный сигнал соответствует сумме сигналов, отраженных от каждого из элементов ПРЦ: $S(t) = \sum_{i=1}^M S_i(t)$.

Определим парциальный отраженный сигнал $S(t)$ в виде:

$$S_i(t) = S_i(t, \lambda_i) = \text{Re}[\theta_i(t)U(t, \lambda_i)e^{j\omega_0 t}], \quad (5.15)$$

где $\theta_i(t)$ – комплексный случайный коэффициент, зависящий от мощности зондирующего сигнала $P_{\text{пер}}(t)$, коэффициента ослабления $\xi_i(t)$ и фазового сдвига при отражении φ_i :

$$\theta_i(t) = |\theta_i(t)|e^{j\varphi_i(t)}, \quad |\theta_i(t)| = P_{\text{пер}}(t)\xi_i(t);$$

$U(t, \lambda_i)$ – комплексный коэффициент детерминированной модуляции, выражающейся через амплитудную $V(t, \lambda_i) = |U(t, \lambda_i)|$ и фазовую $\varphi(t, \lambda_i) = \arg(U(t, \lambda_i))$ модуляции;

λ_i – параметр сигнала, в общем случае векторный, например, временная задержка и доплеровский сдвиг $\lambda_i = [\tau_i, \Omega_i]^T$.

Коэффициент ослабления определяется из уравнения радиолокации [9]:

$$\xi_t(t) = \frac{\Lambda^2 \xi_{\text{пер}}(t) \xi_{\text{инр}}(t) G_{\text{пер}} G_{\text{пр}}}{(4\pi)^3 d_i^4(t) \Pi(t)} \sigma_i(t), \quad (5.16)$$

где $\xi_{\text{пер}}(t)$ и $\xi_{\text{инр}}(t)$ – коэффициенты, учитывающие неидеальность распространения (рассеяния) электромагнитных волн при прямом и обратном распространении соответственно,

$G_{\text{пер}} G_{\text{пр}}$ – коэффициенты усиления передающей и приемной антенн,

$\Pi(t)$ – потери, связанные с неидеальностью приемного устройства,

$\sigma_i(t)$ – эффективная поверхность рассеяния (ЭПР) i -го элемента,

Λ – длина волны.

На небольших интервалах времени наблюдения коэффициент ослабления можно представить в виде мультипликативного выражения

$$\xi_i(t) = \Xi_i \frac{\sigma_i(t)}{d_i^4(t)}, \quad (5.17)$$

$$\Xi_i = \frac{\Lambda^2 \xi_{\text{пер}}(t_0) \xi_{\text{инр}}(t_0) G_{\text{пер}} G_{\text{пр}}}{(4\pi)^3 \Pi(t_0)}, \quad (5.18)$$

в котором $t_0 = (t_{\text{нч}} + t_{\text{кн}})/2$, $t_{\text{нч}}$ – начало, $t_{\text{кн}}$ – конец интервала наблюдения.

При постоянной мощности зондирующего сигнала случайные изменения $\theta_i(t)$ определяются флуктуациями ЭПР $\sigma_i(t)$ и фазы отражения $\varphi_i(t)$. Флуктуации ЭПР в зависимости от ориентации элемента относительно направления зондирования определяются, по данным [5], величиной ± 20 дБ относительно $\bar{\sigma}_i$ – средней ЭПР и приближенно описываются при $\Lambda < b_{\text{max}}$ (b_{max} – максимальный линейный размер элемента) экспоненциальным законом распределения.

$$f\left(\frac{\sigma_i(t)}{\bar{\sigma}_i}\right) = \frac{1}{\bar{\sigma}_i} \exp\left\{-\frac{\sigma_i(t)}{\bar{\sigma}_i}\right\}, \sigma(t)_i > 0. \quad (5.19)$$

В модели (5.19) отсутствует «блестящая точка» в составе элемента. Для случая, когда, $\Lambda \approx b_{\text{max}}$, более точной является модель с наличием «блестящей точки», в которой амплитуда A отраженного сигнала связана со среднеквадратичным отклонением $\bar{\sigma}$ диффузного отражения соотношением

$$A = a\bar{\sigma}. \quad (5.20)$$

Выбор параметра a этой модели (модель Райса [6,10]) зависит от соотношения Λ и b_{max} , конструкции элемента, его покрытий и т.п.

Другими моделями, применяющимися при описании флуктуаций ЭПР, является предложенное Сверлингсом [11] семейство хи-квадрат распределения:

$$f(\sigma(t), \bar{\sigma}) = \frac{1}{(k-1)! \bar{\sigma}} \left(\frac{k\sigma(t)}{\bar{\sigma}} \right)^{k-1} \exp\{-k\sigma(t)/\bar{\sigma}\}, \quad \sigma(t) \geq 0, \quad (5.21)$$

которое было обобщено в [12] на случай не целых $m = k$ и, тем самым, сведено к семейству гамма-распределения. В работе [13] подробно рассмотрен случай малых m ($1 \leq m \leq 2$), что объясняется заметными вероятностями больших значений ЭПР вытянутых цилиндрических тел. Поскольку параметр распределения (5.21) определяется по формуле

$$k = m = (\bar{\sigma})^2 / D_{\sigma}, \quad (5.22)$$

то при больших дисперсиях D_{σ} число степеней свободы достаточно мало. Отметим, что согласно (5.22), основой для выбора модели является ожидаемый разброс значений ЭПР относительно средней величины, поэтому стандартные модели достаточно правильно отображают характеристики рассеяния реальных целей в средней части функции распределения при условии приемлемого совпадения на «хвостах».

Спектр флуктуации $\sigma_i(t)$ имеет эффективную ширину в единицы герц [14], поэтому при зондировании с большим периодом повторения ($T_{\Pi} > \tau_k$, τ_k – время корреляции ЭПР) из условия однозначности определения дальности до удаленных целей случайные ЭПР в соседних периодах независимы. Как уже указывалось в параграфе 5.2, ЭПР всех элементов ПРЦ по организационно-тактическим причинам выбираются одинаковыми.

Фаза отражения $\varphi_i(t)$ – случайная величина, зависящая от ракурса, под которым наблюдается элемент, геометрических форм, свойств покрытия и т.д. Изменения $\varphi_i(t)$ во времени определяют спектр фазовых флуктуаций шириной также в единицы герц. Распределение фаз диффузного отражения равномерно в интервале $(0, 2\pi)$, кроме того при большом периоде повторения эти случайные фазы также независимы.

При сделанных выше предположениях о моделях распределения ЭПР и фаз отражения законы распределения модуля $A_i = |\theta_i|$ имеют вид:

1) для экспоненциального распределения –

$$f(A_i) = \frac{A_i}{2\sigma_i^2} \exp\{-A_i^2/(2\sigma_i^2)\}, \quad A_i \geq 0, \quad (5.23)$$

– релеевское распределение. Здесь, и в формулах (5.24) и (5.25) параметр $2\sigma_i^2$ – мощность диффузной составляющей;

2) для модели Райса –

$$f(A_i) = \frac{A_i}{2\sigma_i^2} \exp\left\{-\frac{A_i^2 + \alpha_i^2 \sigma_i^2}{2\sigma_i^2}\right\} I_0\left(\frac{\alpha A_i}{\sigma_i}\right), \quad A_i \geq 0;$$

$$f(A_i) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\sigma_i^2} \right)^m A_i^{2m-1} \exp \left\{ -\frac{m}{\sigma_i^2} A_i^2 \right\}, \quad A_i \geq 0. \quad (5.25)$$

Последнее распределение – это также распределение Накагами или m -распределение [6,10]. На рис. 5.7 показана точка A , относящаяся к релеевскому распределению и кривая, характеризующая распределение Райса.

Рассмотрим изменение комплексного коэффициента модуляции, обусловленное отражением от движущегося по линейному закону элемента ПРЦ. Обоснование линейности движения было проведено в параграфе 5.2. Временная задержка до i -го элемента равна $\tau_i(t) = 2d_i(t)/c$, доплеровская частота определяется постоянной радиальной скоростью $V_{pi}(t)$ и несущей частотой ω_0 : $\Omega_i(t) = 2\omega_0 V_{pi}(t)/C$. Эти величины полностью описывают изменения постоянной составляющей комплексного коэффициента модуляции: сдвиг на $\tau_i(t)$ по времени и на $\Omega_i(t)$ по частоте. При условии узкополостности зондирующего сигнала ($\Delta\varphi \ll \omega_0 T$) пренебрегаем [14] дополнительными приращениями по времени и частоте других составляющих, считая, что весь спектр комплексной модуляции дружно сдвигается по времени на $\tau_i(t)$ и по частоте – на $\Omega_i(t)$.

Взаимный сдвиг парциальных спектров определяется разностью радиальных скоростей отдельных элементов ПРЦ. Например, для приведенной выше траектории № 18 при скорости выброса 50 м/с и наклонной дальности 2000 км и РЛС, находящейся на расстоянии 500 км от точки падения, максимальная разность скоростей составляет $\Delta V_{pmax} = 6.312 - 6.145 = 0.167$ км/с. Следовательно, максимальный сдвиг спектров в этом случае равен $\Delta V_{pmax} / \bar{V}_p$ от полного доплеровского сдвига. Взаимное расположение параметров λ_i коэффициентов комплексной модуляции (см. формулу (5.15)) на плоскости (τ, Ω) , соответствующее ПРЦ на рис. 5.10,а, показано на рис. 5.11.

Парциальные временные задержки $\tau_i(t)$ могут быть представлены в виде $\tau_i(t) = \tau_0(t) + \tau_{i0}(t)$, где $\tau_0(t)$ – задержка до некоторой произвольно выбранной характерной точки ПРЦ (ближайший элемент, геометрический центр, энергетический центр и т.д.), $\tau_{i0}(t)$ – относительная временная задержка i -го элемента. Аналогичное выражение записывается для доплеровских частот: $\Omega_i(t) = \Omega_0(t) + \Omega_{i0}(t)$.

Рассмотрим более подробно распределение последовательных во времени задержек в условиях приема сигналов на фоне шума. Предположим, что в момент начала зондирования параметры характерной точки имеют величину $\lambda_0^1 = [\tau_{i0}, \Omega_{i0}]$, а ПРЦ на (τ, Ω) -плоскости занимает область $\Delta\tau \times \Delta\Omega$. Совместный закон изменения этих

параметров в N периодах повторения аппроксимируется двумерной односвязной марковской последовательностью

$$P(\lambda_0^1, \lambda_0^2, \dots, \lambda_0^N) = P(\lambda_0^1) \prod_{i=2}^N P(\lambda_0^i / \lambda_0^{i-1}). \quad (5.26)$$

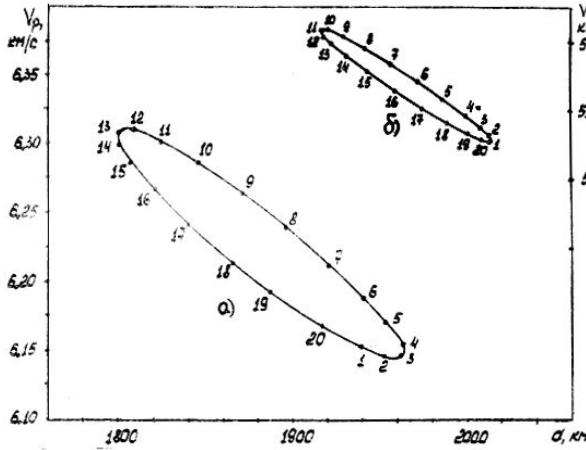


Рис. 5.9. Границы параметров элементов ПРЦ на (τ, Ω) -плоскости: а) траектория № 18

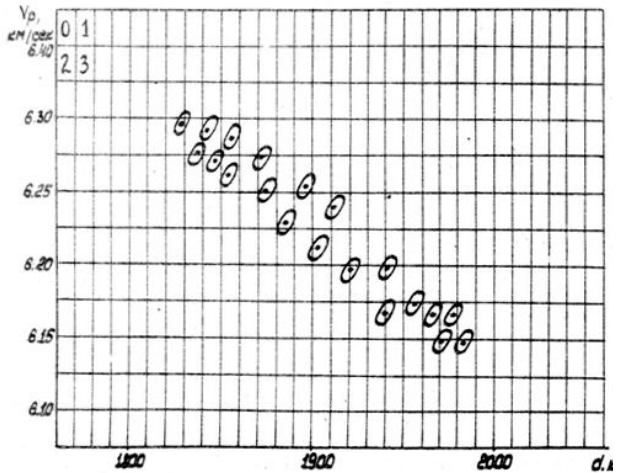


Рис. 5.11. Отклик согласованного фильтра при зондировании ПРЦ. Траектория №18, $V_b=50$ м/с

Параметры марковского процесса (5.26) при линейной модели движения определяются следующим образом: коэффициент сноса для временных задержек равен

$$\alpha(\tau) = \frac{c\Omega_0}{2\omega_0} T_n, \quad (5.27)$$

где T_n – период повторения, коэффициент сноса для доплеровских частот равен нулю, коэффициенты диффузии практически одинаковы и зависят от уровня шума.

Область предполагаемого расположения ПРЦ разбивается на одинаковые элементарные площадки $\delta\tau \times \delta\Omega$. Общее число таких площадок $L = \frac{\Delta\tau \Delta\Omega}{\delta\tau \delta\Omega}$, каждой присвоен порядковый номер. Обозначим некоторое q -ое сочетание элементов как вектор \vec{l}_q (координатами вектора являются номера тех площадок, в которых присутствуют элементы ПРЦ) и запишем плотность вероятности расположения в k -м периоде

$$P(\vec{l}_q / \lambda_0^k) = \sum_q P(\vec{l}_q / \lambda_0^k) \delta(\vec{l} - \vec{l}_q), \quad (5.28)$$

где $P(\vec{l}_q / \lambda_0^k)$ – вероятность q -го сочетания в k -ом периоде. Сумма в (5.28) берется по всем возможным расположениям. Для фиксированного сочетания площадок в k -ом периоде, содержащих элементы ПРЦ, зададим условную плотность вероятности вектора параметров $P(\lambda / \tau_0^k)$. С учетом принятых предположений совместная

плотность вероятности параметров парциальных отраженных сигналов в N периодах повторения имеет вид:

$$P(\lambda_0^1, \lambda_0^2, \dots, \lambda_0^N; \vec{\lambda}^1, \vec{\lambda}^2, \dots, \vec{\lambda}^N) = P(\lambda_0^1) \prod_{k=2}^N P(\lambda_0^k / \lambda_0^{k-1}) P(\vec{l} / \lambda_0^k) P(\vec{\lambda}^k / \vec{l}, \lambda_0^k). \quad (5.29)$$

В заключении рассмотрим вид радиолокационного отраженного сигнала на выходе согласованного фильтра. Отклик такого фильтра на один парциальный сигнал описывается функцией неопределенности зондирующего сигнала [9]

$$\psi(\lambda_1 - \lambda_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(t) U^*(t + \tau_2 - \tau_1) e^{-j2\pi(\Omega_2 - \Omega_1)t} dt$$

в виде $e_i(t) = \vartheta_i(t) \psi(\lambda_0 - \lambda_i)$, где опущены постоянные задержки. При $\lambda_0 = 0$ отклик согласованного фильтра на полный отраженный сигнал равен

$$e(t, \lambda) = \sum_{i=1}^M \vartheta_i(t) \psi(\lambda - \lambda_i), \quad (5.30)$$

Пример представления $e(t)$ на (τ, Ω) -плоскости при зондирующем колебании в виде гладкого прямоугольного радиоимпульса приведен на рис. 5.11. Здесь принято $\vartheta_i(t) = 1$.

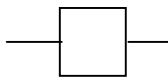
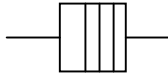
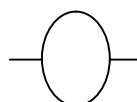
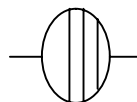
При близком расположении параметров λ_i происходит взаимное наложение спектров сигналов $e(t, \lambda_i)$, приводящее к появлению зависимости сигнала, соответствующего некоторой элементарной площадке, от нескольких элементов ПРЦ. В табл. 5.5 приведены уровни коррелированности сигналов, соответствующих центрам соседних элементарных площадок (О-1 – по задержке, О-2 – по доплеровской частоте, О-3 – по задержке и доплеровской частоте (см. рис. 5.11), О-0 означает коэффициент автокорреляции) для четырех типов зондирующего колебания и пяти уровней плотности на плоскости.

Размер элементарных площадок по оси задержек равен эффективной длительности импульсов $\tau_{эф}$, по оси частот $\Omega_{эф}$ [9]. Под плотностью параметра ρ_λ понимается среднее число точек, приходящихся на одну площадку.

Приведенные в табл. 5.5 уровни коррелированности позволяют указать соотношения между значениями плотности параметра ρ_λ и отношением сигнал/шум и оценить возможности использования исследуемых законов модуляции для формирования зондирующих колебаний. При обработке сигналов от многих целей гауссов закон модуляции имеет преимущества перед прямоугольным законом, особенно без ЛМЧ-заполнения. Однако наилучшим (нереализуемым) законом модуляции зондирующего колебания является такой закон, который обеспечивает формирование прямоугольной функции неопределенности:

Таблица 5.5

Уровни коррелированности сигналов на выходе согласованного фильтра

Тип сигнала	ρ_λ	О - 0	О - 1	О - 2	О - 3
 без ЛЧМ	0.25	0.075	0.021	- 0.037	- 0.035
	0.5	0.143	0.021	- 0.038	- 0.048
	1	0.228	0.029	- 0.036	- 0.075
	2	0.333	0.065	- 0.067	- 0.111
	4	0.428	0,035	- 0.066	- 0.112
 с ЛЧМ	0.25	0.070	0.014	- 0.025	- 0.025
	0.5	0.149	0.017	- 0.038	- 0.038
	1	0.202	0.022	- 0.030	- 0.038
	2	0.274	0.017	- 0.048	- 0.034
	4	0.308	0.039	-0. 045	- 0.027
 без ЛЧМ	0.25	0.099	0.009	- 0.027	- 0.051
	0.5	0.186	0.007	- 0.022	- 0.086
	1	0.308	0.016	- 0.002	- 0.120
	2	0.426	0.064	- 0.019	- 0.150
	4	0.545	0.034	- 0.018	- 0.155
 с ЛЧМ	0.25	0.089	0.029	- 0.022	- 0.023
	0.5	0.204	0.049	- 0.043	- 0.043
	1	0.284	0.085	- 0.041	- 0.047
	2	0.381	0.102	- 0.058	- 0.041
	4	0.433	0.143	- 0.062	- 0.036

$$\left| \psi \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{эф}}}, \frac{\Omega}{\Omega_{\text{эф}}} \right) \right| = \begin{cases} 1, & |\tau| \leq \tau_{\text{эф}}, |\Omega| \leq \Omega_{\text{эф}}; \\ 0, & |\tau| > \tau_{\text{эф}}, |\Omega| > \Omega_{\text{эф}}. \end{cases} \quad (5.31)$$

В этом случае исключаются потери при дискретизации принимаемого колебания, возникающие за счет неопределенности местоположения элементов в объеме разрешения, а также взаимные помехи между отсчетами, обусловленные большими уровнями «хвостов» функции неопределённости $|\psi(\tau, \Omega)|$. Вопросы синтеза реализуемых законов модуляции выходят за рамки настоящей работы, они рассмотрены, например, в работах [8, 15].

Литература к главе 5

1. Радиотехнические системы в ракетной технике/ Великанов В.Д. и др. М.: Воениздат, 1974. 340 с.
2. Лебедев А.А. Баллистика ракет: Некоторые задачи баллистики ракет дальнего действия/ А.А. Лебедев, Н.Ф. Герасюта. М.: Машиностроение, 1970.

3. Синтез и исследование алгоритмов обнаружения сигналов, отражённых от случайного числа пространственно-распределённых объектов /Л.Г. Доросинский, М.П.Трухин /В кн. Проблемы радиолокации протяженных объектов. Свердловск: изд-е УПИ, 1982.
4. Эльясберг П.Е. Определение движения по результатам измерений/ П.Е. Эльясберг. М.: Наука, 1976. 416 с.
5. Костров А.В. Рассеивание управляемых баллистических ракет/ А.В. Костров, Ю.С. Ситарский. М.: Машиностроение, 1977.
6. Кендалл М. Теория распределений/ М. Кендалл, А. Стьюарт. М.: Наука, 1966. 706 с.
7. Малахов А.Н. Кумулятивный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований/ А.Н. Малахов. М.: Советское радио, 1978. 376 с.
8. Об аппроксимации законов распределения огибающей радиосигнала/ Б.А. Атоянц, В.В. Езерский. Радиотехника и электроника. Т. 24, № 9.1979. с. 1047-1053.
9. Справочник по радиолокации/ М. Сколник и др.: Пер. с англ. Под ред. К.Н. Трофимова. М.: Советское радио. Т.1 Основы радиолокации. 1976, 456 с. Т.2. Радиолокационные антенные устройства. 1977. 407 с. Т. 3. Радиолокационные устройства и системы. 1978. 528 с. Т.4. Радиолокационные станции и системы. 1978. 376 с.
10. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника/ В.И. Тихонов. М.: Советское радио, 1966. 678 с.
11. Probability of Detection for Fluctuating Targets/ Swerling P. Rand Report RM-1217, 1954, March.
12. К вопросу об использовании обобщённой статистической модели Сверлинга для описания эффективной площади рассеяния сложной радиолокационной цели по экспериментальным данным/ С.А. Есельсон. Радиотехника и электроника: Депонир. статья, 1976. 25 с.
13. Chi-square Target Models of Low Degree of Freedom/ H.A. Mayer, D.P. Mayer / IEEE Trans. Aerosp. and Elec. Syst., 1975, AES-11, № 5, pp. 694-707.
14. Фалькович С.Е. Приём радиолокационных сигналов на фоне флуктуационных помех/ С.Е. Фалькович. М.: Советское радио, 1961. 310 с.
15. Вакман Д.Е. Сложные сигналы и принцип неопределённости в радиолокации/ М. Советское радио, 1965. 365 с.

6. СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ ОБНАРУЖЕНИЯ ПРЦ

Обнаружение группы точечных целей имеет ряд особенностей по сравнению с обнаружением одной сосредоточенной (точечной) цели. Самой характерной из них является сложность оптимальных алгоритмов [1,2,3], возникающая вследствие необходимости перебора всех возможных комбинаций радиолокационных параметров. Уменьшение объема вычислений может быть выполнено двумя путями: таким представлением априорной информации, которое устанавливало бы как можно большую связь между отдельными комбинациями (рекуррентный характер связей), и созданием специальных методов оптимальной обработки. Оба эти пути используются при синтезе и последующей реализации оптимальных алгоритмов обнаружения ПРЦ.

Другая особенность состоит в наличии в оптимальном обнаружителе блока апостериорного оценивания параметров ПРЦ. Подобная связь обнаружения и оценивания, доказанная в [4] для всех оптимальных алгоритмов, также приводит к увеличению сложности алгоритмов.

Поэтому в главе, помимо вопросов синтеза и анализа оптимальных алгоритмов, обсуждается вопрос об их практическом использовании. С этой целью разработаны такие программные схемы реализации, которые позволяют существенно снизить объем вычислений и, в некоторых случаях, обрабатывать принятые сигналы в реальном времени.

6.1. Синтез оптимального алгоритма обнаружения ПРЦ при наличии в объеме разрешения не более одного элемента

В параграфе на основе математической модели отраженного сигнала, введенной в первой главе, выполняется статистический синтез оптимальных алгоритмов обнаружения групповой ПРЦ для двух случаев межпериодной связи радиолокационных параметров – полной коррелированности и полной независимости. Предлагаются способы устранения априорной неопределенности, основанные на принципах адаптивного подхода.

Пусть выполнено условие попадания не более одного элемента ПРЦ в любой объем разрешения. Ограничимся вначале синтезом алгоритма обнаружения для данной линейки временных задержек ($\Omega = 0$). Независимость принятых сигналов в любом объеме разрешения позволяет естественным образом расширить проведенный далее синтез на пространство параметров, дополненное другими выводами радиолокационных измерений.

Максимальное число обнаруживаемых элементов $M_{\text{макс}}$ ограниченное количеством L интервалов разрешения по дальности в области наблюдения. Число возможных расположений наблюдаемого количества $M \leq M_{\text{макс}}$ элементов среди интервалов равно числу сочетаний из L по M , поэтому общее выражение (5.28) переписывается в виде:

$$P(\vec{l}/\tau_0^k) = \sum_{q=1}^{(L)_M} P(\vec{l}_q/\tau_0^k) \delta(\vec{l} - \vec{l}_q). \quad (6.1)$$

В дальнейшем предполагается, что случайное число элементов за время наблюдения не изменяется.

Оптимальная процедура принятия решения о наличии или отсутствии ПРЦ состоит в сравнении с порогом усредненного отношения правдоподобия.

$$\Lambda(y) = \langle \Lambda(y/M, \tau_0^1, \dots, \tau_0^N, \vec{\tau}^1, \dots, \vec{\tau}^N) \rangle_{M, \tau_0^1, \dots, \tau_0^N, \vec{\tau}^1, \dots, \vec{\tau}^N}, \quad (6.2)$$

вычисляемого по всем существенным и несущественным параметрам отношения правдоподобия, записанного в предположении, что параметры фиксированы [5].

Для сигналов вида

$$y(t, \tau) = \text{Re} \left\{ \sum_{i=1}^M \vartheta_i(t) \psi(\tau - \tau_i, 0) \right\} + n(t), \quad (6.3)$$

где $n(t)$ – белый шум, с учетом обоснованного выше предположения о статистической независимости флуктуаций элементов ПРЦ отношение правдоподобия при фиксированном положении известного числа M имеет вид:

$$\Lambda(y/M, \tau_0^1, \dots, \tau_0^N, \vec{\tau}^1, \dots, \vec{\tau}^N) = \prod_{k=1}^N \prod_{i=1}^M \Lambda(y/\tau_0^k \tau_i^k), \quad (6.4)$$

где τ_i^k – задержка сигнала, отраженного от i -го элемента в k -ом периоде.

После подстановки выражений (1.49), (1.50) и (6.4) в (6.2) с учетом (6.1) получим:

$$\begin{aligned} \Lambda(y) = \sum_{M=1}^{M_{\text{макс}}} P(M) \int \dots \int \left\{ \prod_{k=1}^N \prod_{i=1}^M \Lambda(y/\tau_0^k \tau_i^k) P(\tau_0^1) \prod_{k=2}^N P(\tau_0^k/\tau_0^{k-1}) \right\} \times \\ \times P(\vec{l}/\tau_0^k) P(\vec{\tau}^k/\vec{l}\tau_0^k) d\tau_0^1, \dots, d\tau_0^N, \end{aligned} \quad (6.5)$$

Далее предполагаем, что $P(\vec{l}/\tau_0^k)$ не зависит от τ_0^k , т.е.

$$P(\vec{l}/\tau_0^k) = P(\vec{l}). \quad (6.6)$$

Указанное предположение означает, что элементы в группе сохраняют взаимное положение в течение всего времени наблюдения. Такая ПРЦ называется дружно

движущейся. Кроме того, будем считать положение задержки τ_i внутри интервала разрешения независимым от того, как расположены задержки других элементов ПРЦ в своих интервалах разрешения:

$$P(\vec{\tau}^k / \vec{l}, \tau_0^k) = \prod_{i=1}^M P(\tau_i^k / l_{q_i}, \tau_0^k). \quad (6.7)$$

При фиксированных величинах \vec{l} и τ_0^k область определения i -го сомножителя в выражении (6.7) представляет собой интервал $[\tau_0^k + l_{q_i} \delta\tau, \tau_0^k + (l_{q_i} + 1) \delta\tau]$. Тогда

$$B_{q_{ik}}(y / \tau_0^k) = \int_{\tau_0^k + l_{q_i} \delta\tau}^{\tau_0^k + (l_{q_i} + 1) \delta\tau} P(\tau_i^k / l_{q_i}, \tau_0^k) \Lambda(y / \tau_0^k \tau_i^k) d\tau_i^k. \quad (6.8)$$

Выражение (6.8) справедливо вследствие независимости принятых сигналов в соседних интервалах разрешения.

Если за время наблюдения (длительность пачки) дальность до ПРЦ не меняется ($\tau_0^1 \approx \tau_0^k, k = \overline{1, N}$), то выражение (6.5) существенно упрощается:

$$\Lambda(y) = \sum_{M=1}^{M_{\max}} P(M) \sum_{q=1}^{\binom{L}{M}} P(\vec{l}_q) \int_{\{\Delta\tau\}} P(\tau_0^1) \exp \left\{ \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N \ln B_{q_{ik}}(y / \tau_0^1) \right\} d\tau_0^1. \quad (6.9)$$

При записи формулы (6.9) использовано равенство:

$$\prod_{i=1}^M \Lambda_i = \exp \left\{ \sum_{i=1}^M \ln \Lambda_i \right\}. \quad (6.10)$$

Полученный оптимальный алгоритм даже при малых L и M чрезвычайно сложен, причем наиболее громоздкой операцией является перебор всех сочетаний $\binom{L}{M}$ с последующим суммированием соответствующих значений внутреннего интеграла с весом, определяемым вероятностью q -го сочетания.

Предположим, что вероятности каждого q -го сочетания одинаковы. Тогда алгоритм (6.9) станет более простым:

$$\Lambda(y) = \sum_{M=1}^{M_{\max}} \frac{P(M)}{\binom{L}{M}} \sum_{q=1}^{\binom{L}{M}} P(\tau_0^1) \exp \left\{ \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N \ln B_{q_{ik}}(y / \tau_0^1) \right\} d\tau_0^1. \quad (6.11)$$

Если дальность до характерной точки ПРЦ известна, т.е.

$$P(\tau_0) = \delta(t - \tau_0^1), \quad (6.12)$$

то оптимальный алгоритм обнаружения примет вид:

$$\Lambda(y) = \sum_{M=1}^{M_{\max}} \frac{P(M)}{\binom{L}{M}} \sum_{q=1}^{\binom{L}{M}} \exp \left\{ \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N \ln B_{q_{ik}}(y) \right\}. \quad (6.13)$$

Впервые алгоритм (6.13) для частного случая был синтезирован в [3]. Структурная схема алгоритма (6.13) приведена на рис. 6.1. Она содержит M_{\max} каналов, $2^{M_{\max}}$ сумматоров и экспонирующих устройств. В i -ом канале имеется $\binom{L}{M} + 2$ сумматоров, $\binom{L}{M}$ экспонирующих устройств. На входы каждого из $\binom{L}{M}$ сумматоров сигналы поступают в виде одной из $\binom{L}{M}$ комбинаций, которые могут иметь M сигналов среди L интервалов разрешения. При $M_{\max} \geq 8$ полученная расчётная схема нереализуема даже на специализированных ЭЦВМ. Она требует большой памяти и не может работать в реальном масштабе времени.

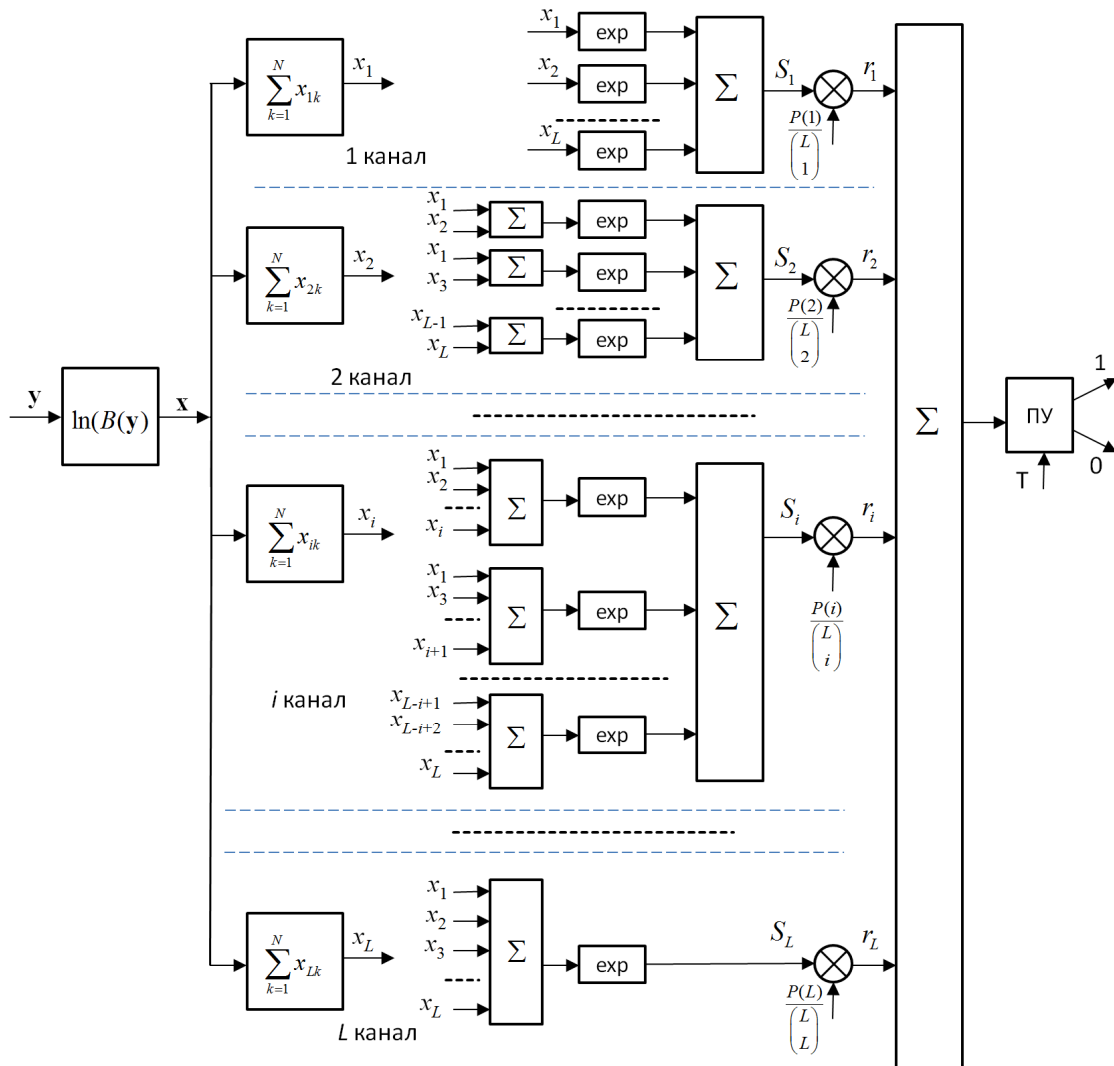


Рис. 6.1. Структурная схема оптимального алгоритма обнаружения дружно движущейся ПРЦ с разрешаемыми элементами

Определим вид оптимального алгоритма обнаружения ПРЦ при условии, что каждый из элементов с вероятностью P_i , $\sum_{i=1}^L P_i = 1$, может попасть в i -й интервал разрешения. Вероятности P_i могут быть определены, например, с помощью выражения (5.14). Для некоторого $M \leq M_{\text{макс}}$ вероятности $P(\vec{l}_q)$ в (6.9) в этом случае равны

$$P(\vec{l}_q) = C_M^{-1} \prod_{i=1}^M P_{l_{qi}}, \quad (6.14)$$

где нормирующий коэффициент $C_M = \frac{1}{M!} \sum_{\{\varepsilon\}} \prod_{i=1}^M P_{l_i}$, $\{\varepsilon\} = \{1 \leq l_1 \leq \dots \leq l_M \leq L\}$.

Очевидно, при $P_i = 1/L, i = \overline{1, L}$, вероятность отдельной комбинации $P(\vec{l}_q) = 1/\binom{L}{M}$.

Подставив (6.12) и (6.14) в выражение (6.9), получим оптимальный алгоритм обнаружения дружно движущийся ПРЦ в более общем виде, чем выражение (6.13):

$$\begin{aligned} \Lambda(y) &= \sum_{M=1}^{M_{\text{макс}}} \frac{P(M)}{C_M} \sum_{q=1}^{\binom{L}{M}} \prod_{i=1}^M P_{l_{qi}} \exp \left\{ \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N \ln B_{q_{ik}}(y) \right\} = \\ &= \sum_{M=1}^{M_{\text{макс}}} w(M) \sum_{q=1}^{\binom{L}{M}} \exp \left\{ \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N \ln B_{q_{ik}}(y) \right\}, \end{aligned} \quad (6.15)$$

где $w(M) = P(M)/C_M$.

Структура оптимального алгоритма (6.15) по сравнению со структурой алгоритма (6.13) практически не изменилась. Здесь добавились лишь весовые множители у коэффициентов правдоподобия $B_{q_{ik}}(y)$. Число таких умножителей равно числу интервалов разрешения.

Предположим далее, что элементы ПРЦ расположены среди интервалов разрешения независимо от периода к периоду, т.е.

$$P(\vec{l}/\tau_0^k) = P(\vec{l})\delta(\tau - \tau_0^k). \quad (6.16)$$

Пространственно-распределённую цель с подобными свойствами называются хаотично движущейся. Подставив равенство (6.16) в выражение (6.5), проделав преобразования, аналогичные цепочке соотношений (6.7) – (6.9), и прологарифмировав окончательное выражение, получим оптимальный алгоритм обнаружения ПРЦ с независимым межпериодным расположением элементов

$$\Lambda(y) = \sum_{M=1}^{M_{\max}} \frac{P(M)}{\binom{L}{M}} \sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^{\binom{L}{M}} \exp \left\{ \sum_{i=1}^M \ln B_{qik}(y) \right\}. \quad (6.17)$$

Структурная схема оптимального алгоритма (6.17) представлена на рис. 6.2. По количественному составу и сложности она сравнима со структурной схемой алгоритма (6.13). Однако решение о наличии или отсутствии цели в этом случае может выдаваться после приема сигналов от всей линейки дальности не только за время наблюдения, но и в каждом периоде повторения. Это является следствием межпериодной независимости расположения элементов ПРЦ среди интервалов разрешения.

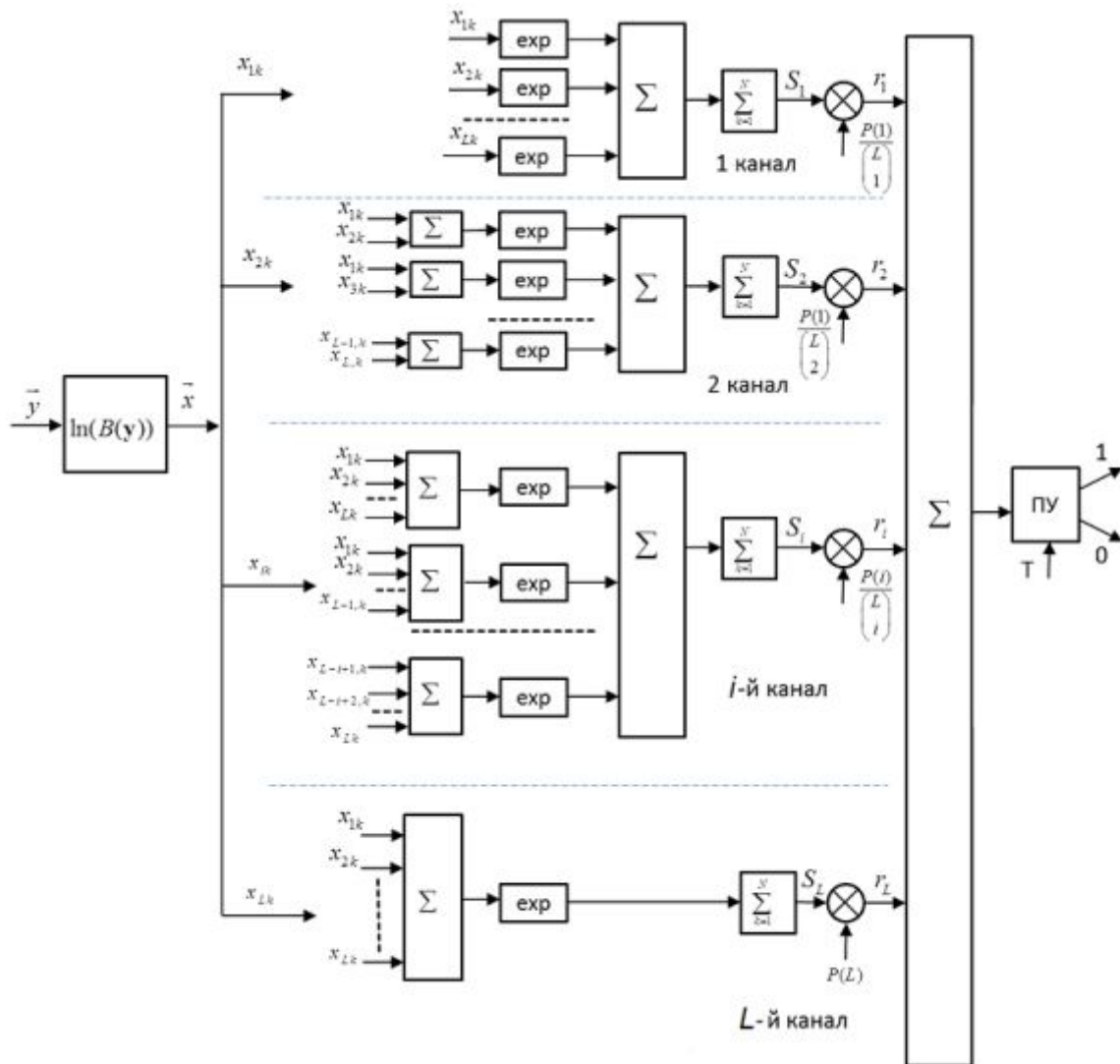


Рис. 6.2. Структурная схема оптимального алгоритма обнаружения хаотично движущейся ПБЦ с разрешаемыми элементами

Наряду с обнаружением практически всегда встает задача измерения параметров обнаруженного объекта. Большой интерес в этом смысле представляет задача одновременного обнаружения и оценивания. Синтезированные выше оптимальные алгоритмы обнаружения позволяют выделить в них оптимальный алгоритм оценки

числа элементов ПРЦ. Этот алгоритм изображен на рис. 6.3 в виде двух блоков: блока получения апостериорного распределения $P_{ps}(M)$ и блока оценки числа элементов. Информация на первый блок поступает с выхода умножителей в виде сигналов r_{Mk} , $k = \overline{1, N}$, $M = \overline{1, M_{\max}}$. Апостериорная функция распределения числа элементов $P_{ps,k}(M)$ после обработки сигналов k -го периода находится нормировкой величин r_{Mk} :

$$P_{ps,k}(M) = \frac{r_{Mk}}{\sum_{M=1}^{M_{\max}} r_{Mk}}, \quad k = \overline{1, N} \quad (6.18)$$

Апостериорное распределение k -го периода является априорным распределением для следующего $(k + 1)$ -го периода повторения. Во втором блоке на основании распределения находится оптимальная по некоторому критерию оценка числа элементов ПРЦ.

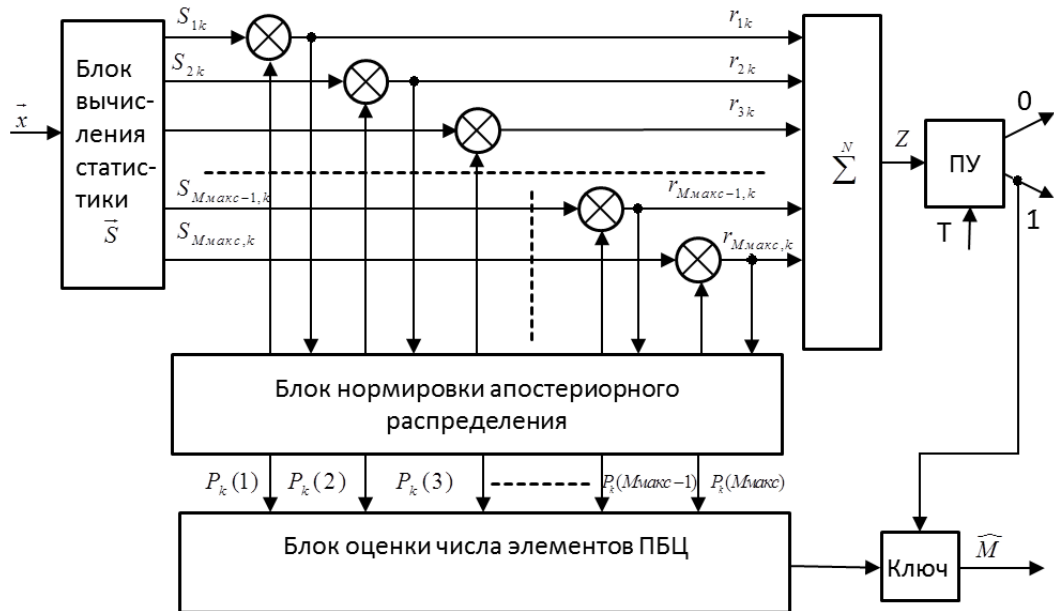


Рис. 6.3. Укрупненная схема одновременного обнаружения и оценивания числа элементов ПРЦ

Наиболее часто используемой оценкой является апостериорное среднее $\widehat{M}_N = \sum_{M=1}^{M_{\max}} M P_{ps,N}(M)$. Если принимается решение об обнаружении ПРЦ, то ключ открывается и оценка \widehat{M}_N поступает на выход блока оценивания. Подобная связь между алгоритмами оценивания и обнаружения называется «сильной связью» и подробно исследована в [4]. Там же исследованы и другие виды связи между алгоритмами обнаружения и оценивания одиночной цели.

Вид нелинейной в общем случае операции – взятие логарифма отношения правдоподобия $\ln B_{qik}(y)$ – определяется функцией распределения случайных величин

$y(\tau_{ik})$. При нормальном шуме сигнал с релейским законом флуктуаций амплитуды (5.23) требует операции возведения в квадрат [6]:

$$\ln B_{q_{ik}}(y) = \frac{q}{2\sigma_0^2(1+g)} A^2(y/\tau_{ik} - \ln(1+g)), \quad (6.19)$$

где $A(y/\tau_{ik})$ – амплитуда огибающей при задержке τ_{ik} ;

g – отношение сигнал/шум по мощности на выходе линейной части приемника;

$2\sigma_c^2$ – мощность отраженного сигнала;

$2\sigma_0^2$ – дисперсия шума на входе приемника.

Логарифм отношения правдоподобия с райсовским распределением амплитуд (5.24) задает более сложную нелинейную операцию – взятие логарифма модифицированной функции Бесселя нулевого порядка [6]:

$$\ln B_{q_{ik}}(y) = -\frac{a^2}{2} + \frac{A^2(y/\tau_{ik})}{2\sigma^2 b^2} + \ln I_0\left(\frac{aA(y/\tau_{ik})}{\sigma}\right) + \ln \frac{b^2}{1+b^2}, \quad (6.20)$$

где $b = \sigma_0/\sigma_c$, $a = a'/\sqrt{1+b^2}$; величина уровня когерентной составляющей a' определяется выражением (5.20), в котором $2\sigma_c^2$ – мощность диффузной составляющей отраженного сигнала, $\sigma = \sigma_c\sqrt{1+b^{-2}}$. Отношение сигнал/шум для райсовской модели равно:

$$g = [(a')^2/2 + 1]/b^2 = [a^2(1+b^2) + 2]/(2b^2). \quad (6.21)$$

Логарифм отношения правдоподобия для сигнала с m -распределением (5.25) имеет вид:

$$\ln B_{q_{ik}}(y) = -\ln \Gamma(m) + m \ln(1+\rho) + (m-1) \ln(A_H^2(y/\tau_{ik})) - \rho A_H^2(y/\tau_{ik}), \quad (6.22)$$

$$\text{где } \begin{cases} A_H(y/\tau_{ik}) = A(y/\tau_{ik})/\sigma; \\ \rho = \sigma_0^2 m / \sigma^2 - 1. \end{cases} \quad (6.23)$$

Подставив условие (6.16) в выражение (6.13) и вынеся постоянные множители за знак экспоненты, получим оптимальный алгоритм обнаружения дружно движущейся ПРЦ с релейским распределением амплитуд

$$\Lambda(y) = \sum_{M=1}^{M_{\max}} w(M) \sum_{q=1}^{\binom{L}{M}} \exp \left\{ \frac{g}{1+g} \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N A_H^2(y/\tau_{ik}) \right\}, \quad (6.24)$$

где $w(M) = \frac{P(M)}{\binom{L}{M}(1+g)^{MN}}$ – весовой коэффициент M -го канала;

$A_H(y/\tau_{ik}) = A(y/\tau_{ik})/\sigma_0$ – нормированная амплитуда.

Введём обозначение результата накопления принятых за время наблюдения сигналов $x_i = \frac{g}{1+g} \sum_{k=1}^N A_y^2$ и представим алгоритм (6.24) в более компактной записи:

$$\Lambda(y) = \sum_{M=1}^{M_{\max}} w(M) \sum_{q=1}^{\binom{L}{M}} \exp \left\{ \sum_{i=1}^M x_{q_i} \right\} \quad (6.25)$$

Рассмотрим следующую последовательность вычисления статистики обнаружения:

$$\begin{aligned} S_1^{(i+1)} &= S_1^{(i)} + \exp(x_{i+1}), \\ S_2^{(i+1)} &= S_2^{(i)} + \exp(x_{i+1})S_1^{(i)}, \\ &\dots\dots\dots \\ S_i^{(i+1)} &= S_i^{(i)} + \exp(x_{i+1})S_{i-1}^{(i)}, \\ S_{i+1}^{(i+1)} &= \exp(x_{i+1})S_i^{(i)}; \quad S_i^{(0)} = 0, \quad i = \overline{1, L}. \end{aligned} \quad (6.26)$$

Непосредственным раскрытием этой рекуррентной последовательности доказывается, что при $L = i + 1$ величины, стоящие в левой части уравнений, равны соответствующим двойным суммам в отношении правдоподобия (6.25):

$$S_M^i = \sum_{q=1}^{\binom{L}{M}} \exp \left\{ \sum_{i=1}^M x_{q_i} \right\}, \quad i = \overline{1, L}, \quad M = \overline{1, L} \quad (6.27)$$

Следовательно, вместо чрезвычайно большого объема вычислений в алгоритме (6.25) получаем относительно простую рекуррентную последовательность (6.26). Такая расчётная схема, дополненная операцией взвешенного суммирования

$$\Lambda(y) = \sum_{M=1}^{M_{\max}} w(M) S_M^{(L)}, \quad (6.28)$$

называется приведенной схемой оптимального алгоритма. Следует подчеркнуть, что статистика обнаружения, найденная по приведенной схеме, точно равна статистике, полученной при прямом использовании выражения (6.25). Изменяется только расчётная процедура вычислений оптимальной статистики.

Приведенная схема оптимального алгоритма (6.28) изображена на рис. 6.4. Как и в структурной схеме, изображённой на рис. 6.1, здесь также производится поканальная обработка, однако количество операционных блоков существенно меньше: $2M_{\max}$ сумматоров и умножителей. Эта схема также может быть дополнена блоком оценки числа элементов ПРЦ.

Наиболее простая приведенная схема оптимального алгоритма может быть получена для априорного распределения (5.7) при $\rho_0 = 0,5$. Если в этом случае обозначить принимаемый сигнал $x_i = \frac{g}{1+g} \sum_{k=1}^N A_n^2(y/\tau_{ik}) - N \ln(1+g)$, то оптимальная статистика обнаружения вычисляется по свернутой приведенной схеме (рис. 6.5).

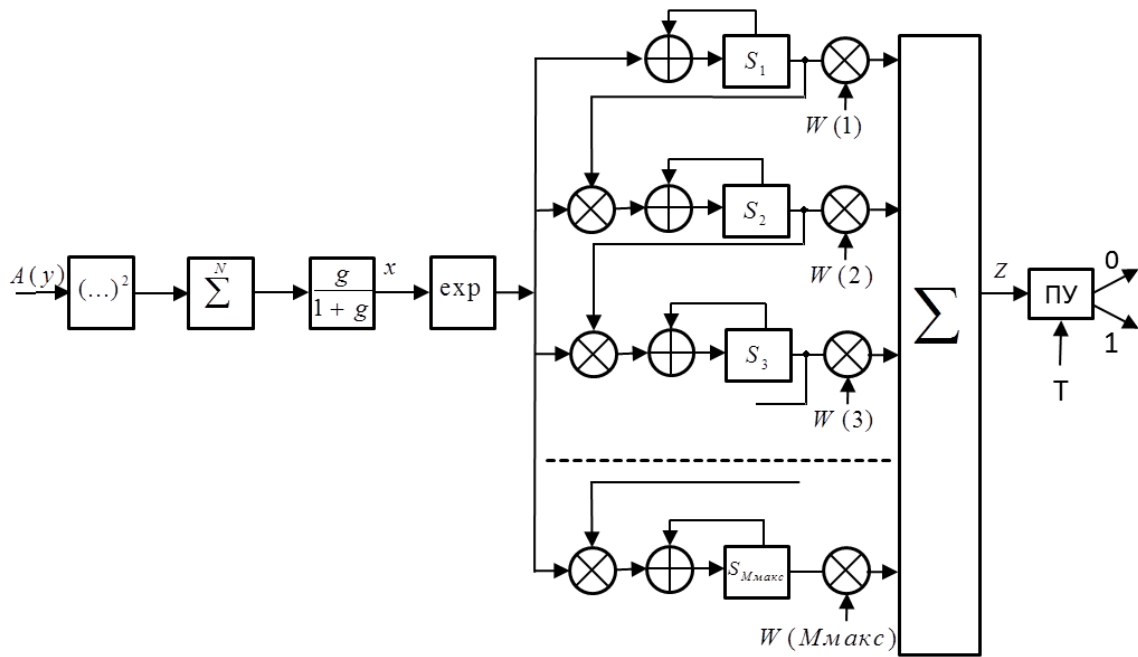


Рис. 6.4. Структура приведенной схемы оптимального алгоритма обнаружения дружно движущейся ПРЦ

$$\Lambda(y) = Z_L, \quad (6.29)$$

$$\text{где } \begin{cases} Z_1 = \exp(x_1) [1 + Z_0] + Z_{-1}; \\ \dots\dots\dots \\ Z_L = \exp(x_L) [1 + Z_{L-1}] + Z_{L-2}. \end{cases} \quad (6.30)$$

Здесь принято $Z_0 = 0$, $Z_{-1} = 0$. Очевидно, в свернутой приведенной схеме невозможно получить оценку числа элементов ПРЦ.

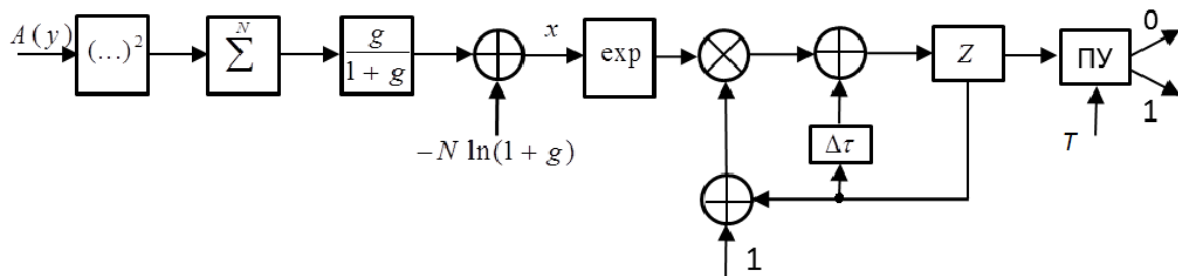


Рис. 6.5. Структура свернутой приведенной схемы

Априорное распределение (5.7) при $L > 8$ и $\rho_0 = 0,5$ близко к симметричному биномиальному распределению. Число элементов ПРЦ нечасто может иметь подобное распределение. Кроме того, в свернутой схеме (6.29) предполагается, что $M_{\max} = L$. Эти два обстоятельства существенно ограничивают диапазон априорных ситуаций, когда свернутая приведенная схема выполняет оптимальную обработку.

Чтобы несколько расширить этот диапазон, в рекуррентной последовательности (6.30) следует использовать другое уравнение: $Z_i = \exp(x_i)[V^i + Z_{i-1}] + VZ_{i-2}$. Оно

отличается от уравнения схемы (6.30) наличием коэффициента V . Частная приведенная схема этого алгоритма представлена на рис. 6.6.

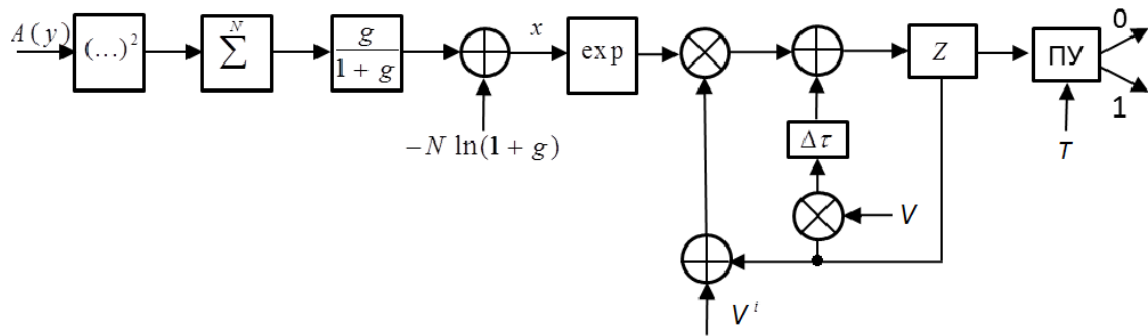


Рис. 6.6. Структура частной приведенной схемы

Она предназначена для обнаружения дружно движущейся ПРЦ при априорном распределении числа элементов:

$$P_V(M) = \frac{V^M \binom{L}{M}}{(1+V)^L - 1}, \quad 0 < V < \infty, \quad M = \overline{1, L}. \quad (6.31)$$

Несложными преобразованиями распределение (6.31) сводится к усеченному биномиальному распределению (5.7) при $\rho_0 = V/(1+V)$.

Таким образом, количество априорных ситуаций, при которых частная приведенная схема является оптимальной, существенно больше, чем у свернутой приведенной схемы. Однако требование $M_{\text{макс}} = L$ и невозможность измерения числа элементов здесь также не устранены – это общий недостаток свёрнутой и частной приведённых схем.

Структурные и приведенные схемы, естественно, останутся без изменения при использовании других, отличных от релейских, моделей радиолокационных сигналов. Различие состоит лишь в соответствующем изменении нелинейных преобразований на входе расчётных процедур.

Вычисление оптимальной статистики обнаружения хаотично движущейся ПРЦ также сводится к приведенной схеме, которая показана на рис. 6.7. Как и в предыдущих оптимальных алгоритмах (6.17) и (6.25), при априорной параметрической неопределенности здесь должен быть введен блок оценки распределения числа элементов ПРЦ.

Перейдем к обсуждению общего случая, когда отраженный от ПРЦ сигнал описывается двумя или большим числом параметров, например, временной задержкой τ и доплеровской частотой Ω и т.п. Вследствие независимости принятых сигналов от каждого из объемов разрешения оптимальный алгоритм в общем случае сводится к синтезированному выше алгоритму (6.15), в котором ρ_i означает вероятность наличия

в i -м объеме разрешения одного элемента ПРЦ, т.е. вероятность того, что в составе ПРЦ имеется элемент с радиолокационными параметрами $\lambda_i = [\delta\tau_i, \delta\Omega_i, \dots]^T$.

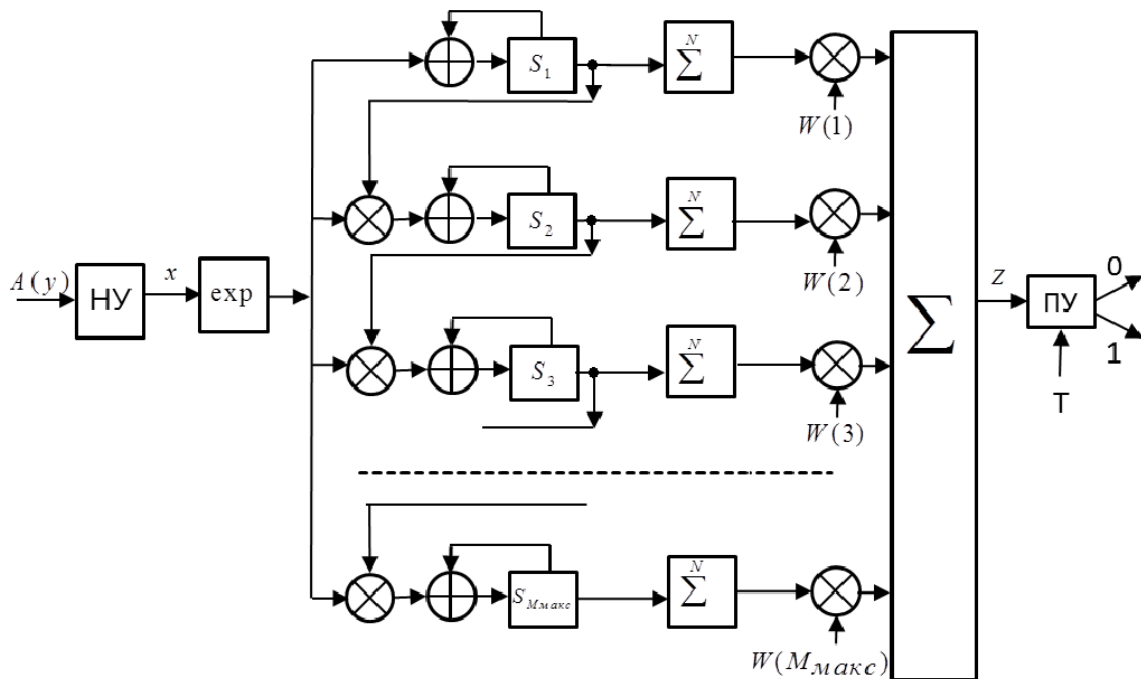


Рис. 6.7. Структура приведенной схемы вычисления оптимальной статистики обнаружения хаотично движущейся ПРЦ

Таким образом, обнаружение ПРЦ при условии независимости принятых сигналов по всем радиолокационным координатам сводится к рассмотренному выше обнаружению по одной из координат (временной задержке) при соответствующем увеличении числа объемов разрешения L .

Необходимо отметить, что любой из синтезированных выше оптимальных алгоритмов требует априори известного отношения сигнал/шум g , а в райсовской и m -модели – дополнительно второго параметра. Это обстоятельство существенно ограничивает область применения оптимальных алгоритмов. Вместо априори неизвестного значения отношения сигнал/шум можно использовать его оценку, если ввести в оптимальный алгоритм обнаружения блок оценки (рис. 6.8). В общем случае оценка \hat{g} определяется совместно с оценкой числа элементов \hat{M} путем решения уравнения максимального правдоподобия относительно параметров g и M . Указанный подход, основанный на использовании оценок априори неопределенных параметров, соответствует, по классификации [7], адаптивному подходу для правила решения по критерию Неймана-Пирсона. Отличие его от байесова адаптивного подхода несущественно, поскольку по структуре оба правила одинаковы, и разница проявляется в различных уровнях порога принятия решения.

Общность подхода, состоящая в приспособлении синтезированных правил решения, полученных для известных параметров, к имеющимся наблюдениям, состоит в том, что в обоих правилах используются максимально правдоподобные оценки априори неизвестных параметров. Поскольку оценка максимального правдоподобия является минимаксной оценкой при довольно слабых ограничениях на функцию потерь [7], то подстановка первой обеспечивает получение правила решения, которое дает равномерно наилучшее приближение к среднему риску абсолютно оптимального правила решения (как Байеса, так и Неймана-Пирсона) с известным значением параметра. Отыскание максимально правдоподобных оценок \hat{M} и \hat{g} представляет самостоятельную и довольно трудную задачу, аналитического решения которой нам неизвестно. При использовании модели отраженного сигнала, отличной от релейевской (Райса или m -распределения), в структурной схеме на рис. 6.8. появляется новый блок, с помощью которого находится оценка второго параметра модели. В этом случае решение нелинейного уравнения максимального правдоподобия проводится уже по трем параметрам, что ещё более усложняет задачу.

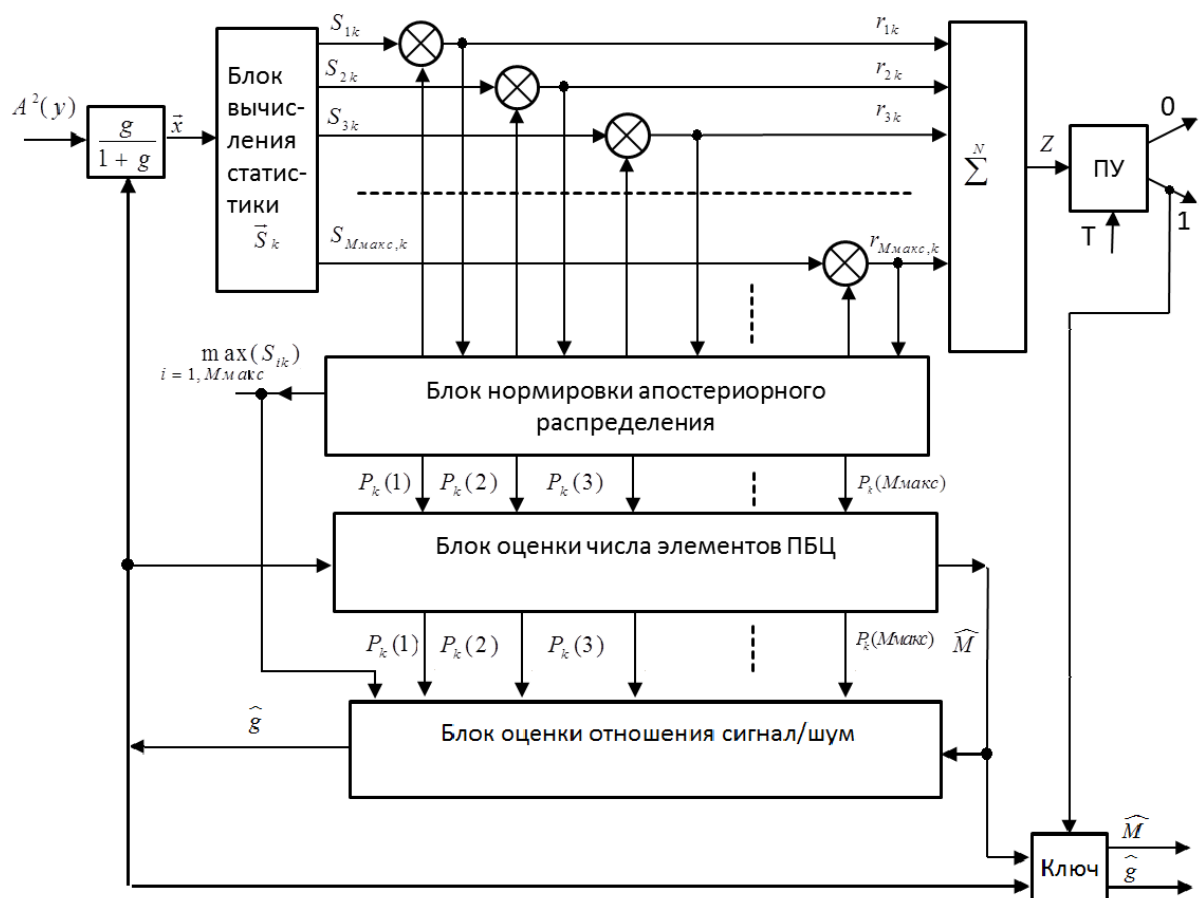


Рис. 6.8. Структурная схема первичной обработки релейевских сигналов, адаптирующаяся к реальной радиолокационной ситуации

Решение о наличии ПРЦ производится по сигналу с блока окончания итерационного процесса. Если порог T превышен, то при «сильной связи» на выход измерителей через ключ проходят оценки отношения сигнал/шум и числа элементов. Описанный процесс решения будет давать оценки, асимптотически совпадающие с оценками максимального правдоподобия при увеличении отношения сигнал/шум.

6.2. Синтез оптимальных алгоритмов обнаружения ПРЦ при наличии в объеме разрешения произвольного числа элементов

Как следует из анализа априорных ситуаций обнаружения ПРЦ (см. гл. 5), наиболее вероятным событием, особенно на ранних этапах обнаружения, может быть попадание одного элемента в некоторый объем разрешения РЛС. Поэтому в данном параграфе проводится статистический анализ алгоритмов обнаружения, когда условие, приведенное в начале предыдущего параграфа, снято. Как и выше, алгоритмы синтезируются для крайних случаев межпериодной связи радиолокационных параметров – их полной коррелированности и полной независимости.

Итак, пусть максимальное число элементов ПРЦ $M_{\text{макс}}$ практически неограниченно $1 < M_{\text{макс}} < \infty$, задана априорная вероятность числа элементов $P(M)$, $1 \leq M \leq M_{\text{макс}}$. Пронумеруем все объемы разрешения произвольным образом от 1 до L и предположим, что принятые сигналы от каждого из них независимы. Вероятность попадания любого элемента ПРЦ в i -й объем равна P_i , $\sum_{i=1}^L P_i = 1$. Эта вероятность может быть найдена для конкретных ситуаций обнаружения с учетом формул и выводов, приведенных в предыдущей главе.

Введем вектор $\vec{l}_{q_1} = [l_{q_1}, l_{q_2}, \dots, l_{q_L}]^T$, i -й элемент которого означает число точечных целей в i -м объеме при q -й композиции (распределении элементов ПРЦ среди объемов разрешения РЛС). Вероятность выпадения элементов с параметрами, отображаемыми вектором \vec{l}_q , описывается полиномиальным законом распределения и равна:

$$P(\vec{l}_q) = M! \prod_{i=1}^L \frac{P_i^{l_{qi}}}{l_{qi}!}, \quad \sum_{i=1}^L l_{qi} = M. \quad (6.32)$$

Число различных композиций $V_L(M)$ ($1 \leq q \leq V_L(M)$) определяется числом целочисленных решений уравнений

$$m_1 + m_2 + \dots + m_L = \sum_{i=1}^L m_i = M, \quad m_i = \overline{0, M}. \quad (6.33)$$

Подобная схема соответствует частному случаю общей комбинаторной схемы, называемому коммутативным несимметричным L -базисом [8]. Производящая функция числа композиций равна

$$\psi_L(t) = \sum_{M=0}^{\infty} V_L(M) t^M = (1-t)^{-L}. \quad (6.34)$$

Отсюда следует, что

$$V_L(M) = \binom{L+M-1}{M} = \sum_{m=0}^{M-1} V_{L-1}(M-m) + 1 = V_{L-1}(M) + V_{L-2}(M-1) \quad (6.35)$$

где начальные и граничные значения $V_0(M) = 0$, $V_1(M) = V_L(0) = 1$.

Вследствие резкого увеличения числа анализируемых комбинаций параметров радиолокационных сигналов существенно возрастает сложность оптимальных алгоритмов обнаружения. Количественно этот рост при $M_{\text{макс}} \leq L$ можно определить отношением числа комбинаций

$$K_{\text{сл}} = K_2/K_1, \quad (6.36)$$

где $K_1 = \sum_{M=1}^{M_{\text{макс}}} \binom{L}{M}$, $K_2 = \sum_{M=1}^{M_{\text{макс}}} \binom{L+M-1}{M}$.

При попадании l_{q_i} элементов ПРЦ в один объем разрешения увеличивается мощность отраженного сигнала, соответствующего этому объему. Поскольку модели флуктуаций отраженных сигналов таковы, что при суммировании числа сигналов, соответствующих некоторой модели, распределение амплитуд суммарного сигнала остается в рамках той же модели (релеевской, райсовской или m -распределения), то вид логарифма отношения правдоподобия для суммарного сигнала не меняется, изменяются только его параметры. Увеличение мощности суммарного отраженного сигнала в первом приближении пропорционально величине l_{q_i} . Это правило становится достаточно точным, если расстояние между одинаковыми элементами ПРЦ, летящими с примерно одинаковыми скоростями, существенно меньше интервала разрешения по дальности и угловым координатам (см. табл. 5.4). Таким образом, остается справедливой формула (6.13) с поправкой на величины параметров:

$$B_{q_{ik}}(y) = \int_{\tau_0^k + i\delta\tau}^{\tau_0^k + (i+1)\delta\tau} P(\tau_i^k/l_{q_i}, \tau_0^k) \Lambda(y/\tau_0^k, \tau_i^k, l_{q_{ik}}) d\tau_i^k. \quad (6.37)$$

С учетом введенных выше предположений оптимальный алгоритм обнаружения дружно движущейся ПРЦ с произвольным числом попаданий элементов в объем разрешения имеет вид:

$$\begin{aligned}\Lambda(y) &= \sum_{M=1}^{M_{\max}} P(M) \sum_{q=1}^{V_L(M)} P(\vec{l}_q) \exp \left\{ \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^N \ln B_{qik}(y) \right\} = \\ &= \sum_{M=1}^{M_{\max}} P(M) M! \sum_{q=1}^{V_L(M)} \exp \left\{ \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^N \ln \left(\frac{P_i^{l_{qik}}}{l_{qik}} B_{qik}(y) \right) \right\}. \quad (6.38)\end{aligned}$$

Выражение (6.38) получено с привлечением марковских последовательностей аналогично тому, как это было сделано при синтезе оптимальных алгоритмов в предыдущем параграфе.

Структурная схема, соответствующая оптимальному алгоритму (6.38) на рис. 6.10. Для большей наглядности нелинейный преобразователь соответствует релейской модели отраженного сигнала. Каналы, имеющие одинаковые множители на входе сумматоров, объединены в группы. Число каналов в каждой группе равно

$$\pi_M(m) = \binom{L}{m} \frac{m!}{\prod_{i=1}^M K(m_i)} = \frac{L!}{(L-m)! \prod_{i=1}^M K(m_i)}, \quad (6.39)$$

где $\sum_{i=1}^L m_i = M$, $m_i = \overline{0, M}$; $\sum_{i=0}^L \text{sign}(m_i) = m$;

$K(m_i)$ – число одинаковых сигналов m_i .

Число экспоненциальных преобразователей, равное количеству отдельных каналов, выражается формулой (6.35) при $M = M_{\max}$. (На второй части рис. 6.10 для краткости записи принято обозначение $M_{\max} = m$).

Аналогично оптимальному алгоритму (6.38) проводится синтез обнаружителя хаотично движущейся ПРЦ. Он имеет следующий алгоритм обработки:

$$\Lambda(y) = \sum_{M=1}^{M_{\max}} P(M) M! \sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^{V_L(M)} \exp \left\{ \sum_{i=1}^L \ln \left(\frac{P_i^{l_{qik}}}{l_{qik}} B_{qik}(y) \right) \right\}. \quad (6.40)$$

По своей структуре и составу он похож на алгоритм (6.38).

Чрезвычайно большая сложность алгоритмов (6.38) и (6.40) делает их нереализуемыми даже при малых значениях L и M_{\max} . Поэтому были найдены приведенные схемы оптимальной обработки, имеющие существенно меньшую сложность и позволяющие реализовать оптимальные алгоритмы на специализированных ЭЦВМ при малых L и M_{\max} и известном отношении сигнал/шум. Приведенная схема оптимальной обработки отраженных сигналов при релейской модели флуктуаций амплитуд имеет вид рекуррентной цепочки вычислений оптимальной статистики:

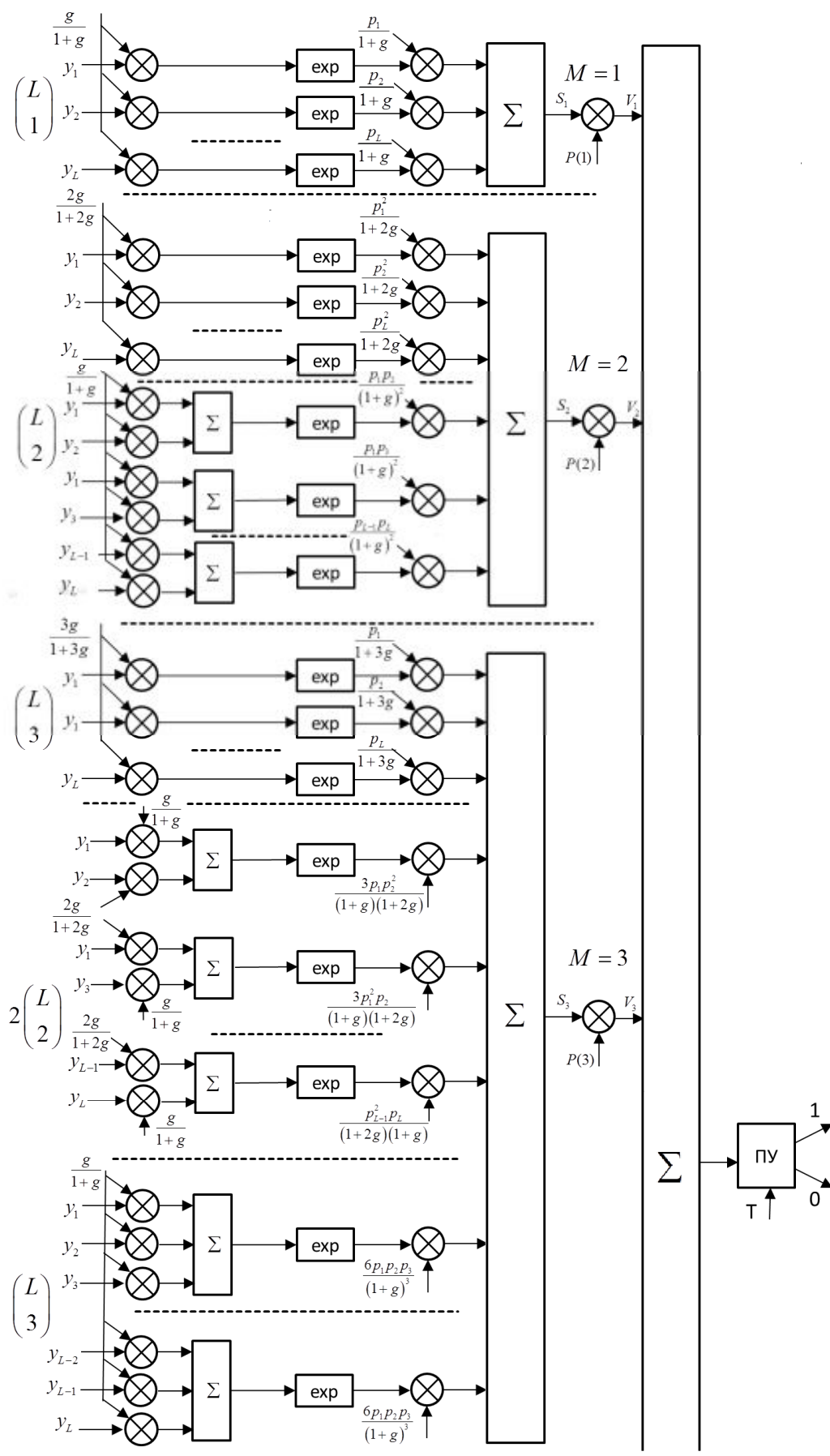


Рис. 6.2. Структурная схема оптимального алгоритма обнаружения с произвольным числом элементов в объеме разрешения (начало)

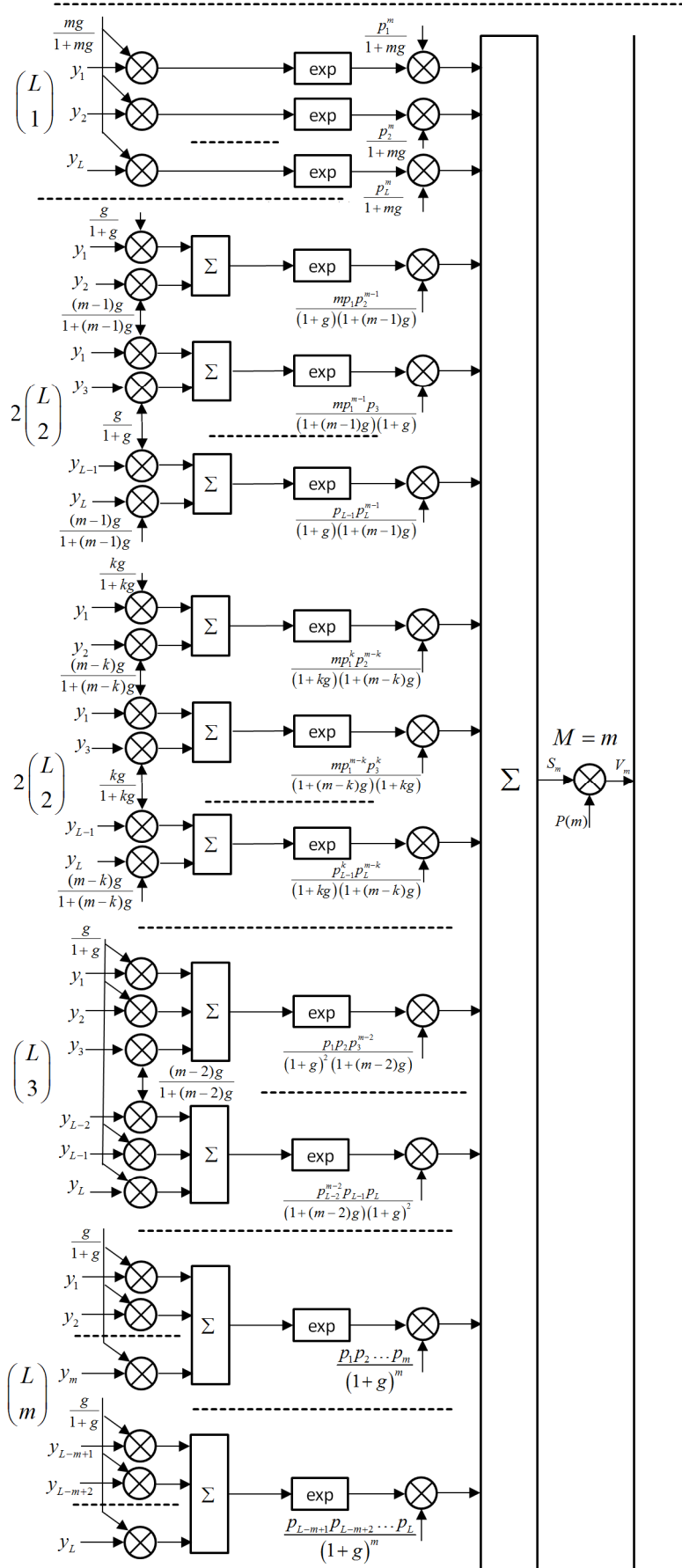


Рис. 6.3. Структурная схема оптимального алгоритма обнаружения с произвольным числом элементов в объеме разрешения (окончание)

$$\begin{aligned}
S_1^{(i+1)} &= S_1^{(i)} + \frac{P_{i+1}}{1+g} \exp\left(\frac{g}{1+g} x_{i+1}\right), \\
S_2^{(i+1)} &= S_2^{(i)} + \frac{2P_{i+1}}{1+g} S_1^{(i)} \exp\left(\frac{g}{1+g} x_{i+1}\right) + \frac{P_{i+1}^2}{1+2g} \exp\left(\frac{2g}{1+2g} x_{i+1}\right), \\
S_3^{(i+1)} &= S_3^{(i)} + \frac{3P_{i+1}}{1+g} S_2^{(i)} \exp\left(\frac{g}{1+g} x_{i+1}\right) + \frac{3P_{i+1}^2}{1+2g} S_1^{(i)} \exp\left(\frac{2g}{1+2g} x_{i+1}\right) + \frac{P_{i+1}^3}{1+3g} \exp\left(\frac{3g}{1+3g} x_{i+1}\right), \\
&\dots\dots\dots (6.41)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_M^{(i+1)} &= S_M^{(i)} + \binom{M}{1} \frac{P_{i+1}}{1+g} S_{M-1}^{(i)} \exp\left(\frac{g}{1+g} x_{i+1}\right) + \binom{M}{2} \frac{P_{i+1}^2}{1+2g} S_{M-2}^{(i)} \exp\left(\frac{2g}{1+2g} x_{i+1}\right) + \dots \\
&\quad + \binom{M}{M-1} \frac{P_{i+1}^{M-1}}{1+(M-1)g} \exp\left(\frac{(M-1)g}{1+(M-1)g} x_{i+1}\right) + \frac{P_{i+1}^M}{1+Mg} \times \exp\left(\frac{Mg}{1+Mg} x_{i+1}\right) = \\
&= \sum_{a=0}^M \binom{M}{a} \frac{P_{i+1}^a}{1+ag} S_{M-a}^{(i)} \exp\left(\frac{ag}{1+ag} x_{i+1}\right),
\end{aligned}$$

где $x_{i+1} = \sum_{k=1}^N A_H^2(y/\tau_{i+1,k})$; $S_i^{(0)} = 0$, $S_0^{(i)} = 1$.

Оптимальная статистика равна взвешенной сумме статистик $S_M^{(L)}$:

$$\Lambda(y) = \sum_{M=1}^{M_{\max}} P(M) S_M^{(L)}. \quad (6.42)$$

Величины $S_M^{(L)}$ являются функциями входного массива \vec{y} и вычисляются согласно (6.41) в конце времени наблюдения, когда формирование статистик x_i , $i = \overline{1, L}$, закончено. Следовательно, в этом алгоритме оптимальное решение может быть получено только после приема сигналов во всех периодах повторения. Однако, в промежутках между ними алгоритм (6.42) может выдавать некоторое частное решение о наличии или отсутствии цели при наблюдении за $n < N$ периодов повторения, если в (6.41) принять $x_i = \sum_{k=1}^n A_H^2(y/\tau_{ik})$. Структура приведенной схемы (6.41) показана на рис. 6.11. Она, как и рассмотренные в предыдущем параграфе приведенные схемы, содержит M_{\max} каналов, но количество связей между ними существенно больше. В схеме имеется M_{\max} экспоненциальных преобразователей, большое число сумматоров и умножителей. В каждом M -ом канале проводится M операций суммирования и $2M$ операций умножения.

Приведенная схема оптимальной обработки сигналов, отраженных от хаотично движущейся ПРЦ, записывается аналогичным образом. Отличие от дружно движущейся ПРЦ состоит в том, что величины $x_i = A_H^2(y/\tau_{ik})$ не накапливаются и оптимальная статистика равна

$$\Lambda(y) = \sum_{M=1}^{M_{\max}} P(M) \sum_{k=1}^N S_M^{(L)}. \quad (6.43)$$

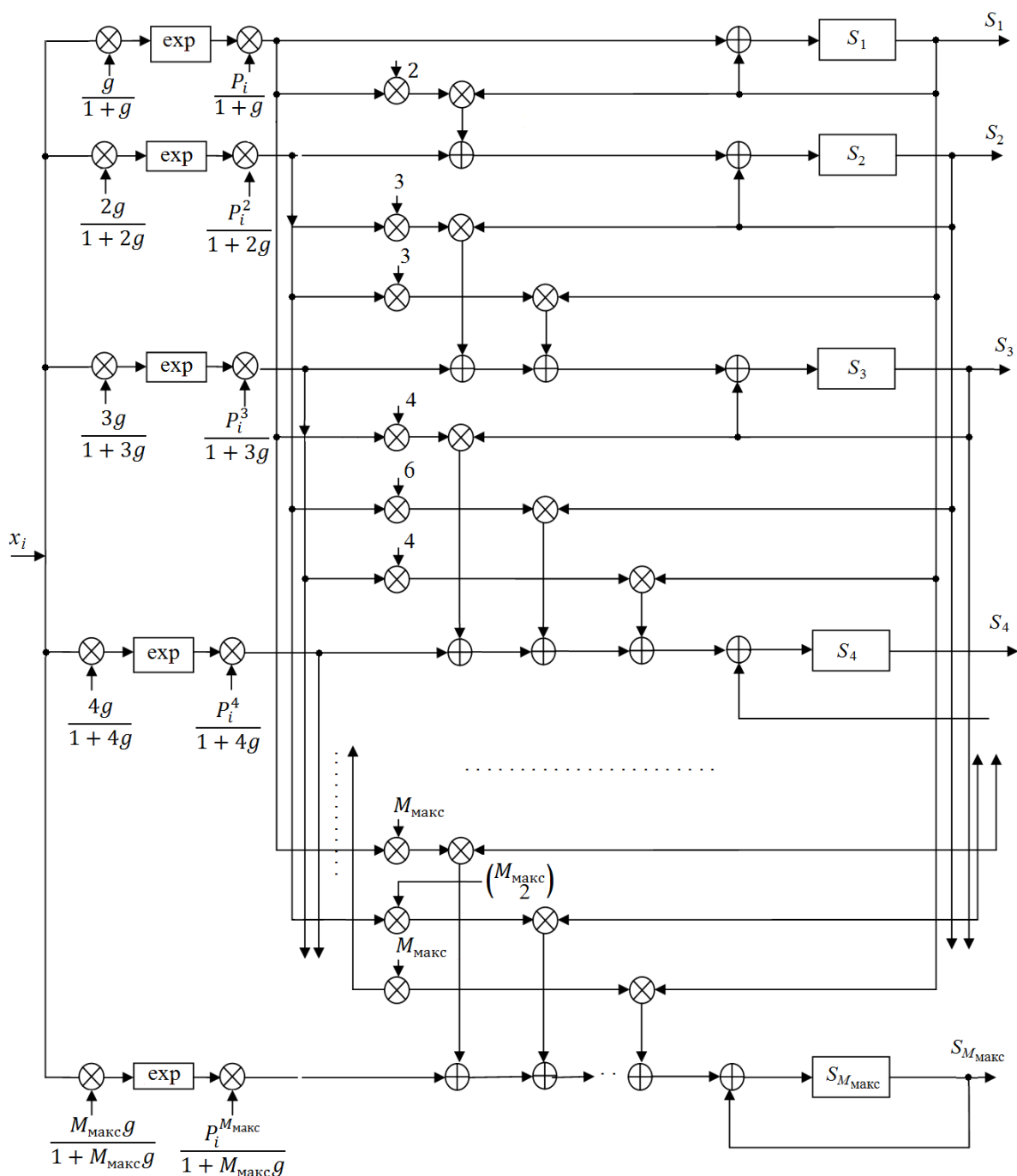


Рис. 6.4. Приведенная схема вычисления оптимальной статистики при произвольном числе элементов ПБЦ в одном объеме разрешения

В этой приведенной схеме вместо L накопителей отраженных сигналов (по числу объемов разрешения) имеется $M_{\text{макс}}$ накопителей статистик $S_M^{(i)}$ (по числу элементов ПРЦ). Поэтому в большинстве случаев алгоритм (6.43) менее сложен, чем алгоритм (6.41).

Все рассмотренные выше оптимальные алгоритмы – (6.38), (6.40), (6.42) и (6.43) – могут быть дополнены блоками измерения числа элементов ПРЦ и отношения сигнал/шум. Состав и схема подключения этих блоков соответствуют рис. 6.8. Оценки должны производиться в течение всего времени наблюдения, и при «сильной связи»

между блоками обнаружения и оценивания они отвергаются при решении, что ПРЦ нет.

Структура приведенных схем (6.42) и (6.43) для моделей Райса и m -распределения остается такой же, как для модели Релея. Отличие состоит в соответствующем изменении вида нелинейных преобразований на входе каналов.

6.3. Реализация и анализ оптимальных алгоритмов обнаружения и оценивания

В параграфе рассмотрены примеры реализации на ЭЦВМ оптимального алгоритма обнаружения и оценивания ПРЦ с релейским распределением амплитуд и получены некоторые результаты анализа реализованных алгоритмов.

Вернемся к приведенной схеме (6.26) оптимальной обработки сигналов при условии, когда в одном объеме разрешения может быть не более одной точечной цели. Текущий граф этой схемы для трех соседних интервалов разрешения показан на рис. 6.12. Горизонтальные стрелки соответствуют сложению, наклонные – умножению на $\exp(x_i)$. Массив чисел \vec{S} имеет переменную размерность, число его элементов равно числу принятых сигналов. Очевидно, максимальная размерность этого массива равна L – числу всех интервалов разрешения в области наблюдения. Реализация приведенной схемы, работающей согласно графу на рис. 6.12, требует L массивов различной размерности от 1 до L с общим объемом элементов $L(L + 1)/2$.

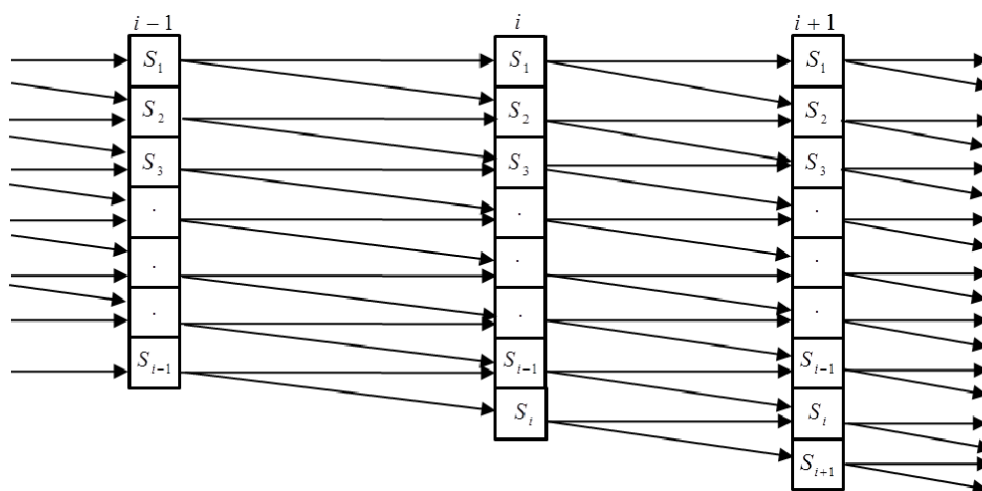


Рис. 6.5. Текущий граф приведенной схемы (6.26) при обработке сигналов от соседних объемов разрешения

Чтобы избежать использование таких объемов памяти, необходимо реализовать приведенную схему (6.26) в другом, противоположенном описанному этим графом направлении. Вычисление элементов массива \vec{S} размерности L начинается с номера i , соответствующего номеру последнего интервала разрешения, «с конца» массива (см.

рис. 6.13,а). Каждый следующий элемент (его номер на единицу меньше, чем предыдущий), определяется по формуле

$$S_r = S_r + \exp(x_i) S_{r-1}, i = \overline{1, L}. \quad (6.44)$$

На рис. 6.13,б последовательность вычислений элементов изображена жирной линией, а связи между ними – тонкими. Большие дуги соответствуют умножению на $\exp(x_i)$ и сложению, малые – простому сложению. Перед началом наблюдения массив \vec{S} обнуляется, $S_0 = 1$. Таким образом, для реализации приведенной схемы (6.26), кроме рабочей памяти, требуется L ячеек, то есть $\Pi_A = L$.

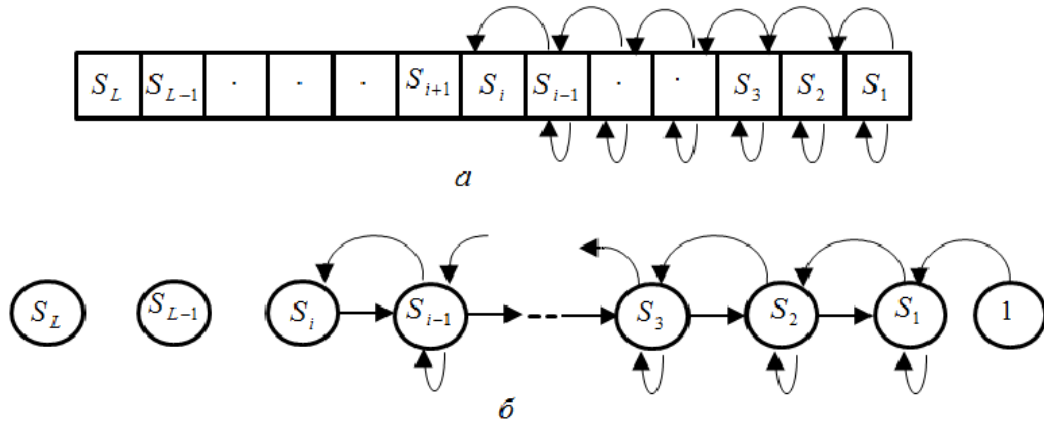


Рис. 6.6. Взаимные связи (а) и текущий граф (б) при реализации приведенной схемы с использованием одного массива

Оценим машинное время T , необходимое для обработки сигнала от i -го интервала разрешения. Для этого представим приведенную схему вычислений (6.26) в виде блок-схемы рис. 6.14. Она состоит из 7 блоков, причем арифметические операции выполняются в блоках 1 и 2 – один раз на каждый принятый сигнал, и в блоках 5 и 7 – i раз на принятый сигнал. Время на обработку более поздних отраженных сигналов увеличивается почти пропорционально задержке (рис. 6.15). Максимальное время на обработку одного сигнала соответствует времени обработки последнего L -го сигнала:

$$\Delta T_{max} = t_+ + t_{exp} + (L - 1)(t_+ + t_{\times}) \quad (6.45)$$

где t_+ , t_{\times} и t_{exp} – время операций сложения, умножения и экспонирования. Если временной интервал между принятыми сигналами меньше ΔT_{max} , то обработка в реальном времени невозможна. Общее машинное время на реализацию приведенной схемы на ЭЦВМ (за исключением операций пересылок и управления) равно

$$T_{nc} = Lt_+ + Lt_{exp} + L(L - 1)(t_+ + t_{\times})/2. \quad (6.46)$$

Машинное время T на реализацию всего оптимального алгоритма (6.25) увеличивается по сравнению с T_{nc} незначительно: $T_A = T_{nc} + M_{max}(t_{\times} + t_+)$. Здесь также не учтены

операции управления и пересылки, осуществляемые параллельно с арифметическими операциями.

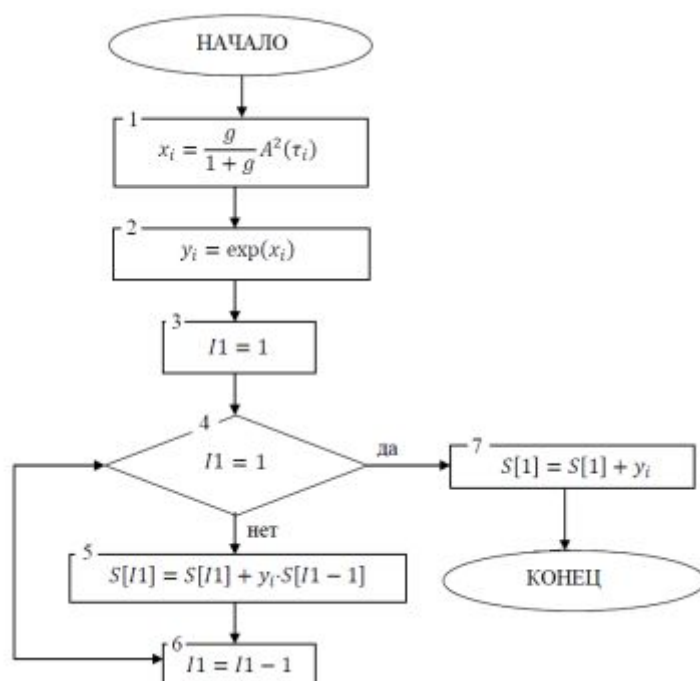


Рис. 6.7. Блок-схема подпрограммы вычисления оптимальной статистики

Следует отметить, что в выражениях (6.45) и (6.46) время на вычисление экспоненты существенно больше времени операций умножения и сложения. Однако доля слагаемого Lt_{exp} с ростом L снижается и уже при $L > 10 \div 15$ она практически незаметна.

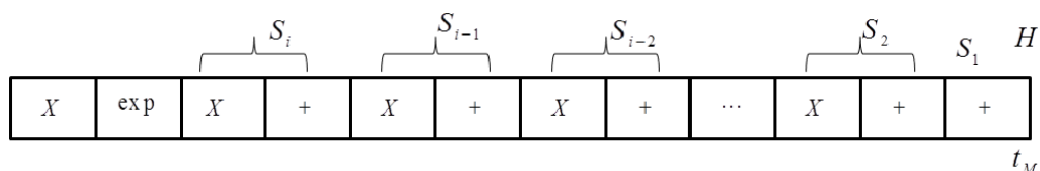
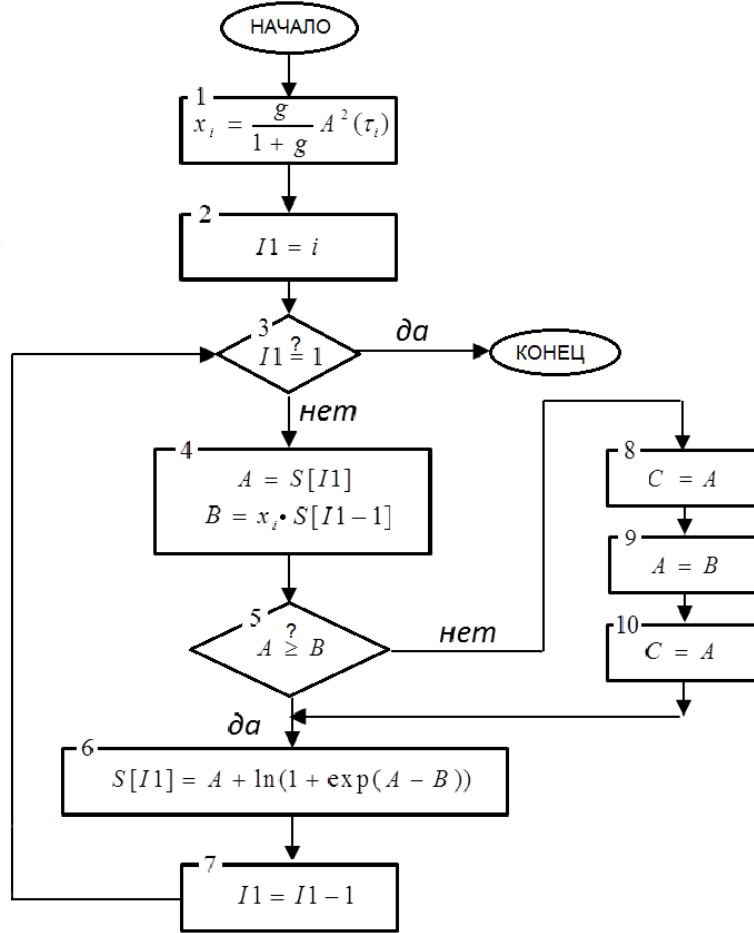


Рис. 6.8. Временная диаграмма вычислений после приема i -го сигнала

Основным препятствием для реализации на ЭЦВМ как алгоритма (6.25), так и других оптимальных алгоритмов, является требование работы с большими по величине числами, обусловленное наличием на входе всех алгоритмов экспоненциального преобразования. Для таких чисел необходимо увеличивать размеры регистра арифметического устройства, памяти и так далее, причем соответственно возрастает время на выполнение арифметических операций. Чтобы исключить этот недостаток, следует отказаться от экспоненциального преобразования. Тогда статистики S'_i должны соответствовать натуральным логарифмам от статистик S_i приведенной схемы (6.26). В свою очередь она примет вид:

$$S'_r(i) = A + \ln(1 + \exp(D - A)), \quad (6.47)$$

где $A = S'_r(i-1)$, $B = x_i + S'_{r-1}(i-1)$, если $S'_r(i-1) \geq x_i + S'_{r-1}(i-1)$;
 $A = x_i + S'_{r-1}(i-1)$, $B = S'_{r-1}(i-1)$, если $S'_r(i-1) < x_i + S'_{r-1}(i-1)$.



Блок-схема реализации (6.47) приведена на рис. 6.16, где принято $S(0) = 0$.

Рис. 6.9. Блок-схема подпрограммы вычисления оптимальной статистики при использовании малоразрядных ЭЦВМ

Анализ временной диаграммы вычислений статистики \vec{S} (рис. 6.17) показывает, что максимальное время на обработку отсчета $A_n^2(\tau_L)$ отраженного сигнала

$$\Delta T'_{max} = L \left(t_{\times} + t_{\downarrow} + \frac{L-1}{2} (3(t_{\times} + t_{\downarrow}) + t_{+} + t_{=\leq} + t_{\ln} + t_{\exp}) \right), \quad (6.48)$$

где t_{\downarrow} , $t_{=\leq}$, и t_{\ln} – время выполнения операций пересылки, сравнения и логарифмирования соответственно. Если $\Delta T'_{max}$ больше интервала времени между отсчетами, то обработка сигналов в реальном времени невозможна. Общее машинное время на реализацию приведенной схемы (6.47) на ЭЦВМ равно

$$T'_{nc} = L (t_{\times} + t_{\downarrow} + \frac{L-1}{2} (3(t_{+} + t_{\downarrow}) + t_{+} + t_{=\leq} + t_{\ln} + t_{\exp})). \quad (6.49)$$

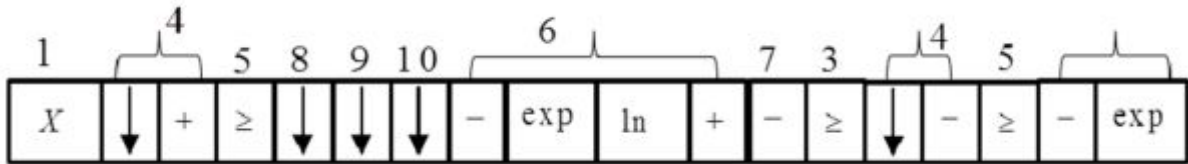


Рис. 6.10. Временная диаграмма вычислений в малоразрядных ЭЦВМ

Уменьшение времени вычислений в первую очередь может быть получено за счет уменьшения t_{\ln} и t_{\exp} . Функция $f(x) = \ln(1 + \exp(x))$ с заданной точностью Δ может быть представлена суммой ограниченного числа членов разложения $\sum_{k=0}^K a_k x^k$, реализация которой по схеме Горнера требует K сложений и умножений.

Коэффициенты a_k и ошибки вычислений Δ_K для $K = 3$ и $K = 4$ приведены в табл. 6.1. При $K = 3$ величины ΔT_K и $T_{\text{пс}}''$ равны:

$$\Delta T_K = t_{\times} + L(6t_{+} + 3t_{\times} + 5t_{\downarrow} + t_{=\leq});$$

$$T_{\text{пс}}'' = L \left(t_{\times} + t_{\downarrow} + \frac{L-1}{2}(6t_{+} + 3t_{\times} + 5t_{\downarrow} + t_{=\leq}) \right). \quad (6.50)$$

Относительная ошибка вычислений статистик S_r' может накапливаться, поэтому выбор K является компромиссом между окончательной точностью и скоростью вычислений. Однако величина Δ_K всегда должна быть не меньше ошибки (оцифровки) сигнала. Например, при квантовании сигнала на 11 и менее уровней значение K должно больше 3.

При моделировании оптимальных алгоритмов основное внимание было уделено исследованию оценивания дискретной функции распределения числа элементов $P_{ps}(M)$ при априори известном отношении сигнал/шум и релеевской модели отраженных сигналов. Блок-схема алгоритма оценивания приведена на рис. 6.3. Массив статистик \vec{S} вычисляется согласно приведенной схеме (6.47) по алгоритму, показанному на рис. 6.16. Эти алгоритмы реализует программа «Оценка».

При анализе алгоритмов оценивания в качестве начальных («априорных») были выбраны четыре распределения ($L = 8$):

1. Равномерное распределение $P_{a_1}(M) = 0.125$.
2. Распределение для малоэлементной ПРЦ $P_{a_2}(M) = 0.737((9 - M)/8)^9$.
3. Распределение для многоэлементной ПРЦ $P_{a_3}(M) = 0.737(M/8)^9$.
4. Квазигауссовое распределение ПРЦ $P_{a_4}(M) = 0.393(-(M - 4.5)^2/2)$.

Было проведено исследование четырех характерных случаев количественного состава ПРЦ: а) $M = 1$; б) $M = 2$; в) $M = 4$; г) $M = 8$.

Информационные направленные расхождения по Кульбаку [9] между априорными и действительными распределениями приведены в табл. 6.2. Общее число периодов зондирования ПРЦ равнялось 16, отношение сигнал/шум для каждого отраженного сигнала было одинаковым и могло принимать четыре значения: -12 дБ, -7 дБ, -2 дБ и +3 дБ.

На рис. 6.18 показаны оценки распределений («апостериорные» распределения) числа элементов при обработке сигналов от ПРЦ, имеющей четыре элемента ($M = 4$). При отношении сигнал/шум $g = -3$ дБ (рис. 6.18,а) начальные распределения изменяются несущественно, оценка $P_{ps}(M)$ практически совпадает с $P_a(M)$ для $N = \overline{1,16}$. Если увеличить g в четыре раза ($g = +3$ дБ, рис. 6.18,б), то вид распределения $P_{ps}(M)$ с увеличением N изменяется уже существенно. Очень быстро стремится к действительному распределению $\left((P(M) = \begin{cases} 1, & M = 4 \\ 0, & M \neq 4 \end{cases} P_{ps}(M)) \right)$ при начальном равномерном распределении. Медленнее приближается $P_{ps}(M)$ к $P(M)$ при начальном квазигассовом распределении. Оценки распределений $P_{ps}(M)$ при начальных втором и третьем, не показанном на рис 6.18 распределениях, сходятся к действительному распределению значительно медленнее, чем при первом и втором.

Таблица 6.1

Коэффициенты аппроксимирующего полинома

Коэффициенты	Интервал аппроксимации	
	Порядок полинома 3	Порядок полинома 4
a_0	0.6845	0.7017
a_1	0.4751	0.5000
a_2	0.1178	0.1121
a_3	0.0101	0.0000
a_4	-	-0.0019
Абсолютная ошибка вычислений Δ_K	0.0075	0.016

Таблица 6.2

Информационные расхождения по Кульбаку между априорными $P_a(M)$ и действительными $P(M)$ распределениями

$P(M)$	$P_{a_1}(M)$	$P_{a_2}(M)$	$P_{a_3}(M)$	$P_{a_4}(M)$
$M = 1$	2.0794	0.3053	20.7944	10.4413
$M = 2$	2.0794	1.5762	4.8136	4.7246
$M = 4$	2.0794	4.8136	1.5462	0.9967
$M = 8$	2.0794	20.7944	0.3053	10.4413

Это объясняется слишком большой долей неверной априорной информации, закодированной во втором и четвертом начальных распределениях. Анализ других

ситуаций также показывает, что вид начального распределения существенно влияет на оценку $P_{ps}(M)$. Поэтому при обработке сигналов от ПРЦ с числом элементов, меняющемся в широких пределах и априори неопределенном, следует в качестве начального распределения выбирать равномерное. Скорость сходимости оценки при этом небольшая. Например, при оценивании $P_{ps}(M)$ для ПРЦ с одним элементом максимум $P_{ps}(M)$ при начальном равномерном распределении совпадает с максимумом при начальном втором распределении, наиболее близком к действительному, уже после восьмого периода для $g = +3$ дБ (рис. 6.19).

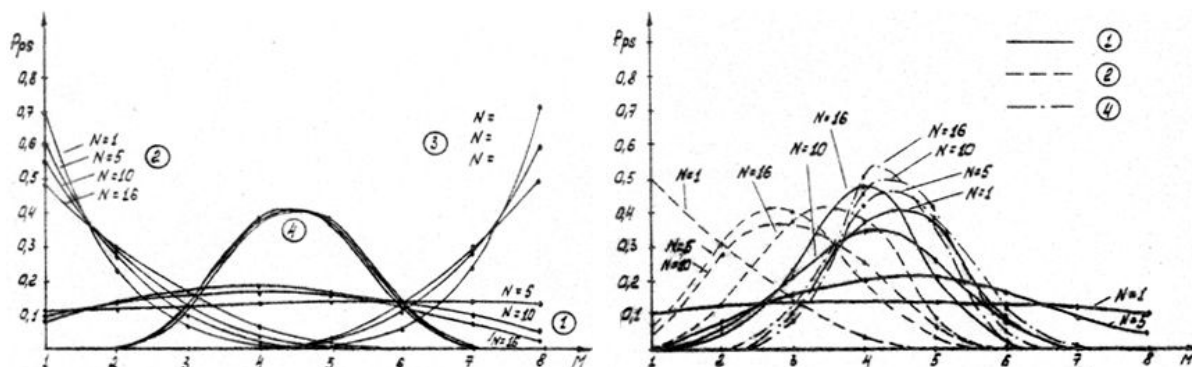


Рис. 6.11. Оценки распределений при отношении сигнал/шум – дБ (а), +3 дБ (б)

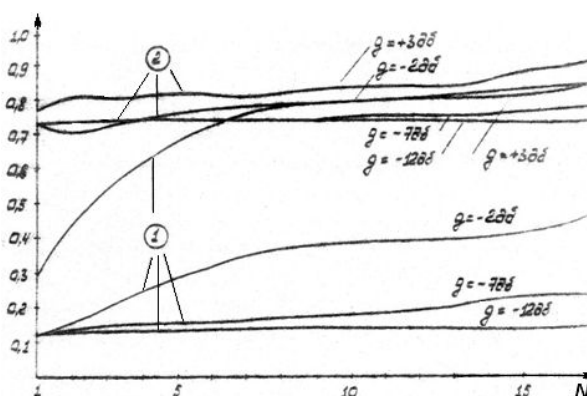


Рис. 6.12. Сходимость апостериорных распределений в зависимости от номера периода повторения:

1 – равномерное, 2 – ближайшее априорное распределение

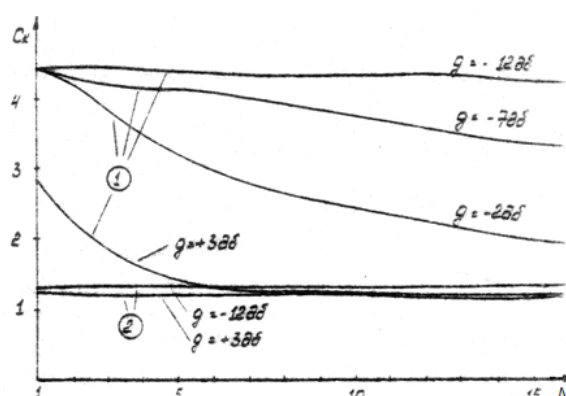


Рис. 6.20. Среднеквадратичные оценки при обработке сигналов и $M = 1$

На рис. 6.20 приведены графики зависимости среднеквадратичной оценки числа элементов для одноэлементной ПРЦ. Для отношений сигнал/шум, начиная с $g > 2$ дБ, среднеквадратичная оценка при начальном равномерном распределении быстро сходится к действительному значению, равному единице. В то же время изменение этой оценки при втором начальном распределении незначительно в диапазоне от -12 дБ до $+3$ дБ, что является следствием слишком большой доли истинной априорной информации в этой оценке.

Графики, показанные на рис. 6.21 описывают зависимости оценок максимального правдоподобия и максимума апостериорной вероятности от текущего номера периода повторения. На рис. 6.21,а цифрой 3 отмечена оценка по максимуму апостериорного распределения при обработке сигналов от ПРЦ с 8 элементами (начальное распределение для многоэлементной ПРЦ). Она совпадает с точным значением практически при всех отношениях сигнал/шум в любом периоде повторения, т.е. доля истинной априорной информации в ней почти равна единице. На этом же рисунке приведены зависимости оценок максимального правдоподобия (начальное распределение – равномерное) при обработке сигналов от ПРЦ с $M = 8$ и $M = 4$. Изломанность зависимостей объясняется малым числом испытаний ($Q = 10$).

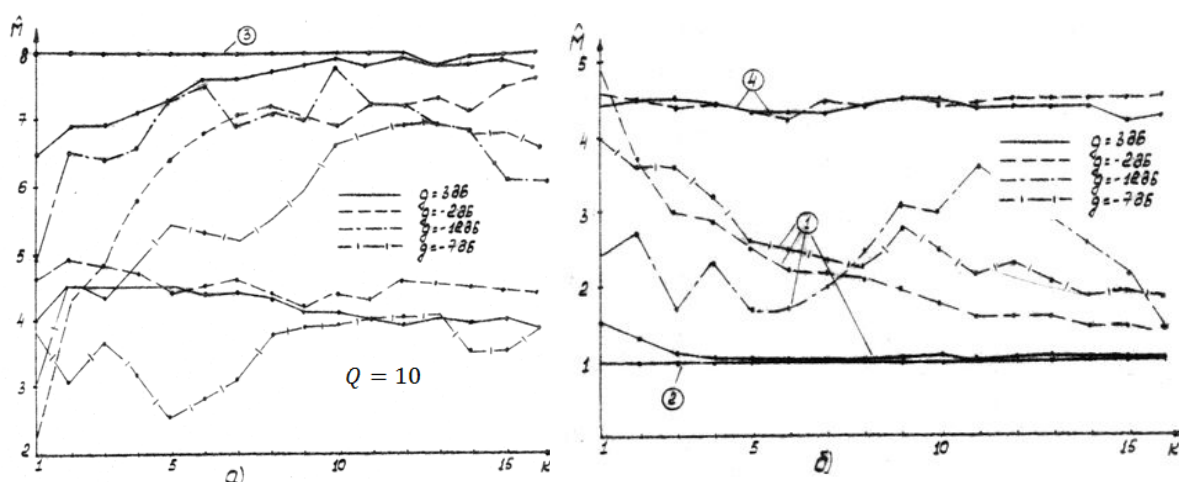


Рис. 6.21. Оценки максимальной апостериорной вероятности при $M = 8$ и $M = 4$ (а), $M = 2$ и $M = 1$ (б)

Оценка максимального правдоподобия, так же как и среднеквадратичная оценка, почти совпадает с точным значением M при $g = +3$ дБ и $k \geq 8$. На рис. 6.21,б приведены зависимости оценок по максимуму апостериорного распределения при $M = 4$ (отмечено цифрой 4) и $M = 1$ (отмечено цифрой 2). В обоих случаях распределение соответствовало априорному для данного типа ПРЦ. Обе оценки практически совпадают с точным значением M . Там же приведены зависимости оценки по максимуму правдоподобия $M = 1$. При $g = +3$ дБ и $k > 5$ эта оценка совпадает с действительным значением.

Итак, проведённый анализ оптимального алгоритма оценивания показал:

1) если отношение информационного расхождения ΔI_1 между истинным и априорным к информационному расхождению ΔI_2 между истинным и равномерным менее $0.10 \div 0.15$, то оценивание проводить не нужно, т.к. априорное практически совпадает с истинным;

2) если это отношение заключено в пределах от 0.15 до 1, то в качестве начального следует использовать априорное распределение;

3) если это отношение превышает единицу, то в качестве начального следует выбрать равномерное распределение.

На основании этого вывода предлагается следующий комбинированный алгоритм оценивания:

Шаг 1. Получить апостериорное распределение $P_{ps_1}(M)$ при начальном распределении, соответствующем априорному $P_a(M)$.

Шаг 2. Получить апостериорное распределение $P_{ps_2}(M)$ при начальном распределении, соответствующем равномерному $P_p(M) = 1/M_{\text{макс}}$.

Шаг 3. Вычислить информационные расхождения

$$\Delta I_1 = \sum_{M=1}^{M_{\text{макс}}} P_a(M) \ln \frac{P_a(M)}{P_{ps_1}(M)};$$

$$\Delta I_2 = \sum_{M=1}^{M_{\text{макс}}} P_p(M) \ln \frac{P_p(M)}{P_{ps_2}(M)} = \frac{1}{M_{\text{макс}}} \sum_{M=1}^{M_{\text{макс}}} \ln P_{ps_2}(M) + \frac{\ln M_{\text{макс}}}{M_{\text{макс}}}. \quad (6.51)$$

Шаг 4. Если $\Delta I_1 > \Delta I_2$, то в качестве окончательного апостериорного распределения принять $P_{ps_2}(M)$, в противном случае – $P_{ps_1}(M)$.

При этом вычислительные затраты возрастают вдвое, однако, в значительной мере устраняются ошибки, вызванные неправильным выбором начального распределения и, таким образом, снижается влияние априорной неопределенности на результаты обнаружения и оценивания. В любом случае структура предложенного комбинированного алгоритма оценивания не зависит от модели отраженного сигнала и числа объемов разрешения.

Более детальное моделирование оптимального алгоритма (6.28) проводилось в среде системы MATLAB [10]. Была использована релейевская модель сигнала, принимаемого от элементов ПРЦ на фоне независимых шумов. Сама цель представляла собой двумерное образование с $L = 20 \times 20 = 400$ объёмами разрешения и с тремя сосредоточенными фрагментами, состоящими из $M = 16$ независимых элементов (рис. 6.22). Величина уровня принимаемого сигнала определялась групповым отношением сигнал/шум G , задаваемого для всех 16 элементов, распределённых по трём фрагментам. Следовательно, при $G = 20$ дБ (отношение сигнал/шум, равное 100 раз по мощности) отдельный элемент создавал на входе приёмника отраженный сигнал мощностью в $100/16 = 6,3$ раза больше мощности шума. Оценивание числа целей

проводилось по критерию максимума правдоподобия (принималось априори равномерное распределение).

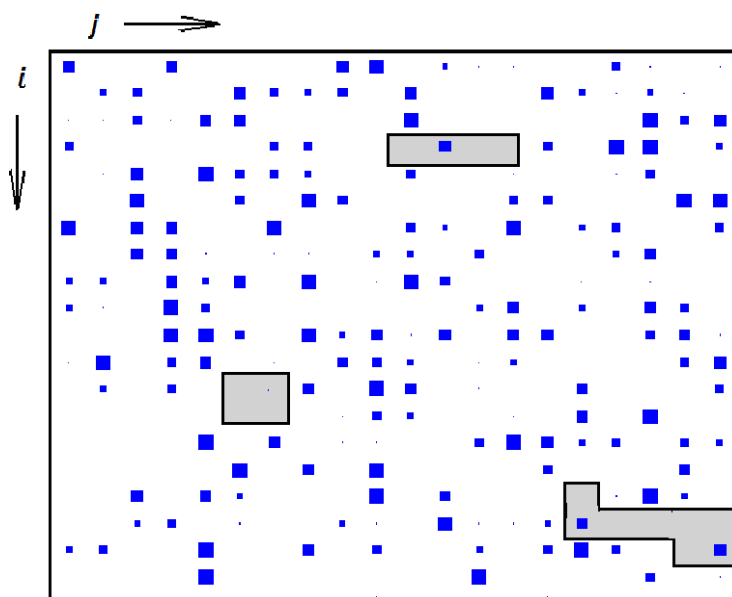


Рис. 6.22. «Зашумлённое» изображение ПРЦ с локальными фрагментами

Результаты моделирования представлены на рис. 6.23. С целью более наглядного представления этих результатов на изображении яркостные показатели мощности от отдельных элементов разрешения нормированы к максимальной из них и затем квантованы на 10 уровней. Реализации изображений на рис. 6.23,а и рис. 6.23,в имеют большой разброс по уровням яркости, поэтому выглядят достаточно «бледно». После обработки 500 подобных реализаций оптимальным алгоритмом уровни сигнала и шума при $G = 10$ дБ различаются несущественно, но вполне отчётливо (рис. 6.23,б). Увеличение отношения сигнал/шум до 20 дБ (рис. 6.23,г) обеспечивает такой контраст среди ЭП, что шумовой фон после оптимальной обработки становится почти незаметным.

Другой моделью изображения была выбрана совокупность $L = 121$ элементов разрешения, представленных в виде матрицы размером 11×11 элементов. В центре матрицы расположен двумерный объект – «чёрный квадрат» размером 5×5 элементов. Определялись параметры этого объекта (число элементов и координаты центра). Двумерное представление результата обработки представлено на рис. 6.24,а «геодезически» в виде 10 линий уровня яркости. Влияние шума не наблюдается выше линий второго уровня. Неравномерность в области «вершины» – области одинаковых по ЭПР отражателей – также находится в пределах двух верхних уровней.

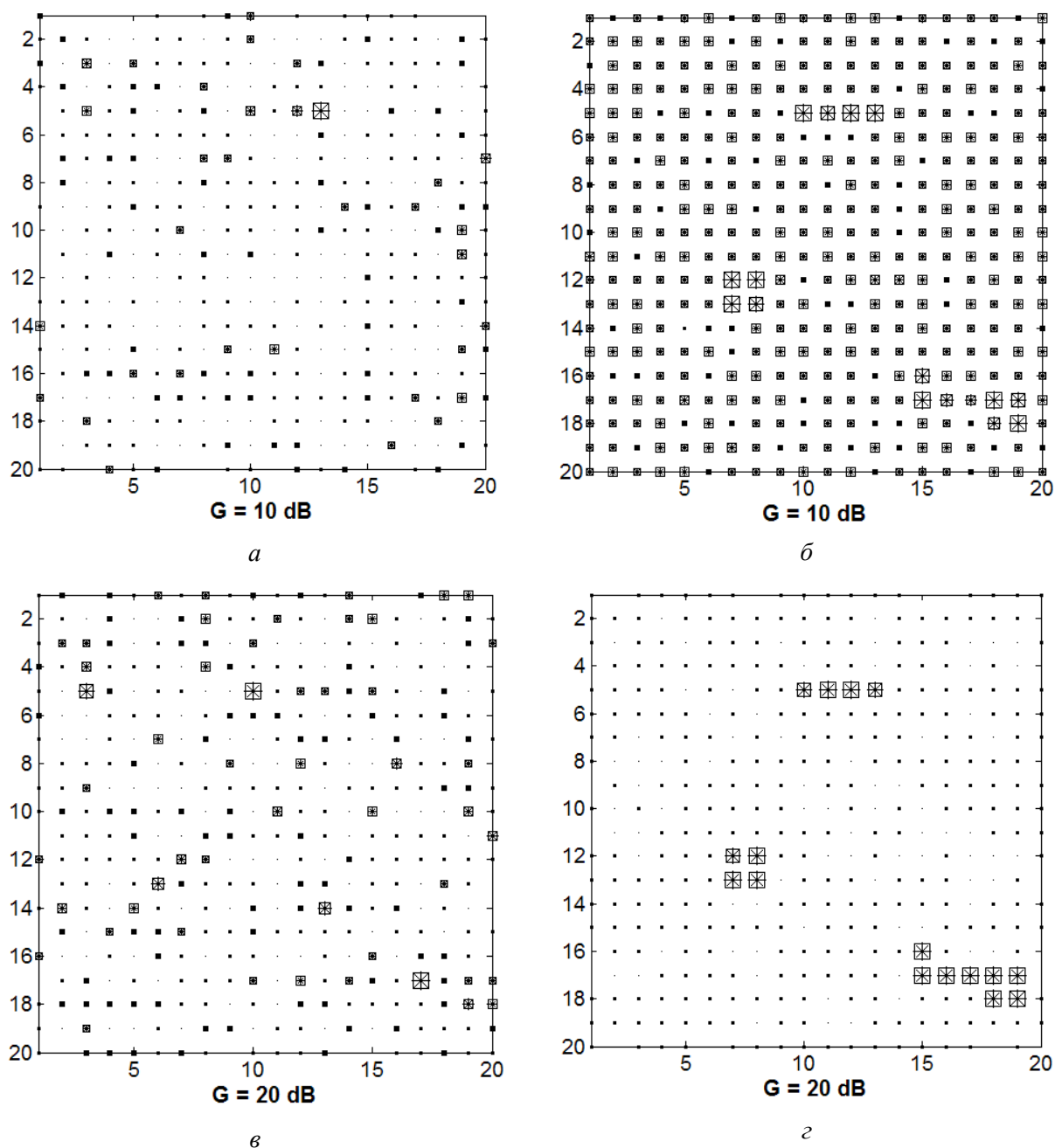


Рис. 6.23. Изображение до (*a* и *в*) и после (*б* и *г*) выделения фрагментов ПРЦ при отношении сигнал/шум 10 дБ и 20 дБ соответственно

На рис. 6.24,б приведено такое же «геодезическое» представление результатов моделирования алгоритма простого усреднения статистического ансамбля реализации. Этот «простой» алгоритм часто используется при выделении статистически независимых параметров сигналов. Улучшение качества выделения яркостных образований оптимальным алгоритмом по сравнению с «простым» усреднением отсчётов модельного изображения в данном случае очевидно.

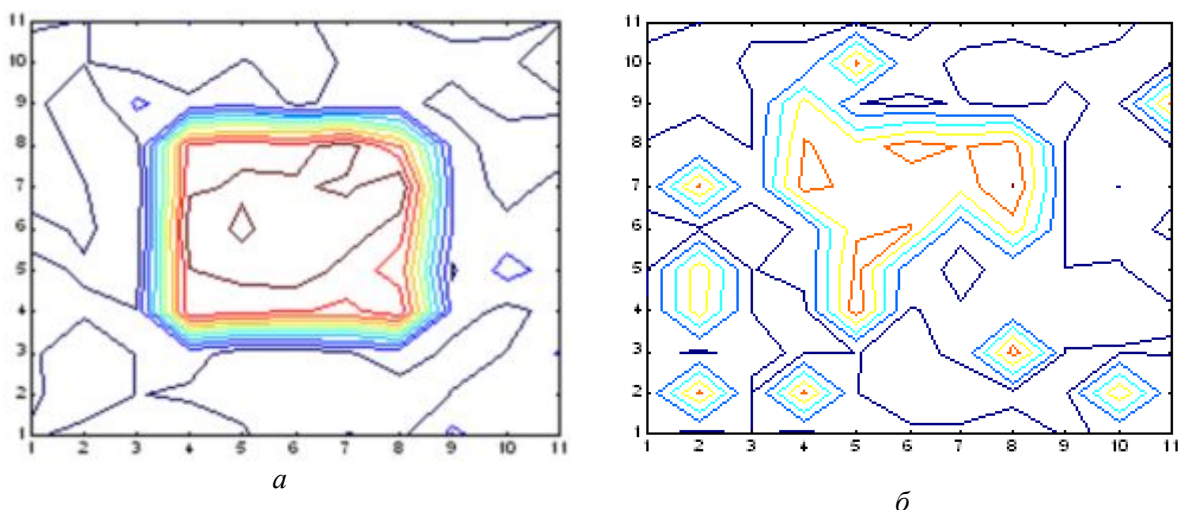


Рис. 6.24. Выделение «чёрного квадрата» оптимальным алгоритмом (6.28) (а) и алгоритмом с простым усреднением (б)

Представленные на рис. 6.23 и рис. 6.24 результаты моделирования оптимального алгоритма в виде приведённой схемы подтверждает высокую вычислительную эффективность предложенной процедуры и могут быть использованы также при статистической обработке изображений, представленных большим объёмом отдельных независимых элементов (пикселей).

Некоторые итоги исследований, опубликованные в статьях [11, 12, 13], показывают теоретическую и практическую значимость предложенных в главе оптимальных алгоритмов обнаружения и оценивания параметров пространственно-распределённых целей.

Литература к главе 6

1. Большаков И.А. Статистические проблемы выделения потока сигналов из шума / И.А. Большаков. М.: Советское радио, 1969. 464 с.
2. Большаков И.А. Прикладная теория случайных потоков / И.А. Большаков, В.С. Ракошиц. М.: Советское радио, 1978. 248 с.
3. Обнаружение пространственно-распределённых целей /Г. Ван дер Спек. Зарубежная радиоэлектроника, № 9, 1972. С. 3-16.
4. Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов/ Ю.Г. Сосулин. М.: Советское радио, 1978. 320 с.
5. Вопросы статистической теории радиолокации / Г.П. Тартаковский и др. М.: Советское радио, 1963-1964. Т. 1, 1963. 424 с. Т.2, 1964, 1079 с.
6. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи / Д. Миддлтон : пер с англ. Под ред. Б.Р. Левина. Т.2. М.: Советское радио, 1962. 831 с.

7. Репин В.Г. Статистический синтез при априорной неопределённости и адаптация информационных систем / В.Г. Репин, Г.П. Тартаковский. М.: Советское радио, 1977. 432 с.
8. Сачков В.Н. Вероятностные методы в комбинаторном анализе / В.Н. Сачков. М.: Наука, 1978. 231 с.
9. Кульбак С. Теория информации и статистика / С. Кульбак: пер. с англ. Под ред. А.Н. Колмогорова. М.: Наука, 1967. 408 с.
10. Дьяконов В. П. MATLAB 6.5 SP1/7.0 + SIMULINK 5/6: Основы применения/ В. П. Дьяконов. М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2005. 800 с.
11. Эффективный алгоритм обнаружения группы целей с неразрешаемыми элементами/ М.П. Трухин/ Вестн. УГТУ-УПИ: Проектир. и анализ радиотехн. и инф. систем. Серия радиотехн. №19(49). Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2004, С.33-38.
12. Оптимальное обнаружение-оценивание групповой цели в условиях априорной неопределённости/ М.П. Трухин/ Вестн. УГТУ-УПИ. Проектир.и анализ радиотехн. и инф. систем. Серия радиотехн. №21(71). Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2005, С.69-74.
13. Оптимальная процедура обнаружения яркостных образований на случайном однородном поле/ М.П. Трухин/ 25-я Международная Крымская конференция "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии", Севастополь, 7-13 сентября 2015 г.

7. СИНТЕЗ И АНАЛИЗ КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ ОБНАРУЖЕНИЯ ПРЦ

Оптимальная обработка сигналов, отраженных от ПРЦ, как это показано в предыдущей главе, требует больших вычислительных затрат. Сложность реализации оптимальных алгоритмов обнаружения, необходимость задания априорной информации о числе элементов ПРЦ и отношении сигнал/шум, а при отсутствии такой информации, введение в структуру обнаружителей блоков оценивания – все это существенно затрудняет практическое использование оптимальных обнаружителей ПРЦ.

Поэтому естественным является переход к квазиоптимальным алгоритмам обнаружения, в меньшей степени или совсем независимых от априорной неопределенности и наиболее просто реализующихся как на дискретных, так и на аналоговых элементах. Спектр квазиоптимальных алгоритмов чрезвычайно широк. Чтобы ограничить его, рассматриваются алгоритмы, являющиеся асимптотически оптимальными при некоторых граничных условиях, например, при малых ($g \rightarrow 0$) или больших ($g \rightarrow \infty$) отношениях сигнал/шум.

Сравнение квазиоптимальных алгоритмов проводится по характеристикам обнаружения и вычислительным затратам. Аналитические выражения вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги получены для релейской модели флуктуаций амплитуд отраженных сигналов, поскольку даже в этом наиболее простом случае, у большинства алгоритмов они настолько сложны, что не могут быть использованы для практических расчетов при числе объемов разрешения больше десяти-пятнадцати. Для сравнения квазиоптимальных алгоритмов в широком наборе ситуаций обнаружения применен метод статистического моделирования. При этом с целью экономии машинного времени на основании аналитических выражений для вероятностей ложной тревоги вычисляются точные пороги принятия решения. Затем они подставляются в квазиоптимальный алгоритм, на входе которого моделируются в виде случайного процесса принятый сигнал на фоне шума, а на выходе – решение о наличии или отсутствии ПРЦ. При этом следует отметить, что выводы, сделанные на основе анализа алгоритмов обнаружения при релейской модели, не только по качественным, но и в значительной степени и по количественным параметрам, остаются справедливыми при других моделях распределений амплитуд и фаз радиолокационных сигналов ПРЦ.

Исследование квазиоптимальных статистик осуществляется отдельно для случая, когда в одном объеме разрешения может быть не более одного элемента (ПРЦ с разрешаемыми элементами), и для более общего случая, когда в одном объеме может быть произвольное число элементов (ПРЦ с неразрешаемыми элементами).

7.1. Квазиоптимальные алгоритмы с дискретным накоплением при большом числе уровней квантования

В параграфе рассматриваются квазиоптимальные алгоритмы обнаружения дружно движущейся ПРЦ с разрешаемыми элементами, асимптотически эквивалентные оптимальному при отношении сигнал/шум, стремящемся к нулю. Вследствие большого числа уровней квантования дискретный квазиоптимальный алгоритм является по существу аналоговым. Синтез и анализ проводится в общем случае для произвольных вероятностей P_i наличия элемента ПРЦ в i -м объеме разрешения, а количественные характеристики обсуждаются для важного частного случая – одинаковых P_i .

7.1.1. Неодинаковые P_i

Проведем упрощение оптимального алгоритма (6.15) при отношении сигнал/шум, стремящемся к нулю ($g \rightarrow 0$), и релеевской модели отраженных сигналов. В этом случае экспоненту с достаточной степенью точности можно представить двумя первыми членами ряда Тейлора в окрестности точки $g = 0$:

$$\Lambda(y) = \sum_{M=1}^{M_{\max}} \frac{P(M)}{C_M(1+g)^{MN}} \sum_{q=1}^{\binom{L}{M}} \left[1 + \frac{g}{1+g} \sum_{i=1}^M \rho_i A_H^2(y/\tau_{qik}) \right], \quad (7.1)$$

где все обозначения те же, что были использованы в параграфе 5.1. Упростим это выражение, для чего исключим из него постоянное слагаемое, отнеся его в порог:

$$\Lambda(y) = \sum_{M=1}^{M_{\max}} \frac{gP(M)}{C_M(1+g)^{MN+1}} \sum_{q=1}^{\binom{L}{M}} \sum_{i=1}^M \rho_i \sum_{k=1}^N A_H^2(y/\tau_{qik}). \quad (7.2)$$

Двойная сумма $\sum_{q=1}^{\binom{L}{M}} \sum_{i=1}^M$ содержит всего $M \binom{L}{M}$ слагаемых вида $x_{q_i} = \rho_i \sum_{k=1}^N A_H^2(y/\tau_{qik})$ и симметрична относительно каждого x_{q_i} . Следовательно, имеется равенство:

$$\sum_{q=1}^{\binom{L}{M}} \sum_{i=1}^M x_{q_i} = \binom{L}{M} \frac{M}{L} \sum_{i=1}^L x_i = \binom{L-1}{M-1} \sum_{i=1}^L x_i. \quad (7.3)$$

Подставив правую часть (7.1) в (7.2), получим

$$\Lambda_1(y) = \sum_{M=1}^{M_{\max}} \frac{gP(M)}{C_M(1+g)^{MN+1}} \binom{L-1}{M-1} \sum_{i=1}^L x_i = U \sum_{i=1}^L x_i, \quad (7.4)$$

$$\text{где } U = \sum_{M=1}^{M_{\max}} \frac{gP(M)}{C_M(1+g)^{MN+1}} \binom{L-1}{M-1}.$$

Итак, без учета постоянного множителя, который может быть отнесен в изменение порога, получившийся квазиоптимальный алгоритм (7.4) с весовым накоплением принятых сигналов за все время наблюдения асимптотически эквивалентен при $g \rightarrow 0$ оптимальному алгоритму. Вес ρ_i , $i = \overline{1, L}$, определяется вероятностью P_i , $i = \overline{1, L}$, появления отраженного сигнала в i -м объеме разрешения $\rho_i = \gamma P_i$, где γ – любая константа, например, L . При релеевской модели флуктуаций амплитуд отраженных сигналов этот алгоритм соответствует широко используемому квадратичному детектору с весовым линейным интегратором:

$$\Lambda_{10}(y) = \sum_{i=1}^L \rho_i \sum_{k=1}^N A_{\text{н}}^2(y/\tau_{ik}). \quad (7.5)$$

При другой модели отраженных сигналов изменится лишь вид нелинейной операции – логарифма отношения правдоподобия – на входе весового интегратора:

$$\Lambda_{11}(y) = \sum_{i=1}^L \rho_i \sum_{k=1}^N \ln B(y/\tau_{ik}). \quad (7.6)$$

Формирование статистики Λ_{10} можно выполнить на ЭЦВМ с числом разрядов регистров арифметического устройства, большим 20, причем, в случае существенно различающихся ρ_i форма представления числа должна быть плавающей. Число уровней квантования аналого-цифрового преобразователя (АЦП) должно соответствовать числу разрядов регистров. Необходимая машинная память $\Pi_{\Lambda_{10}} = 2L + 1$, машинное время – $T_{\Lambda_{10}} = L(t_{\times} + (N + 1)t_{+})$.

Определим зависимость вероятности правильного обнаружения $D = D(L, T, g)$ и ложной тревоги $T = T(L, T)$ от порога принятия решения T и радиолокационных параметров L и g . Для этого найдем вид распределения $f(\Lambda)$ случайной величины Λ_{10} на выходе линейного интегратора после обработки сигналов за N периодов повторения. Поскольку статистика Λ_{10} есть взвешенная сумма случайных величин $\sum_{k=1}^N A_{\text{н}}^2(y/\tau_{ik})$, $i = \overline{1, L}$, имеющих хи-квадрат распределение с $2N$ степенями свободы [1], то при отыскании $f(\Lambda)$ можно воспользоваться методом характеристических функций. Характеристическая функция распределения $f(A_{\text{н}}^2)$ имеет вид:

$$\varphi_r(t) = [1 + jt(1 + gr)]^{-1}, r_i \in \{0,1\}. \quad (7.7)$$

В выражении (7.7) $r = 0$ соответствует чисто шумовому отсчету, $r = 1$ – отсчету, являющемуся суммой отраженного сигнала и шума приемника. В этих обозначениях характеристическая функция распределения статистики $\sum_{k=1}^N A_n^2(y/\tau_{ik})$ равна

$$\varphi_{r_i}^N(t) = [1 + jt(1 + gr_i)]^{-N}, r_i \in \{0,1\}, i = \overline{1, L}. \quad (7.8)$$

Умножение на вес ρ_i несущественно изменяет вид характеристических функций:

$$\varphi_{r_i}^N(t) = [1 + jt\rho_i(1 + gr_i)]^{-N} = [1 + jtw_i]^{-N}. \quad (7.9)$$

где $w_i = \rho_i(1 + gr_i)$, $i = \overline{1, L}$.

Предположим, что коэффициенты w_i попарно не равны: $w_i \neq w_k$, $i \neq k$, $i, k = \overline{1, L}$. Тогда характеристическая функция статистики Λ_{10} для одной из ситуаций при заданном числе элементов ПРЦ M соответствует произведению L характеристических функций (7.9):

$$\varphi_{\Lambda_{10}, M}(t) = \frac{1}{C_M} \prod_{i=1}^L P_i^{r_i} \varphi_{r_i}^{(N)}(t) = \frac{1}{C_M} \prod_{i=1}^L P_i^{r_i} [1 + jtw_i]^{-N}, \quad (7.10)$$

где целые величины r_i удовлетворяют условию $\sum_{i=1}^L r_i = M$, $r_i \in \{0,1\}$.

Характеристическая функция статистики Λ_{10} , усредненная по всем возможным ситуациям, имеет вид:

$$\varphi_{\Lambda_{10}}(t) = \sum_{M=1}^{M_{\max}} \frac{P(M)}{C_M} \sum_{r_1+r_2+\dots+r_L=M} \prod_{i=1}^L P_i^{r_i} [1 + jtw_i]^{-N} \quad (7.11)$$

Вероятность правильного обнаружения D находится интегрированием обратного преобразования Фурье от (7.11) в пределах от T до ∞ :

$$D = \int_T^\infty \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \varphi_{\Lambda_{10}}(t) e^{jtx} dt dx = \sum_{M=1}^{M_{\max}} \frac{P(M)}{C_M} \sum_{r_1+\dots+r_L=M} \prod_{i=1}^L P_i^{r_i} I_L(\vec{w}, \vec{m}, \vec{T}), \quad (7.12)$$

где интеграл $I_L(\vec{w}, \vec{m}, T)$ вычислен в [2] в общей форме. Здесь вектор коэффициентов $\vec{w} = [w_1, \dots, w_L]^T$, вектор показателей степени $\vec{m} = [N, N, \dots, N]^T$. Оба вектора имеют размерность L . Итак,

$$D = \sum_{M=1}^{M_{\max}} \frac{P(M)}{C_M} \sum_{\sum_{i=1}^L r_i=M} \prod_{i=1}^L P_i^{r_i} \frac{(-1)^{LN-N}}{\prod_{i=1}^L w_i^N} \sum_{i=1}^L \sum_{\substack{\sum_{l=0, l \neq i}^L a_l=N-1}} w^{a_i+1} \frac{T^{a_0}}{a_0!} \times \\ \times \exp(-T/w_i) \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^L \frac{(a_l + N - 1)!}{a_l! (N - 1)!} \left(\frac{1}{w_i} - \frac{1}{w_l} \right)^{-N-a_l}. \quad (7.13)$$

Вероятность ложной тревоги F находится по выражению (7.13) при подстановке в него значений $P(M) = d(M)$, $M = 0$, $g = 0$, где $d(x) = \begin{cases} 1, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}$:

$$F = \frac{(-1)^{LN-N}}{\prod_{i=1}^L \rho_i^N} \sum_{i=1}^L \sum_{\sum_{l=0}^l a_l = N-1} \frac{T^{a_0} \rho_i^{a_{i+1}}}{a_0!} e^{-T/\rho_i} \prod_{\substack{l=1, \\ l \neq i}}^L \frac{(N + a_l - 1)!}{a_l! (N - 1)!} \left(\frac{1}{\rho_i} - \frac{1}{\rho_l} \right)^{-N-a_l}, \quad (7.14)$$

В частности, при $N = 1$ формула (7.14) существенно упрощается:

$$F = \sum_{i=1}^L \frac{e^{-T/\rho_i}}{\prod_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^L (1 - \rho_i/\rho_l)}. \quad (7.15)$$

Вычисление порога T согласно (7.15) реализовано в процедуре *FIN*, приведенной в [2].

Использование точных аналитических выражений (7.13) и (7.14) для расчета характеристик обнаружения наталкивается на большие вычислительные трудности даже при малых значениях L и M_{\max} . Эти трудности обусловлены двумя причинами: ограниченным числом разрядов в представлении чисел на ЭЦВМ (обычно не более 12) и экспоненциально возрастающим количеством ($\sim 2^L$) анализируемых ситуаций. Первая причина приводит к таким большим ошибкам, вторая – к таким затратам машинного времени, что уже при $L > 16$ единственным возможным методом получения характеристик обнаружения на ЭЦВМ является метод статистического моделирования. Для снижения числа испытаний и повышения точности анализа значения порога T определяется по формуле (7.14). При разрешении (7.14) относительно T используется двойная точность (24 значащих цифры) и метод Ньютона [3].

Если некоторые из коэффициентов w_i попарно равны, то вид выражения (7.13) для вероятности правильного обнаружения остается прежним, изменяются лишь параметры интеграла $I_k(\vec{w}, \vec{m}, T)$. Например, при двух одинаковых $\rho_i = \rho_j$, $i \neq j$, $k = L - 1$, $m_i = 2N$, величины m_j и w_j из состава векторов \vec{m} и \vec{w} исключаются.

7.1.2. Одинаковые P_i

Как указывалось в главе 6, такие вероятности назначаются в том случае, когда о распределении вероятностей P_i известно только то, что оно ограничено. Подобный вид априорной неопределенности довольно часто встречается на практике. Статистика обнаружения при релеевской модели отраженного сигнала соответствует выражению

$$\Lambda_{12}(y) = \sum_{i=1}^L P_i \sum_{k=1}^N A_H^2(y/\tau_{ik}) = \sum_{j=1}^m A_H^2(y/\tau_j), \quad (7.16)$$

где $m = NL$, индекс j соответствует задержке различных интервалов разрешения и периодов повторения, $j = (k - 1)L + i$. При реализации алгоритма (7.16) на универсальных ЭЦВМ необходимая машинная память $\Pi_{\Lambda_{12}} = L + 1$ ячеек, то есть почти вдвое меньше, чем при неодинаковых P_i , и машинное время $T_{\Lambda_{12}} = L N t_+$, которое также меньше, чем $T_{\Lambda_{10}}$.

Характеристическая функция статистики Λ_{12} при условии, что на входе приемника имеется M сигналов, отраженных от M элементов ПРЦ, записывается в виде

$$\varphi_{\Lambda_{12}, M}(t) = \varphi_0^{L-M}(t) \varphi_1^M(t), \quad (7.17)$$

где $\varphi_0(t)$ и $\varphi_1(t)$ определяются выражением (7.7).

Вероятность правильного обнаружения равна

$$D = \sum_{M=1}^{M_{\max}} P(M) \left[\frac{(-1)^{m_2} C^{m_2}}{(m_2-1)!} \exp(-T) \sum_{a=0}^{m_1-1} \sum_{b=0}^{m_1-a-1} \frac{(m-a-b-2)!}{a!(m_1-a-b-1)!} T^a (1-C)^{-m+a+b+1} + \right. \\ \left. + \frac{(-1)^{m_1} C^{m_2}}{(m_1-1)!} \exp(-CT) \sum_{a=0}^{m_2-1} \sum_{b=0}^{m_2-a-1} \frac{(m-a-b-2)!}{a!(m_2-a-b-1)!} T^a C^{-1-b} (C-1)^{-m+a+b+1} \right], \quad (7.18)$$

где $m_1 = N(L - M)$, $m_2 = NM$, $m = m_1 + m_2$, $C = 1/(1 + g)$.

Впервые эта формула получена в частном виде в [4]. Выражение в угловых скобках соответствует $I_2(1, 1 + g; m_1, m_2; T)$.

Вероятность ложной тревоги находится подстановкой $C = 1$, $M = 0$, $P(M) = d(M)$ в (7.17) и выражается через неполную гамма-функцию:

$$F = \exp(T) \sum_{a=0}^{m-1} \frac{T^a}{a!} = 1 - \frac{\Gamma(T, m)}{\Gamma(m)}. \quad (7.19)$$

Вычисление порога T согласно (7.19) следует проводить по одной из процедур *FIN*, *GIN*, приведенных в [2]. Практическое вычисление характеристик обнаружения по (7.18) возможно при m_1, m_2 , меньших 20, что также объясняется конечным числом разрядов представления чисел на ЭЦВМ. Однако при больших четных m вероятность правильного обнаружения можно определить либо путем численного интегрирования по формуле [4]

$$D = 1 - 2 \sum_{M=1}^{M_{\max}} P(M) \frac{C^{m_2}}{\pi} (-1)^{m/2} \int_0^\infty \frac{\sin \frac{tT}{2} \left(\cos \frac{tT}{2} + m_1 \operatorname{arctg} \frac{1}{t} + m_2 \operatorname{arctg} \frac{C}{t} \right) dt}{t(t^2 + 1)^{m_1/2} (t^2 + C)^{m_2/2}}, \quad (7.20)$$

либо по приближенным формулам, полученным в результате разложения плотности вероятности $f(\Lambda_{12})$ в ряды Эджворта [1] или Лагерра [5,6]. Вычисления статистических характеристик, использующие ряд Эджворта, формализованы в процедуре *FRSH*, а ряд Лагерра – в процедуре *POLLAG*. Обе процедуры приведены в [2]. Семиинварианты, определяющие коэффициенты этих рядов, вычисляются по формуле:

$$L_r = (r - 1)! [m_2(1 + g)^r + m_1]. \quad (7.21)$$

Характеристики обнаружения квазиоптимального алгоритма (7.16), рассчитанные по точным аналитическим выражениям, показаны на рис. 7.1 – 7.3. Анализ построенных зависимостей приводит к выводу, что в целом вероятность правильного обнаружения существенно зависит от параметров η и ν априорного распределения числа элементов ПРЦ. Этот вывод подтверждают графики на рис. 7.4. При малых отношениях сигнал/шум вероятность правильного обнаружения практически инвариантна к η и ν . При средних и больших \bar{G} величина D оказывается наибольшей для многоэлементной ПРЦ. Сравнение оптимального (6.24) и квазиоптимального (7.16) алгоритмов показывает, что они эквивалентны при числе элементов ПРЦ, равном числу интервалов разрешения ($P(M) = \delta(M - L)$). В этом состоит еще одно достоинство алгоритма с аналоговым накоплением.

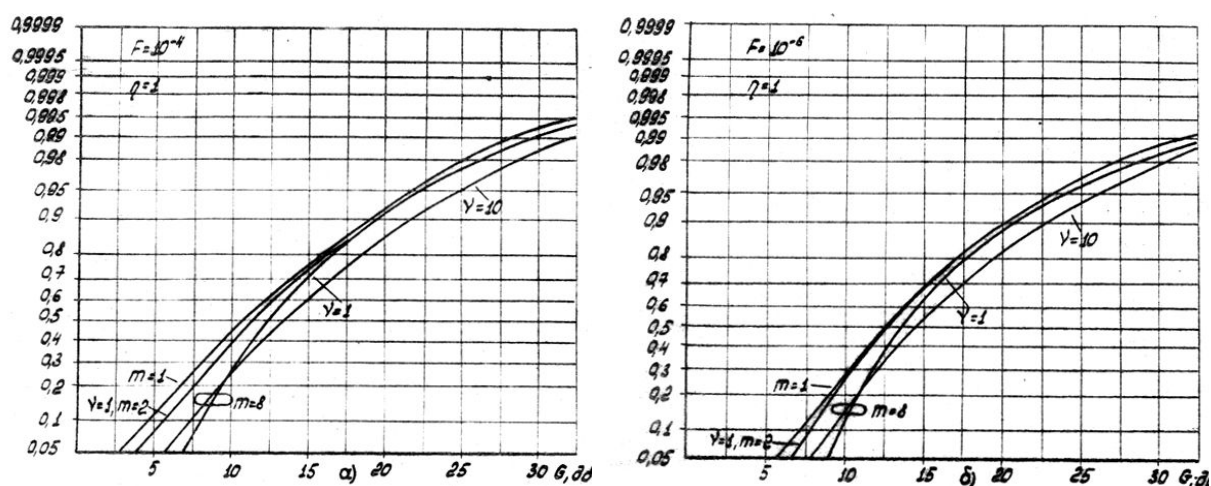


Рис. 7.1. Характеристики обнаружения алгоритма (7.16) при фиксированном первом параметре априорного распределения: а) $F = 10^{-4}$; б) $F = 10^{-6}$

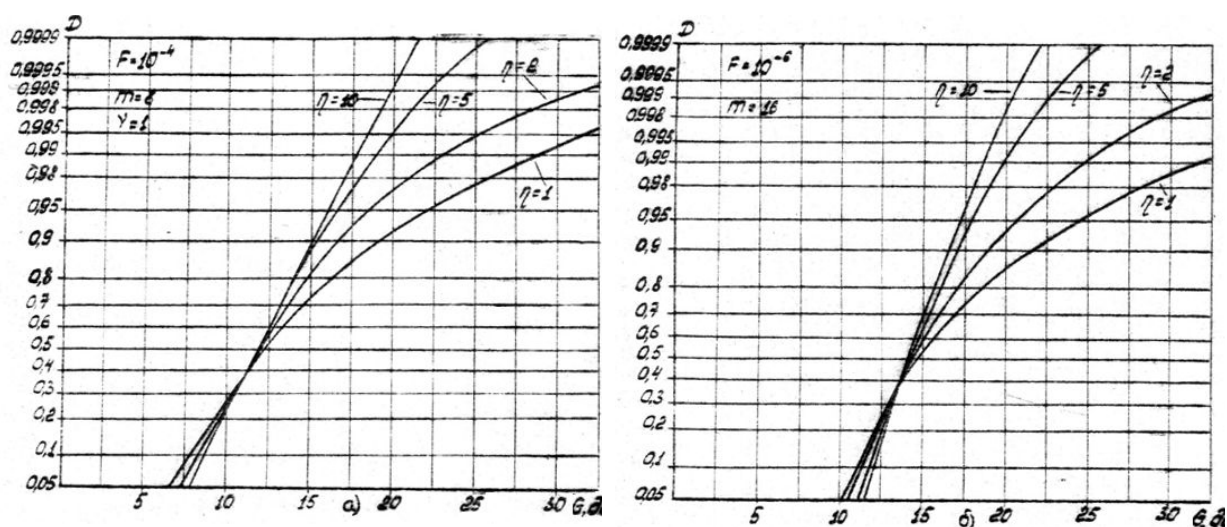


Рис. 7.2. Характеристики обнаружения алгоритма (7.16) при фиксированном втором параметре: а) $m = 8$; б) $m = 16$

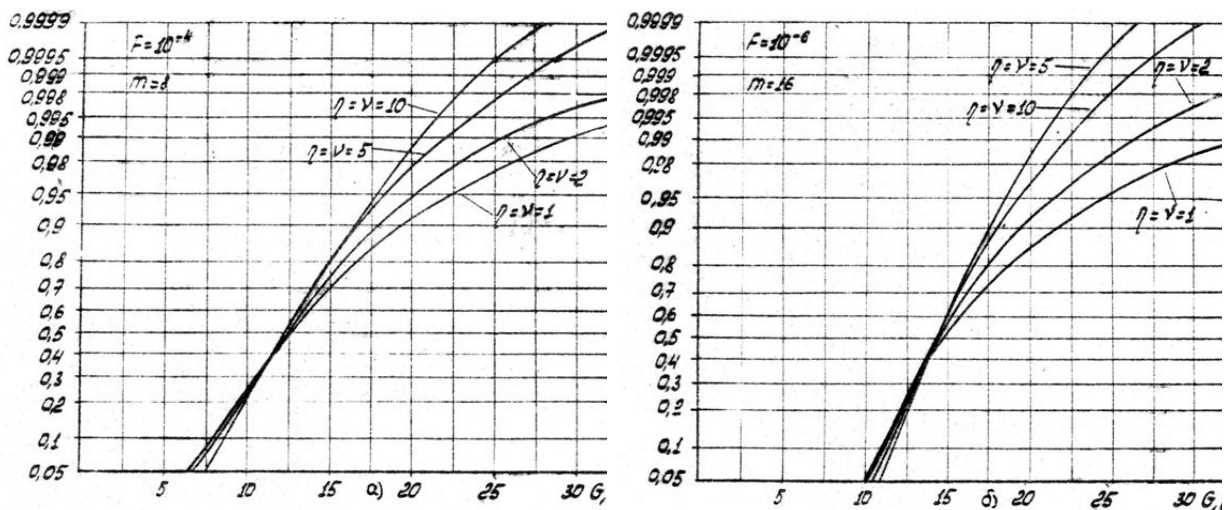


Рис. 7.3. Характеристики обнаружения алгоритма (7.16) при различных параметрах квазигaussianского распределения: а) $m = 8$; б) $m = 16$

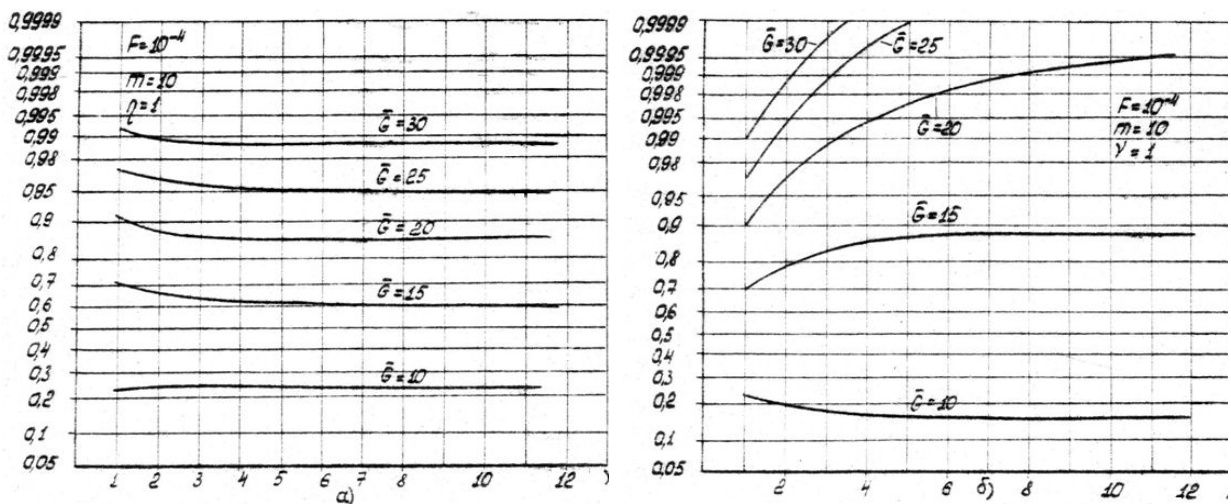


Рис. 7.4. Влияние изменения второго (а) и первого (б) параметров на вероятности правильного обнаружения

На рис. 7.5 представлены зависимости максимально возможной вероятности правильного обнаружения D_{max} для четырех видов априорного распределения, уже рассматривавшихся в параграфе 6.3. При построении графиков для заданного отношения сигнал/шум выбиралось максимальное значение D при изменении m от 1 до ∞ и фиксированных прочих параметрах. Как и следовало ожидать, наибольшее D_{max} имеет многоэлементная ПРЦ. При малых отношениях сигнал/шум влияние априорных распределений на D_{max} практически незаметно.

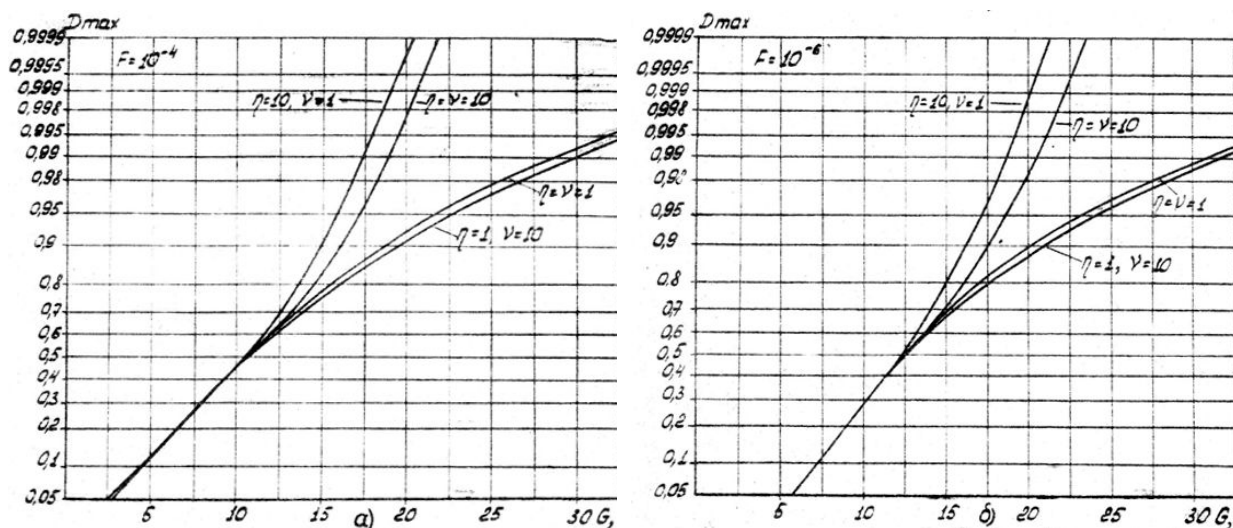


Рис. 7.5. Максимально достижимые вероятности правильного обнаружения алгоритма (7.16): а) $F = 10^{-4}$; б) $F = 10^{-6}$

На рис. 7.6 показаны графики зависимостей числа $m_0 = L_0 N_0$, при котором вероятности правильного обнаружения соответствуют наибольшим значениям D_{max} .

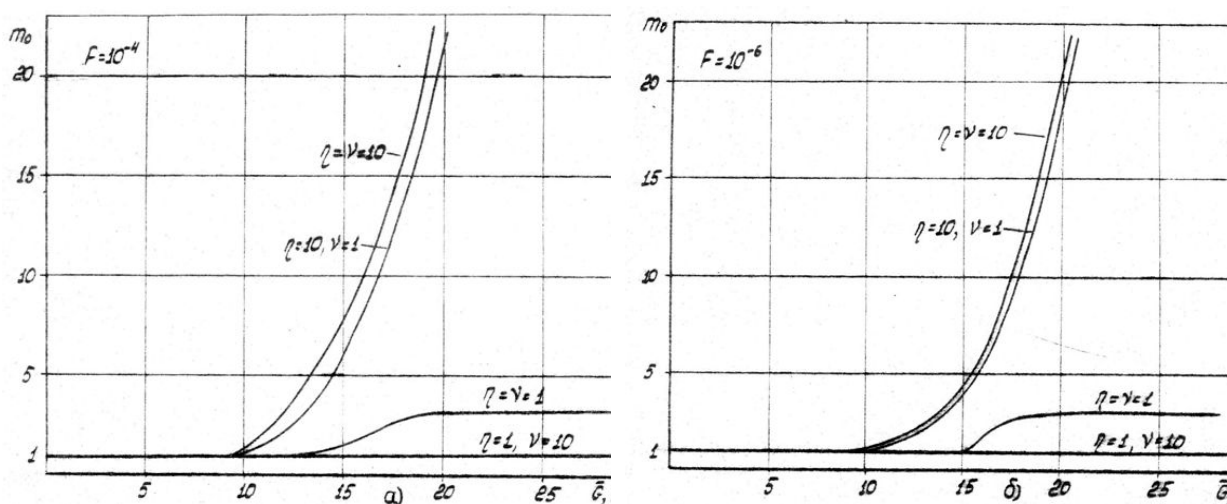


Рис. 7.6. Оптимальное число объемов разрешения алгоритма (7.16) в области наблюдения

Имеется существенное отличие в оптимальном числе m_0 для малозлементной ПРЦ по сравнению с другими видами априорных распределений. При малых отношениях сигнал/шум и $m_0 = 1$ уменьшение уровня ложной тревоги приводит к сдвигу всех зависимостей $D = D(\eta, \nu g)$ вправо по оси \bar{G} и незначительному изменению их формы и взаимоположения. На основании графиков на рис. 7.6 при заданном отношении сигнал/шум и известных размерах ПРЦ выбирается оптимальная величина объема разрешения, являющаяся одним из наиболее важных параметров зондирующего сигнала.

7.2. Квазиоптимальные алгоритмы с дискретным накоплением при малом числе уровней квантования

Вычислительные затраты при формировании квазиоптимальных статистик предыдущего параграфа, обусловленные большим числом уровней квантования, довольно велики. Поэтому актуальным является вопрос: на какое число уровней необходимо квантовать принимаемые сигналы, чтобы величина потерь по пороговому сигналу была не больше заданной. Ответ на этот вопрос в отношении квазиоптимальных алгоритмов с накоплением для обнаружения ПРЦ со случайным числом элементов дает настоящий параграф.

7.2.1. Неодинаковые P_i

Допустим, что каждый разряд на выходе АЦП соответствует целой степени 2. Общее число уровней квантования АЦП обозначим R , число разрядов $B = [\log_2 R] + 1$. Следовательно, минимальное число, отличное от нуля, равно единице, максимальное – 2^{B-1} , динамический диапазон – $6.02(B - 1)$ Дб по напряжению. Введем вектор $\vec{h} = [h_0, h_1, \dots, h_R]^T$ уровней квантования. В общем случае $h_0 \neq 0$. Целочисленная квазиоптимальная статистика находится по следующему алгоритму, записываемому на основании аналогового алгоритма (7.5):

$$\Lambda_{20}(y) = \sum_{i=1}^L \rho_i \sum_{k=1}^N \sum_{r=0}^R r \{1[x_{ik} - h_r] - 1[x_{ik} - h_{r-1}]\}, \quad (7.22)$$

где $1[x] = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ – единичная функция; ρ_i – целые весовые коэффициенты, соответствующие вероятностям наличия отраженных сигналов в i -м элементе разрешения; $x_{ik} = A_n^2(y/\tau_{ik})$.

При реализации алгоритма (7.22) необходимо провести $L \cdot N$ квантований нормированной амплитуды x_i и выполнить $L(N + 1)$ умножений и L сложений R -значных чисел: $T_{\Lambda_{20}} = L(N + 1)t_{R+} + Lt_{R_x} + Lnt_{кв}$. Требуемая машинная память составляет $\Pi_{\Lambda_{20}} = 2L + 1$ ячеек, предназначенных для хранения R -значных чисел.

Характеристики обнаружения алгоритма (7.22) находятся методом производящих функций. Определим вид производящей функции статистики Λ_{20} в одном периоде повторения. Отсчёт на выходе АЦП в некотором интервале разрешения может соответствовать либо шуму, либо шуму + сигналу. Вероятность появления отсчёта, равного r , $r = \overline{0, R - 1}$, в первом случае обозначим $\mu_0(r)$, во втором случае – $\mu_1(r)$.

Эти вероятности определяются соотношениями

$$\mu_s(r) = \int_{h_r}^{h_{r-1}} f_s(x) dx, \quad s \in \{0,1\}; \quad h_{R+1} = \infty, \quad (7.23)$$

где $f_s(x), s \in \{0,1\}$ – плотности распределения случайной величины $A_H^2(y/\tau_{ik})$ на входе АЦП при отсутствии и наличии отраженного сигнала. При релеевской модели отраженных сигналов и условии, что они разрешены, эти величины равны

$$\mu_s(r) = e^{-h_r/(1+sg)} - e^{-h_{r+1}/(1+sg)}, \quad s \in \{0,1\}. \quad (7.24)$$

Производящая функция ψ_s целочисленной величины y на выходе АЦП строится на основании вероятностей $\mu_s(r)$ [7]:

$$\psi_s(y) = \sum_{r=0}^{R-1} \mu_s(r) y^r, \quad s \in \{0,1\}. \quad (7.25)$$

Очевидно, при умножении на целый весовой коэффициент ρ производящая функция новой величины $z = \rho y$ полностью определяется выражением (7.25):

$$\psi_s\left(\frac{z}{\rho}\right) = \sum_{r=0}^{R-1} \mu_s(r) z^r, \quad s \in \{0,1\}. \quad (7.26)$$

Это выражение можно записать относительно всех $z = \overline{0, (R-1)\rho}$, если доопределить $\mu_s(r)$ при нецелых r равными нулю:

$$\psi_s(z) = \sum_{r=0}^{\rho(R-1)} \mu_s(r/\rho) Z^r, \quad s \in \{0,1\}. \quad (7.27)$$

Тогда производящая функция $\psi_{\Lambda_{20},M}$ при наличии M отраженных сигналов имеет вид:

$$\psi_{\Lambda_{20},M}(z) = C_M^{-1} \sum_{l_1+l_2+\dots+l_L=M} \prod_{i=1}^L P_i^{l_i} \psi_{l_i}(z), \quad l_i = \{0,1\}, \quad (7.28)$$

где $\psi_{l_i}(z) = \sum_{r=0}^{\rho_i(R-1)} \mu_{l_i}(r/\rho_i) z^r$.

Производящая функция $\psi_{\Lambda_{20},}(z)$ статистики Λ_{20} за все время наблюдения, усредненная по случайному числу элементов ПРЦ, легко находится по формуле (7.28):

$$\psi_{\Lambda_{20}}(z) = \sum_{M=1}^{M_{\max}} \frac{P(M)}{C_M} \sum_{l_1+l_2+\dots+l_L=M} \prod_{i=1}^L P_i^{l_i} \psi_{l_i}^N(z), \quad l_i = \{0,1\}. \quad (7.29)$$

Переходя от производящей функции (7.29) к распределению вероятности $P(\Lambda_{20})$ и суммируя его в пределах от целочисленного порога T до $LN(R-1)$, получим вероятность правильного обнаружения алгоритмом (7.22) дружно движущейся ПРЦ с разрешаемыми элементами:

$$D = \sum_{M=1}^{M_{\max}} \frac{P(M)}{C_M} \sum_{l_1+l_2+\dots+l_L=M} \prod_{i=1}^L P_i^{l_i} \sum_K (\vec{R}, \vec{\mu}(\vec{r}), \vec{n}, T), \quad (7.30)$$

где $\sum_K(\vec{R}, \vec{\mu}(\vec{r}), \vec{n}, T)$ – вычисленная в [2] сумма от обратного Z-преобразования производящей функции $\psi(z) = \prod_{i=1}^K (\sum_{r=0}^{R_i} \mu_i(r) z^r)^{n_i}$ в пределах от T до $\sum_{i=1}^K (R_i - 1)n_i$. В формуле (7.30) $K=L$; $R_i=R-1\rho_i$; $\mu_{ir}=\mu_{lir}\rho_i$; $n_i=N$, $i=1, L$.

Таким образом, вероятность правильного обнаружения D определяется по формуле

$$D = (N!)^{(R-1)L} \sum_{M=1}^{M_{\max}} \frac{P(M)}{C_M} \sum_{b=T}^{N(R-1)\sum_{i=1}^L \rho_i} \sum_{\substack{\sum_{i=1}^L l_i=M \\ l_i \in \{0,1\}}} \sum_{\substack{\sum_{r=0}^{R-1} \alpha_{r_i}=N \\ \sum_{i=1}^L \sum_{r=0}^{R-1} \rho_i r \alpha_{r_i}=b}} \prod_{i=1}^L P_i^{l_i} \prod_{r=0}^{R-1} \frac{(\mu_{l_i}(r))^{\alpha_{r_i}}}{\alpha_{r_i}}, \quad (7.31)$$

где оба последних произведения выполняются по всем совместным решениям в целых числах двух подстрочных уравнений.

Вероятность ложной тревоги находится с помощью подстановки в (7.31) условий $M = 0$, $P(M) = d(M)$, $g = 0$:

$$F = \sum_K (\vec{R}, \vec{\mu}(\vec{r}), \vec{n}, T) = (N!)^{(R-1)L} \sum_{b=T}^{N(R-1)\sum_{i=1}^L \rho_i} \sum_{\substack{\sum_{r=0}^{R-1} \alpha_{r_i}=N \\ \sum_{i=1}^L \sum_{r=0}^{R-1} \rho_i r \alpha_{r_i}=b}} \prod_{i=1}^L \prod_{r=0}^{R-1} \frac{\mu_0^{\alpha_{r_i}}(r)}{\alpha_{r_i}!}, \quad (7.32)$$

где $\mu_0(r)$ находится из (7.24) при $s = 0$;

$$R_i = (R - 1)\rho_i; \mu_i(r) = \mu_0(r/\rho_i); n_i = N, i = \overline{1, L}.$$

Практически расчет характеристик обнаружения по формулам (7.31) и (7.32) возможен при $LNR < 30 \div 40$. Если произведение LNR превышает эту границу, то необходимо обратиться к приближенным методам – статистическому моделированию или разложению распределений в ряды Эджворта [1] и Грама-Шарлье [8]. В последнем случае затраты машинного времени уменьшаются несущественно, так как вместо $\sum_K(\vec{R}, \vec{\mu}(\vec{r}), \vec{n}, T)$ в (7.30) требуется вычислить сумму семиинвариантов для L производящих функций. Эти семиинварианты находятся по формулам, приведенным в [9,10]. Вычисления проводятся в начале работы программы, количество ячеек на хранение j семиинвариантов каждой производящей функции равно $2jL$. Переход от семиинвариантов к вероятностям и наоборот может быть выполнен с помощью процедуры *FRSH* [2].

Приведем выражения характеристик обнаружения для важного частного случая, когда число уровней квантования равно двум ($R = 2$).

Этот случай соответствует наиболее простому – бинарному – квантованию принимаемого сигнала. Вероятность правильного обнаружения согласно (7.31) при $R = 2$ равна:

$$D = (N!)^L \sum_{M=1}^{M_{\max}} \frac{P(M)}{C_M} \sum_{\sum_{i=1}^L l_i=M} \sum_{b=T}^{N \sum_{i=1}^L P_i} \sum_{\sum_{i=1}^L \rho_i(N-\alpha_i)=b} P_i^{l_i} \frac{\mu_{l_i}^{\alpha_i}(0) (1 - \mu_{l_i}(0))^{N-\alpha_i}}{\alpha_i! (N - \alpha_i)!}, \quad (7.33)$$

где $\mu_{l_i}(0) = \int_{h_0}^{h_1} f_{l_i}(x) dx$, $l_i \in \{0,1\}$; $l_i = 0$ соответствует шуму, $l_i = 1$ – шуму + сигналу; $f_0(x), f_1(x)$ – соответствующие плотности распределений случайного процесса на входе АЦП. В частности, если $N = 1$, то

$$D = \sum_{M=1}^{M_{\max}} \frac{P(M)}{C_M} \sum_{b=T}^{\sum P_i} \sum_{\sum_{i=1}^L l_i=M} \sum_{\substack{\sum_{i=1}^L \rho_i \alpha_i=b \\ \alpha_i \in \{0,1\}}} \prod_{i=1}^L P_i^{l_i} [\mu_{l_i}(0)]^{1-\alpha_i} [1 - \mu_{l_i}(0)]^{\alpha_i}. \quad (7.34)$$

Вероятность ложной тревоги находится подстановкой в (7.33) $M = 0$, $g = 0$, $P(M) = d(M)$:

$$F = (N!)^L \sum_{b=T}^{N \sum P_i} \sum_{\sum_{i=1}^L \rho_i \alpha_i=b} \prod_{i=1}^L \frac{\mu_0^{N-\alpha_i} (1 - \mu_0)^{\alpha_i}}{(N - \alpha_i)! \alpha_i!}. \quad (7.35)$$

При $N = 1$ она равна

$$F = \sum_{b=T}^{N \sum \rho_i} \sum_{\sum_{i=1}^L \rho_i \alpha_i=b} \prod_{i=1}^L \mu_0^{1-\alpha_i} (1 - \mu_0)^{\alpha_i}, \quad \alpha_i = \overline{0, b}. \quad (7.36)$$

Количество слагаемых в формуле (7.35), определяемое выражением $\sum_{b=T}^{LN} V_L(b) = \sum_{b=T}^{LN} \binom{L+b-1}{b}$, резко возрастает с увеличением LN (скорость роста превышает экспоненциальную). При $N = 1$ количество слагаемых, равное $\sum_{b=T}^L \binom{L}{b}$, увеличивается не быстрее, чем 2^{L-1} . Эти оценки скорости роста справедливы при больших вероятностях ложных тревог ($F > 0.1$). При $F \ll 0.1$ и $R \leq 8$ количество слагаемых в обоих уравнениях с увеличением L и N возрастает почти по линейному закону.

7.2.2. Одинаковые P_i

В этом случае целочисленная статистика обнаружения находится по алгоритму простого (невзвешенного) суммирования:

$$\Lambda_{21} = \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^N \sum_{r=0}^{R-1} r \{1[x - h_r] - 1[x - h_{r+1}]\} \quad (7.37)$$

где все обозначения аналогичны обозначениям, применявшимся при записи алгоритма Λ_{20} в пункте 7.2.1. Очевидно, что характеристики обнаружения алгоритма (7.37) могут быть найдены по формулам предыдущего пункта при условии, что все P_i одинаковы и равны $1/L$: $\sum_1^L P_i = 1$. Машинное время и память при формировании статистики Λ_{21} меньше, чем в предыдущем случае: $T_{\Lambda_{21}} = LN(t_{R+} + t_{kb})$, $\Pi_{\Lambda_{21}} = L + 1$. Вероятность правильного обнаружения равна

$$D = (N!)^{L(R-1)} \sum_{M=1}^{M_{\max}} \frac{P(M)}{C_M L^M} \sum_{b=T}^{LN(R-1)} \sum_{\substack{l_i \in \{0,1\} \\ \sum_{i=1}^L l_i = M}} \sum_{\substack{\sum_{r=0}^{R-1} a_{ri} = N \\ \sum_{i=1}^L \sum_{r=0}^{R-1} r a_{ri} = b}} \prod_{i=1}^L \prod_{r=0}^{R-1} \frac{\mu_{l_i}^{\alpha_{ri}}(r)}{\alpha_{ri}!}, \quad (7.38)$$

где величины $\mu_{l_i}(r)$, $l_i \in \{0,1\}$ рассчитываются по формуле (7.24).

Вероятность ложной тревоги находится по формуле (7.38) при условии, что $P(M) = d(M)$; $M = 0, g = 0$:

$$\begin{aligned} F &= (N!)^{L(R-1)} \sum_{b=T}^{LN(R-1)} \sum_{\substack{\sum_{i=1}^{R-1} a_{ri} = N \\ \sum_{i=1}^L \sum_{r=0}^{R-1} r a_{ri} = b}} \prod_{i=1}^L \prod_{r=0}^{R-1} \frac{\mu_0^{\alpha_{ri}}(r)}{\alpha_{ri}!} = \\ &= [(LN)!]^{R-1} \sum_{b=T}^{LN(R-1)} \sum_{\substack{\sum_{r=0}^{R-1} a_r = NL \\ \sum_{r=0}^{R-1} r a_r = b}} \prod_{r=0}^{R-1} \frac{\mu_0^{\alpha_r}(r)}{\alpha_r!}. \end{aligned} \quad (7.39)$$

В [2] приведены процедуры *DSC4IN* и *DSC8IN*, используя которые можно найти величину порога T соответственно при $R = 4$ и $R = 8$ для заданной вероятности F .

Приведем также формулы для расчета характеристик обнаружения в важном случае бинарного квантования ($R = 2$) принятого сигнала:

$$D = (N!)^L \sum_{M=1}^{M_{\max}} \frac{P(M)}{C_M L^M} \sum_{b=T}^{LN} \sum_{\substack{l_i \in \{0,1\} \\ \sum_{i=1}^L l_i = M}} \sum_{\substack{\sum_{i=1}^L a_i = b \\ a_i \in \{0, N\}}} \prod_{i=1}^L \frac{\mu_{l_i}^{\alpha_i}(1) \mu_{l_i}^{N-\alpha_i}(0)}{\alpha_i! (N - \alpha_i)!}, \quad (7.40)$$

$$F = (N!)^L \sum_{b=T}^{LN} \sum_{\substack{\sum_{i=1}^L a_i = b \\ a_i \in \{0, N\}}} \prod_{i=1}^L \frac{\mu_0^{\alpha_i}(1) \mu_0^{N-\alpha_i}(0)}{\alpha_i! (N - \alpha_i)!} = \sum_{b=T}^{LN} \binom{LN}{b} \mu_0^b(1) [1 - \mu_0(1)]^{LN-b} \quad (7.41)$$

При выводе (7.41) использовано равенство $\sum_{\alpha_1 + \dots + \alpha_L = b} \prod_{i=1}^L \binom{N}{\alpha_i} = \binom{NL}{b}$, доказанное в [11]. В [2] приведена процедура *CIN*, с помощью которой в зависимости от F и $\mu_0(1)$ определяется целочисленный порог T или вероятность $\mu_0(1)$ в зависимости F и T . Для приближенного вычисления вероятности ложной тревоги можно воспользоваться

пуассоновским приближением биномиального распределения на его правом «хвосте», т. е.

$$F \simeq 1 - \Gamma(a, T)/\Gamma(a), \quad (7.42)$$

где $a = m_0\mu_0(1)$.

Более сложным является определение F методом «перекошенных распределений вероятностей» [12] (модифицированных границ Чернова [13]), для которого необходимо знать кумулятивную функцию. Поскольку семиинварианты биномиального распределения имеют вид

$$\kappa_r^{(s)} = \sum_{\alpha=1}^r \frac{(-1)^{\alpha+1}}{\alpha} \mu_s^\alpha(1) \sum_{b=0}^{\alpha} (-1)^{\alpha-b} \binom{\alpha}{b} b^r, \quad s \in \{0,1\}, \quad r = \overline{1, \infty}, \quad (7.43)$$

то семиинварианты статистики Λ_{21} при отсутствии отраженных сигналов равны $z_r^{(0)} = m\kappa_r^{(0)}$. Кумулятивная функция биномиального распределения записывается в виде ряда

$$\psi(z) = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{z_r^{(s)}}{r!} z^r, \quad s \in \{0,1\}. \quad (7.44)$$

Полное исследование квазиоптимального алгоритма с бинарным квантователем и линейным сумматором проведено в [10]. Вероятность правильного обнаружения определялась согласно формуле, которая является эквивалентной записью (7.40):

$$D = \sum_{M=1}^{M_{\max}} P(M) \sum_{b=T}^{LN} \sum_{\alpha=0}^C \binom{c_1}{\alpha} \binom{c_2}{c_3 - \alpha} \alpha^\alpha \beta^{c_3 - \alpha} (1 - \alpha)^{c_1 - \alpha} (1 - \beta)^{c_2 - c_3 + \alpha}, \quad (7.45)$$

где при $m_2 > b$

$$c = \begin{cases} b, & m_1 > b, \\ m_1, & m_1 \leq b, \end{cases} \quad c_1 = m_1, c_2 = m_2, c_3 = b; \quad \alpha = \mu_1(1), \beta = \mu_0(1);$$

при $m_2 \leq b, m_1 < b$

$$c = m - b, c_1 = m_2, c_2 = m_1, c_3 = m - b; \quad \alpha = 1 - \mu_1(1), \beta = 1 - \mu_0(1);$$

при $m_2 \leq b, m_1 > b$

$$c = c_1 = m_2, c_2 = m_1, c_3 = b; \quad \alpha = \mu_1(1), \beta = \mu_0(1).$$

Здесь $m = NL$, $m_1 = (L - M)N$, $m_2 = MN$. Метод «перекошенных вероятностей» может быть использован и для приближенного вычисления вероятностей правильного обнаружения при условии, что в (7.44) семиинварианты $Z_r^{(1)} = m_2\kappa_r^{(1)} + m_1\kappa_r^{(0)}$. Более простой путь состоит в использовании $Z_r^{(1)}$ при обращении к рядам Эджворта и Грама-Шарлье.

Характеристики обнаружения алгоритма (7.37) при $R = 2$, вычисленные по точным формулам при тех же значениях параметров обнаружения, что и алгоритма (7.16), и различных порогах T приведены на рис. 7.7÷7.8.

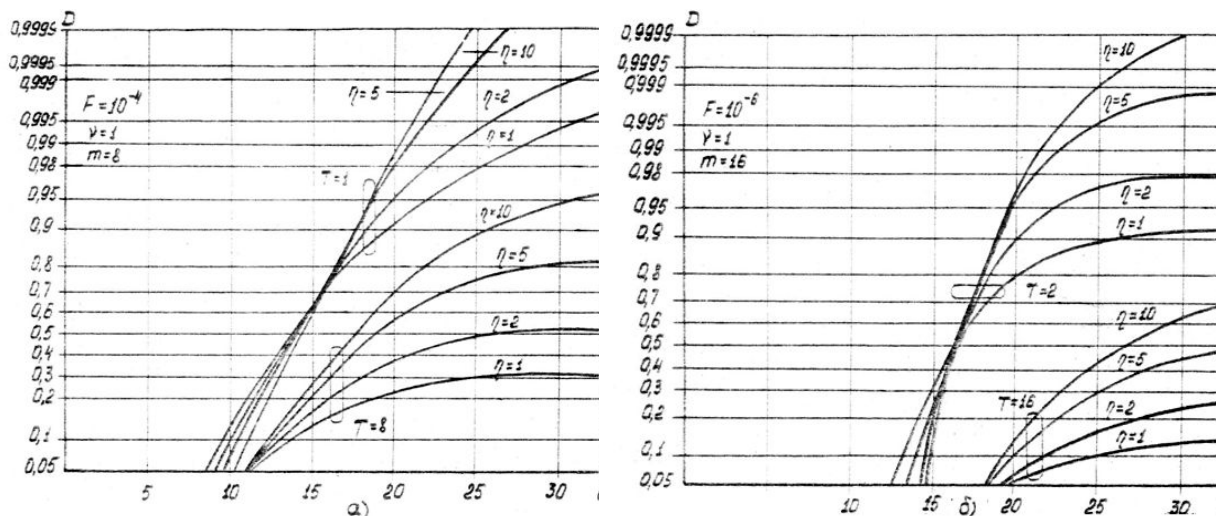


Рис. 7.7. Характеристики обнаружения алгоритма (7.37) при фиксированном втором параметре априорного распределения: а) $m = 8$, б) $m = 16$

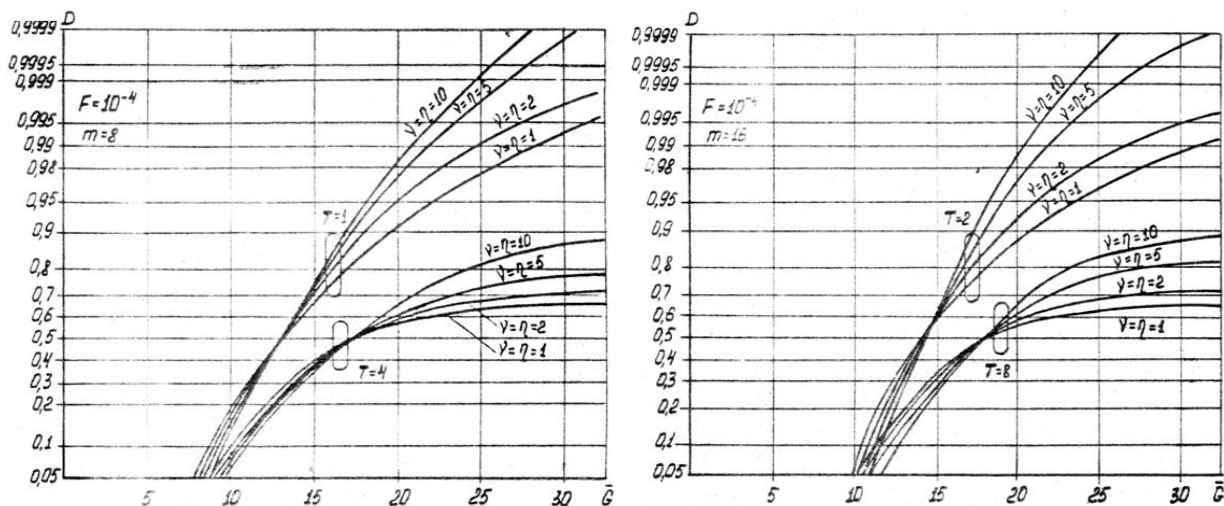


Рис. 7.8. Характеристики обнаружения алгоритма (7.37) при различных квазигауссовых априорных распределениях

Графики показывают, что алгоритм с бинарным квантователем в целом существенно хуже обнаруживает ПРЦ, чем алгоритм (7.16). На графиках наблюдается резкая зависимость от величины порога T , при уменьшении которого вероятность правильного обнаружения падает, а её зависимость от параметра ν возрастает. Особенно наглядно последняя связь проявляется при сравнении рис. 7.9,а и рис. 7.10.

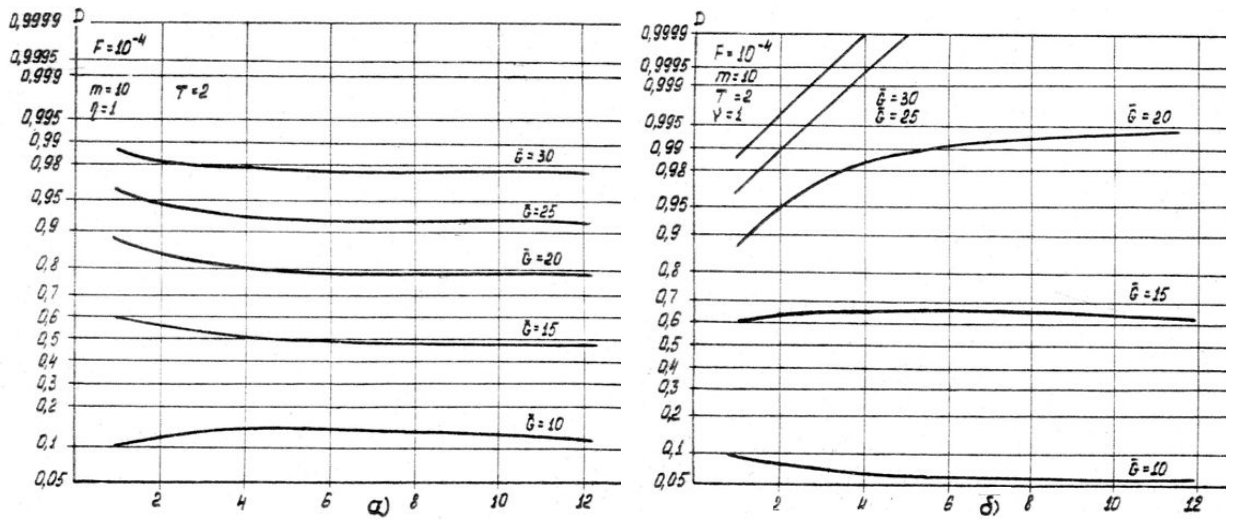


Рис. 7.9. Влияние изменения второго (а) и первого (б) параметров априорного распределения на вероятности правильного обнаружения

Зависимость вероятности правильного обнаружения от параметра η при малых и средних \bar{G} слабая (рис. 7.9,б), при больших \bar{G} возрастание η приводит (как и при обнаружении ПРЦ алгоритмом (7.16)) к резкому увеличению вероятности правильного обнаружения. Влияние изменения параметра η в зависимости от m при различных отношениях сигнал/шум и $\nu = 1$ показано на рис. 7.11. При малых \bar{G} характеристики для $\eta = 1$ и $\eta = 10$ близки во всем диапазоне изменений m , при средних и больших значениях \bar{G} появляется существенная зависимость D от значений η и m .

Все графики на рис. 7.7÷7.8 имеют характерную форму, становясь при больших \bar{G} практически горизонтальными. Действительно, алгоритм (7.37) имеет характеристики обнаружения, не стремящиеся при $\bar{G} \rightarrow \infty$ к единице. Покажем это.

При $\bar{G} \rightarrow \infty$ ($g \rightarrow \infty$) значение $\mu_1(1) \rightarrow 1$. Подставив $\mu_1(1) = 1$ в (7.45), получим вероятность правильного обнаружения при бесконечно большой мощности отраженного сигнала:

$$D_{\infty} = \sum_{M=1}^{M_{\max}} P(M) D_M \neq 1, \quad T > 1, \quad (7.46)$$

$$\text{где } D_M = \begin{cases} 1, & T \leq m_2, \\ \sum_{\alpha=T-m_2}^{m_1} \binom{m_1}{\alpha} \mu_0^{\alpha}(1) (1 - \mu_0(1))^{m_1-\alpha}, & T > m_2. \end{cases} \quad (7.47)$$

Равенство $D_{\infty} = 1$ выполняется лишь при $T = 1$, возможное при $\mu_1(1) \leq 1 - (1 - F)^{1/m}$. Заметим, что этот вывод справедлив при любых распределениях амплитуд сигнальных отсчетов. Зависимости D_{∞} от параметров априорного распределения

показаны на рис. 7.12 и рис. 7.13. Увеличение параметра η приводит к возрастанию, а увеличение параметра ν – к уменьшению D_∞ . Характер зависимости D_∞ от порога T ясен из (7.47). На рис. 7.14 приведены зависимости D_∞ от порога квантования, т.е. от $\mu_0(1)$. Слева кривые стремятся к единице, а справа – к асимптотам, определяемым выражением (7.46) при условии, что $D_M = \begin{cases} 1, & T \leq m_2, \\ 0, & T > m_2. \end{cases}$ Левое граничное значение $\mu_0 = 1$ определяется из заданного порога квантования и вероятности ложной тревоги и равно $F^{1/m}$, поэтому максимальное при данных параметрах значение обнаружения D_∞ определяется согласно (7.46) при подстановке в (7.47) $\mu_0(1) = \mu_0(1)_{max} = F^{1/m}$.

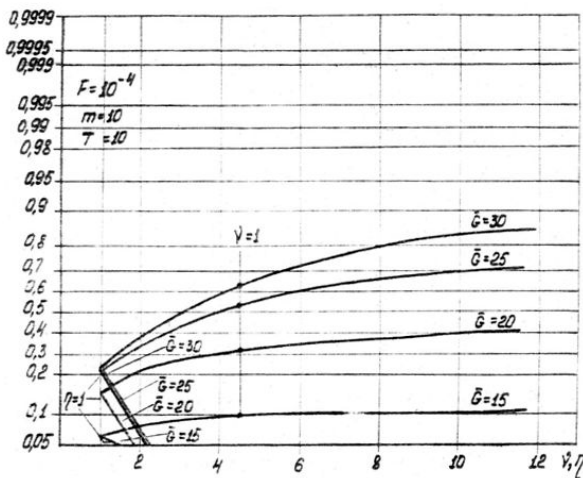


Рис. 7.10. Влияние изменения первого и второго параметров априорного распределения на вероятности правильного обнаружения

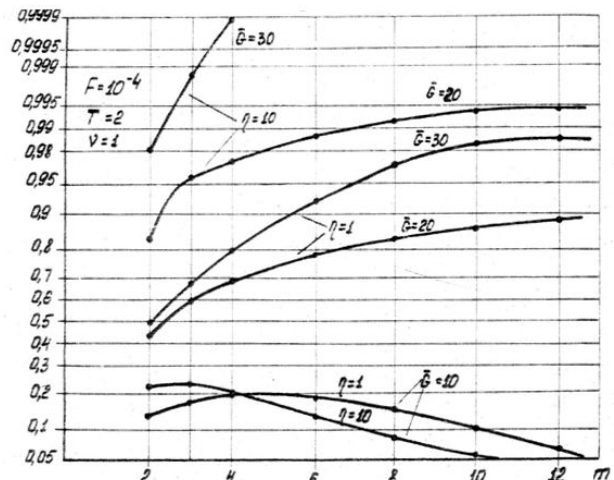


Рис. 7.11. Зависимости вероятности правильного обнаружения от числа объемов разрешения

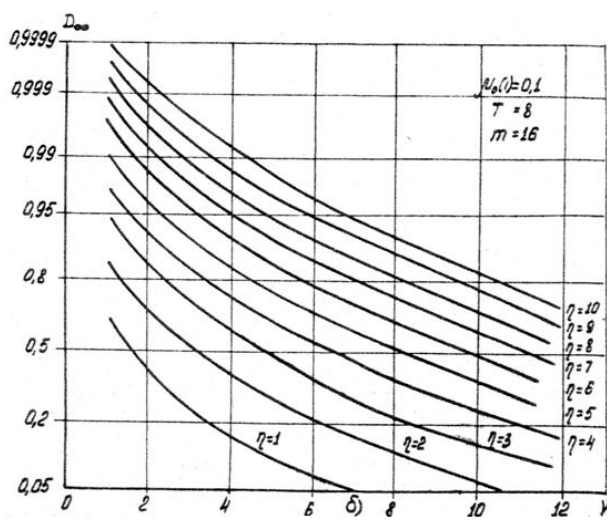
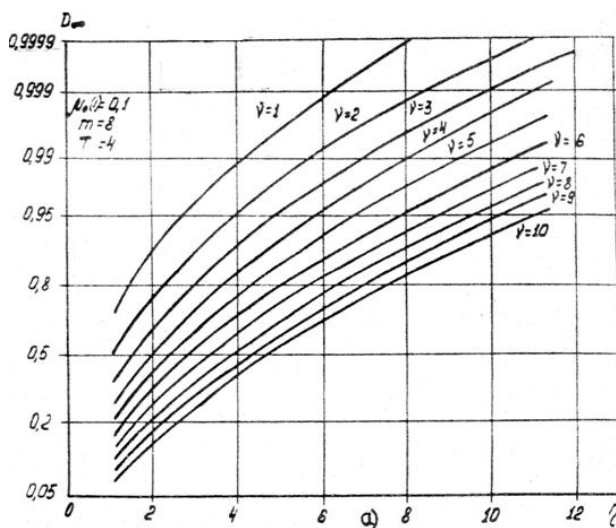


Рис. 7.12. Максимальные вероятности правильного обнаружения алгоритма (7.37):
а) $m = 8, T = 4$; б) $m = 16, T = 8$

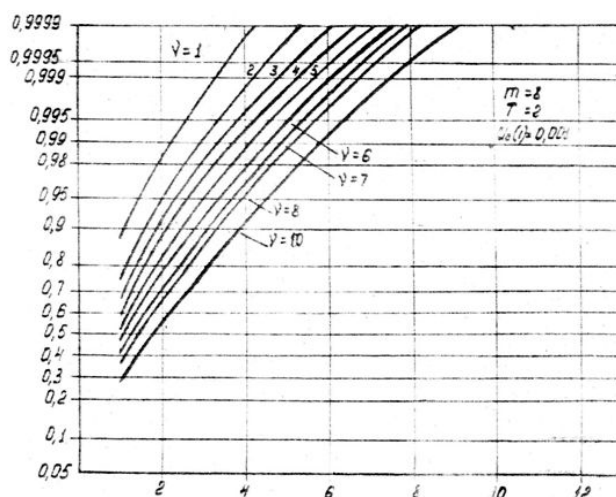


Рис. 7.13. Максимальные вероятности правильного обнаружения D_{∞} алгоритма (7.37)

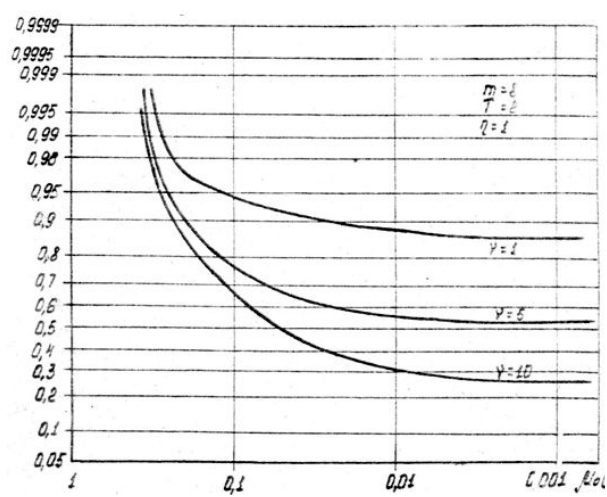


Рис. 7.14. Максимальные вероятности правильного обнаружения алгоритма (7.37) при различных порогах квантования

Исследуем зависимости вероятности правильного обнаружения $D(T)$ от порога T , показанные на рис. 7.15 и рис. 7.16. Все графики показывают, в основном, уменьшение D при увеличении T . Лишь при малых и средних отношениях сигнал/шум имеется такое значение T_0 , при котором D – наибольшая для данной ситуации обнаружения. Следовательно, наилучшим целочисленным порогом принятия решения при больших \bar{G} является единица и двухэтапный обнаружитель превращается в одноэтапный, принимающий решение о наличии ПРЦ на основании сравнения с порогом только одного, самого большого значения из принятых, и, таким образом, алгоритм (7.37) сводится к алгоритму (7.55). Увеличение параметра η приводит к увеличению наилучшего порога T_0 при всех \bar{G} , действие v на выбор T противоположно.

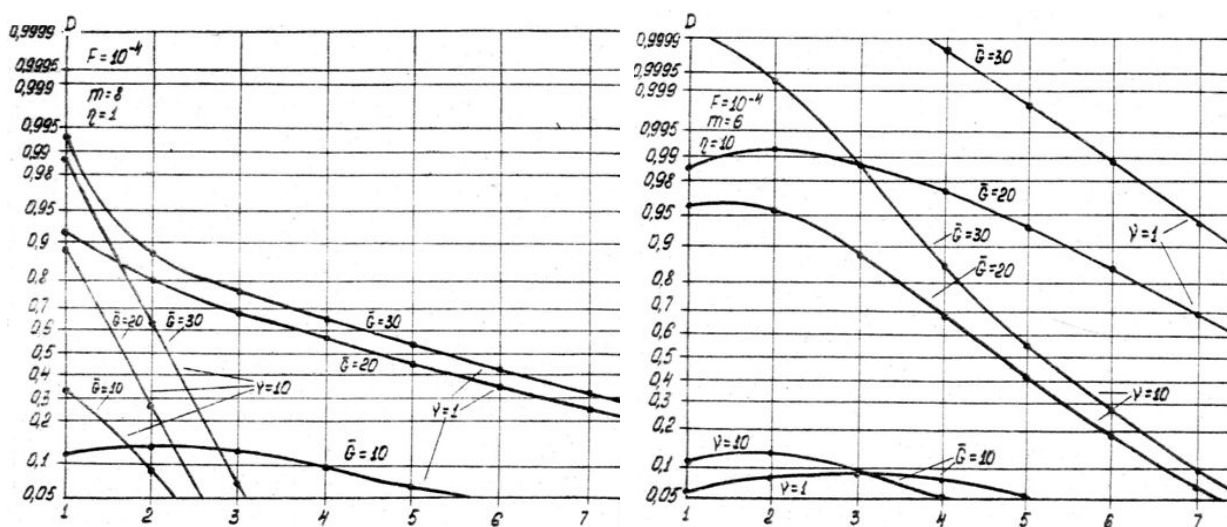


Рис. 7.15. Зависимости вероятностей правильного обнаружения алгоритма (7.37) от порога принятия решения

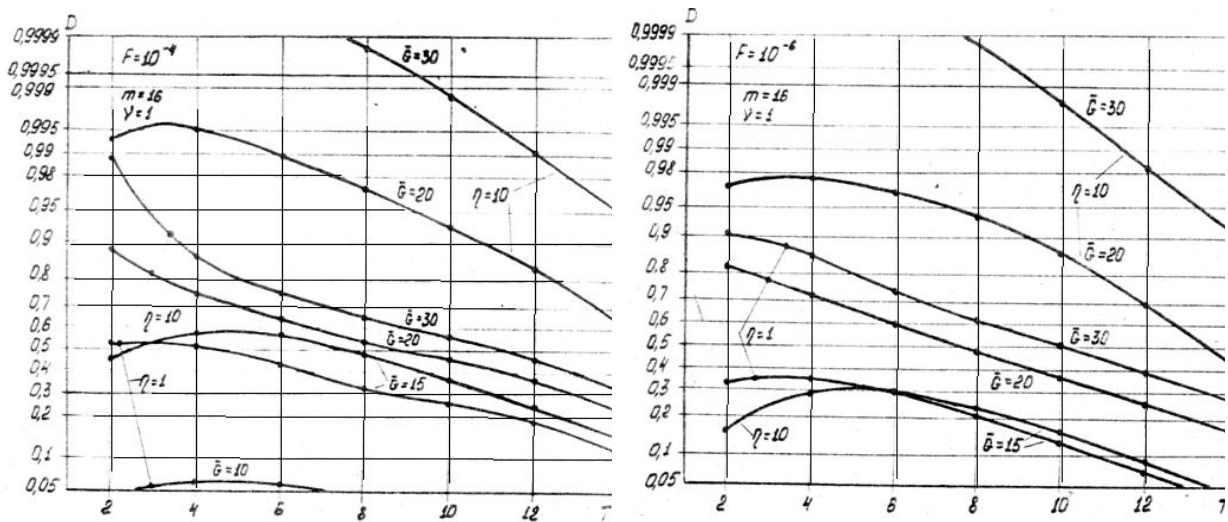


Рис. 7.16. Зависимости вероятности правильного обнаружения алгоритма (3.37) от порога принятия решения

Представленные на рис. 7.17 и рис. 7.18 графики являются усредненными вероятностями правильного обнаружения \bar{D} , как это показано на рис. 7.17,б. Цифры у изломов означают порог T , который может изменяться только дискретно. Увеличение порога квантования h_1 (уменьшение $\mu_0(1)$) приводит к плавному изменению всех членов суммы в (7.42), а соответствующее изменению $\mu_0(1)$ дискретное уменьшение порога T – к появлению новых членов в этой сумме, т.е. разрыву зависимости $D(\mu_0(1))$. Уменьшение $\mu_0(1)$ при больших \bar{G} приводит к увеличению вероятности правильного обнаружения. При $\mu_0(1) < 1 - (1 - F)^{1/m}$ она начинает падать, что говорит о наличии глобального максимума кривых $D(\mu_0(1))$.

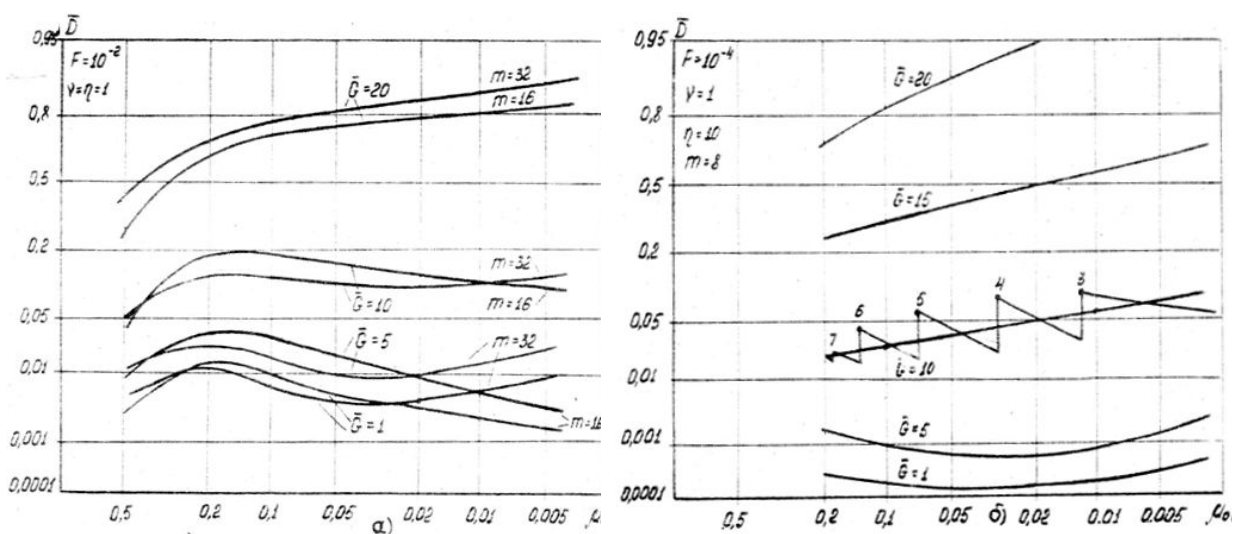


Рис. 7.17. Усредненные вероятности правильного обнаружения в зависимости от вероятности квантования шума: а) равномерное распределение; б) многоэлементные ПРЦ

При малых \bar{G} имеется локальный максимум вблизи $\mu_0(1) = 0.2$, что совпадает с известным результатам [14]. Графики на рис. 7.18 показывают различный характер зависимостей вероятности D от параметров априорного распределения числа целей.

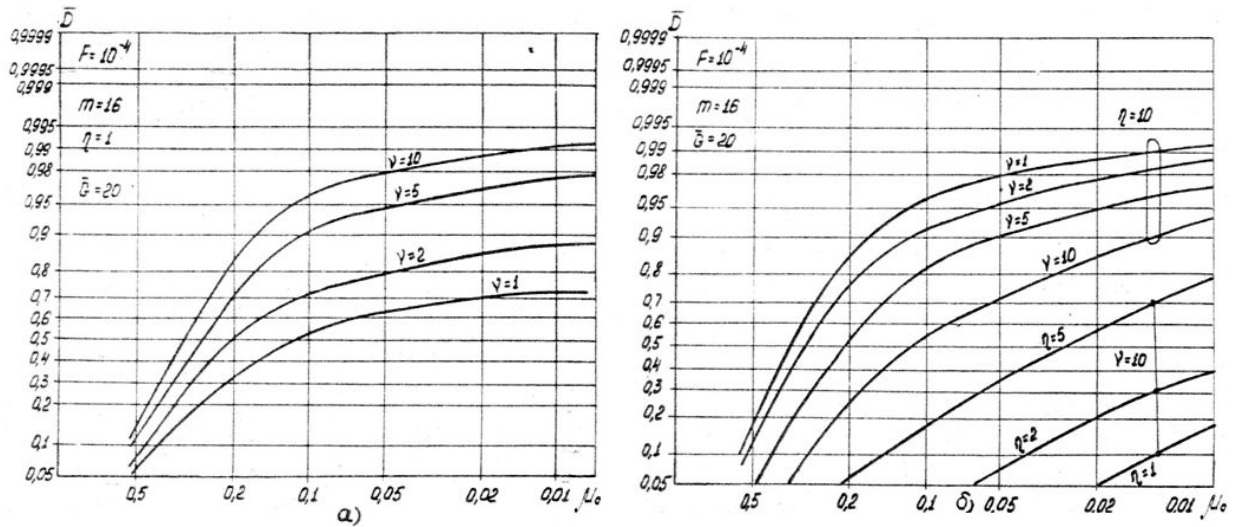


Рис. 7.18. Усредненные вероятности правильного обнаружения в зависимости от вероятности квантования шума: а) малоэлементные ПРЦ; б) ПРЦ с квазигaussianовым распределением

На рис 7.19 представлены графики зависимостей m_0 от отношения сигнал/шум. Сравнение их с аналогичными графиками алгоритма (7.16) приводит к выводу, что в данном случае m_0 значительно больше, чем у алгоритма (7.16). Наблюдается также сильная зависимость оптимального числа объёмов разрешения от вероятности ложной тревоги.

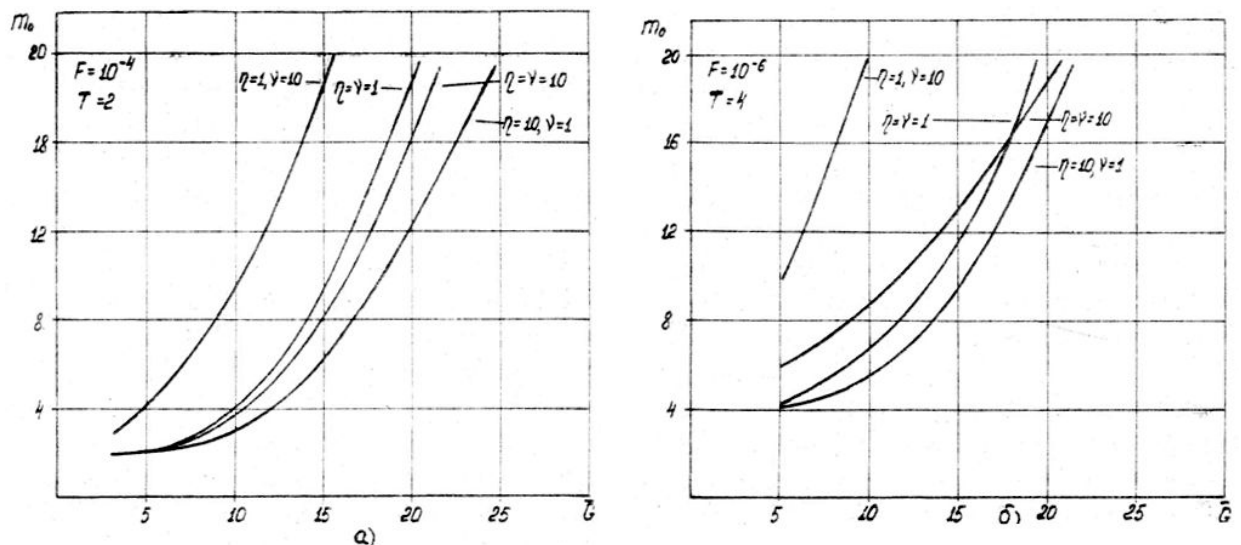


Рис. 7.19. Оптимальное число объёмов разрешения в области наблюдения алгоритма (7.37): а) $F = 10^{-4}$; б) $F = 10^{-6}$

Численные характеристики обнаружения алгоритма с дискретным накоплением при числе уровней квантования $R = 4, 8, 16$ получены методом статистического моделирования. Число испытаний Q равнялось 1000, для $D = 0.999$ доверительный

интервал при уровне значимости 95% равен 0.002. В действительности он будет несколько меньше (0.0015), так как при таких значениях D более справедлива пуассонова аппроксимация биномиального распределения [60]. Реальные отклонения, как правило, значительно меньше (в 2÷4 раза).

Таким образом, точность статистического моделирования при 1000 испытаний удовлетворительна и сравнима с точностью графического изображения характеристик обнаружения. Этот вывод относится ко всем моделируемым квазиоптимальным алгоритмам обнаружения для вероятностей в диапазоне $0.05 \leq D_{\text{экс}} \leq 0.995$ [2].

На рис. 7.20 изображены характеристики обнаружения для случаев многоэлементной и малоэлементной ПРЦ. Анализ характеристик показывает, что во втором случае наилучшим является бинарный квантователь. При $D \geq 0.9$ выигрыш в пороговом сигнале по сравнению с другими малоуровневыми сумматорами ($R = 4, 8, 16$) может достигать больших значений (15 Дб), причем с ростом g этот выигрыш возрастает. Потери по сравнению с аналоговым на уровне $D = 0.9$ составляют 2,5 Дб. При иных типах распределений ПРЦ алгоритм (7.37) имеет лучшие характеристики для $R > 2$. Например, выигрыш в пороговом сигнале на уровне $D = 0.9$ и $R = 16$ равен 2,2 Дб и с ростом g уменьшается. Увеличение числа уровней квантования с двух до четырех приводит к резкому изменению характеристик обнаружения, при дальнейшем увеличении R это изменение менее заметно. При обнаружении многоэлементных целей кривые для $R = 16$ практически совпадают с таковыми алгоритма с аналоговым накоплением (7.16).

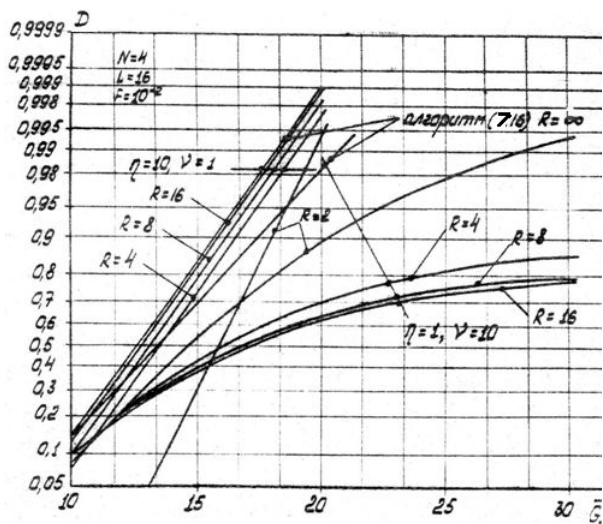


Рис. 7.20. Характеристики обнаружения алгоритма (7.37) при различном числе уровней квантования

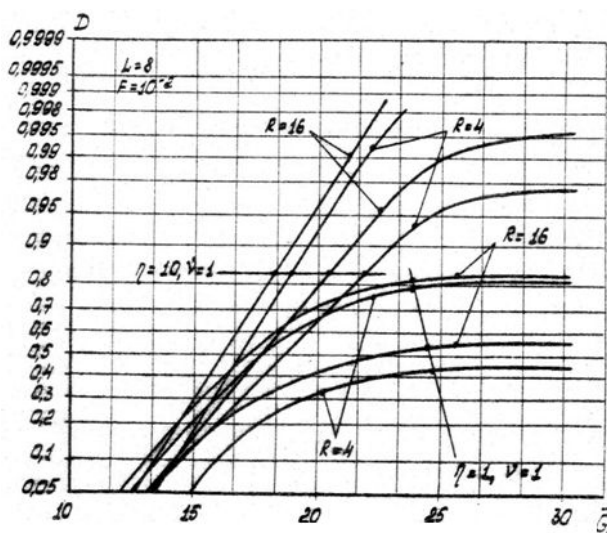


Рис. 7.21. Характеристики обнаружения алгоритма (7.37) при двух типах формирования порогов квантования

Итак, бинарное квантование является наилучшим при обнаружении малоэлементной ПРЦ. Для обнаружения ПРЦ с иными видами априорных распределений следует использовать квантование на большее число уровней. Максимальное число уровней квантования равно 16. Дальнейшее увеличение не приводит к заметному улучшению качества обнаружения. С учетом затрат на реализацию наиболее приемлемым следует считать 4-8 уровней.

Одной из задач анализа алгоритма (7.37) являлось изучение влияния уровней (порогов) квантования $h_r, r = \overline{1, R-1}$ на характеристики обнаружения. В качестве примера на рис. 7.21 приведены зависимости D для двух типов формирования порогов: первом, при котором $h_{R-1} = 4.61$ и равностоящих порогах, и втором, при котором вероятности $\mu_0(r), r = \overline{0, R-1}$, одинаковы и равны $1/R$. Выигрыш за счет применения первого типа порогов очень большой – от 5 дБ до 20 дБ. Хотя с ростом числа уровней квантования этот выигрыш уменьшается, однако во всех рассмотренных ситуациях он остается существенным. Результаты анализа показали, что чем больше число уровней квантования, тем более одинаковыми должны быть расстояния между порогами.

При этом верхний порог квантования h_{R-1} должен быть не меньше величины $m = -\ln F$. Чем больше второй параметр априорного распределения, тем больше должен быть порог h_{R-1} . В частности, для обнаружения малоэлементной цели следует принять $h_{r-1} = (2 \div 3)m$. При бинарном квантовании порог определяется на основании приведенных выше в настоящем пункте результатов. Промежуточные случаи требуют более детального исследования с использованием оптимизационных методов, например, метода нелинейного программирования.

7.3. Квазиоптимальные алгоритмы с выбором максимума

Рассмотренные в данном параграфе два квазиоптимальных алгоритма с выбором максимума появляются при упрощении оптимального алгоритма при другом крайнем значении отношения сигнал/шум, нежели в параграфе 3.1, а именно, при $g \rightarrow \infty$. Упрощение проводится при условии, что обнаруживается малоэлементная ПРЦ, т. е. для априорного распределения числа элементов $P(M) = I_{M/M_{\text{Макс}}} = (\eta, \nu)$ выполняется неравенство $\eta/(\eta + \nu) \ll 1$.

Этот типичный случай в радиолокационном обнаружении ПРЦ, когда на больших дальностях большеразмерный объект воспринимается как одиночная компактная цель, имеющая заметную эффективную поверхность рассеяния. Подобная ситуация характерна в начальный период обзора сектора ответственности РЛС.

7.3.1. Квазиоптимальный алгоритм с полным выбором максимума

При малом числе элементов ПРЦ ($\overline{M} \ll L$) и увеличении отношения сигнал/шум в оптимальной статистике (2.15) основную роль будет играть максимальный из всех принятых отсчетов. Особенно это проявляется, когда ПРЦ состоит из одного элемента.

В качестве иллюстрации исследуем соотношения между квазиоптимальным алгоритмом выбора максимума и оптимальным алгоритмом для простого случая, при котором число элементов ПРЦ равно единице, а число интервалов разрешения, приходящихся на ПРЦ равно 2, то есть $L=2$, $M=1$. Как шум, так и сигнал + шум имеют релеевское распределение амплитуд: на выходе квадратичного детектора дискретные отсчеты $x_j = \frac{g}{1+gA_H^2(y/\tau_{ik})}$, $i = \overline{1, L}$, $k = \overline{1, N}$, распределены по экспоненциальному закону. Оптимальная статистика Λ_0 находится в соответствии с алгоритмом

$$\Lambda_0 = \exp(x_1) + \exp(x_2), \quad (7.1)$$

квазиоптимальная статистика

$$\Lambda_{к0} = \max(x_1, x_2). \quad (7.2)$$

Вывод формулы для вероятности ложной тревоги алгоритма (7.48) приведен в [2] для целых величин $k = 1 + (1 + g)/g$:

$$\begin{aligned} F_0 = 2(k-1)^2 \sum_{i=1}^{k-1} \binom{k+i-2}{i-1} & \left\{ \frac{T^{-k-i+2}}{(k-i)(k+i-2)} \right. \\ & - \frac{(-1)^{k-i}}{k-i} \left[\sum_{j=1}^{k+i-2} \binom{k-i+j-2}{j-1} \frac{T^{-k-i+j+1}}{k+i-j-1} + \right. \\ & + \sum_{j=1}^{k-i-1} (-1)^{k-i+j-1} \binom{k+i+j-3}{j-1} \frac{T^{-k+i+j}}{k-i-j} - \left. \left. \binom{2k-3}{k+i-2} \ln \frac{T-1}{T} \right) \right\} \\ & + (k-1) \binom{2k-2}{k-1} \left[\frac{\ln(T-1)}{T^{2k-2}} - \sum_{j=1}^{2k-3} \frac{T^{-2k+j+2}}{2k-j-2} + \ln \frac{T-1}{T} \right]. \end{aligned} \quad (7.50)$$

Вероятность правильного обнаружения в этой простой ситуации выражается ещё более сложной зависимостью. Вероятность ложной тревоги F_k и правильного обнаружения D_k алгоритма (7.49) определяются простыми соотношениями:

$$F_K = 1 - \left(1 - \exp\left(-\frac{gT}{1+g}\right) \right)^2, \quad D_K = 1 - \left(1 - \exp\left(-\frac{gT}{1+g}\right) \right) (1 - \exp(gT)). \quad (7.51)$$

Проведено сравнение для интересующего нас случая большого отношения сигнал/шум ($g \rightarrow \infty$). Выбор максимума в этом случае будет представлять собой практически оптимальный алгоритм. Сопоставление характеристик обнаружения приводит к выводу, что оба алгоритма эквивалентны при $g > 15$ дБ и $F < 0.1$, при

$g < 15$ дБ алгоритм (7.48) имеет несущественное превышение, отчетливо проявляющееся только при $F > 0.1$.

Неодинаковые P_i . В этом случае при указанных в начале параграфа условиях и релейской модели отраженного сигнала оптимальный алгоритм (6.15) сводится к полному выбору максимума взвешенных отсчетов:

$$A_{30} = \max_{\substack{i=\overline{1,L} \\ k=\overline{1,N}}} \{\rho_i A_H^2(y/\tau_{ik})\}, \quad (7.3)$$

где ρ_i – вес соответствующий вероятности P_i

Это алгоритм эквивалентен алгоритму, состоящему в принятии решения о наличии цели при превышении порога хотя бы одним из значений $\rho_i A_H^2(y/\tau_{ik})$. Операция сравнения с порогом сравнительно просто реализуется на ЭЦВМ, время ее выполнения в среднем на порядок меньше, чем любой арифметической операции. Например, время на реализацию алгоритма (7.52) равно $T_{A_{30}} = LN(t_{\text{кв}} + t_{\leq})$, а для хранения информации необходима память $L + 1$ ячеек. Второе достоинство этого алгоритма состоит в том, что помимо факта обнаружения, с его помощью можно грубо оценить координаты обнаруживаемого объекта. Недостатком является неполный учет априорной информации о характере движения ПРЦ, поэтому он несколько уступает квазиоптимальному алгоритму с накоплением и выбором максимума, обсуждаемому ниже.

Характеристики обнаружения алгоритма (7.52) определяются с использованием обычных методов теории вероятностей [7]. Вероятность правильного обнаружения равна:

$$D = 1 - \sum_{M=1}^{M_{\text{макс}}} \frac{P(M)}{C_M} \sum_{\sum l_i=M, l_i \in \{0,1\}} \prod_{i=1}^L P_i^{l_i} (1 - \exp(-T/(\rho_i(1 + l_i g g))))^N. \quad (7.4)$$

Вероятность ложной тревоги находится из (7.53) при $P(M) = d(M)$, $M = 0$, $g = 0$:

$$F = 1 - \prod_{i=1}^L \left(1 - \exp\left(-\frac{T}{\rho_i}\right)\right)^N. \quad (7.5)$$

Простой вид полученных аналитических выражений позволяет использовать их для расчета характеристик обнаружения при больших значениях L и $M_{\text{макс}}$, чем в предыдущих параграфах ($L < 50$, $M_{\text{макс}} < L/4$).

Одинаковые P_i . Весовые коэффициенты становятся одинаковыми, поэтому алгоритм (7.52) упрощается:

$$\Lambda_{31} = \max_{\substack{i=\overline{1,L} \\ k=\overline{1,N}}} \{A_N^2(y/\tau_{ik})\}, \quad (7.6)$$

Этот алгоритм обладает исключительной простотой. Время на его реализацию минимально: $T_{\Lambda_{31}} = L N t_{\leq}$, необходимая память также минимальна – $\Pi_{\Lambda_{31}} = 1$.

Характеристика обнаружения легко приводится к свернутому виду

$$D = 1 - \sum_{M=1}^{M_{\max}} P(M) (1-F)^{m_1/m} \left(1 - \left(1 - (1-F)^{1/m} \right)^{1/(1+g_9)} \right)^{m_2}, \quad (7.7)$$

где, как и ранее, $m = NL$, $m_1 = N(L-M)$, $m_2 = NM$.

Здесь можно не обращаться к методу статистического моделирования при больших значениях m , если имеется возможность представления чисел на ЭЦВМ с двойной точностью. Графики характеристик обнаружения алгоритма (7.55) представлены на рис. 7.22 ÷ 7.24.

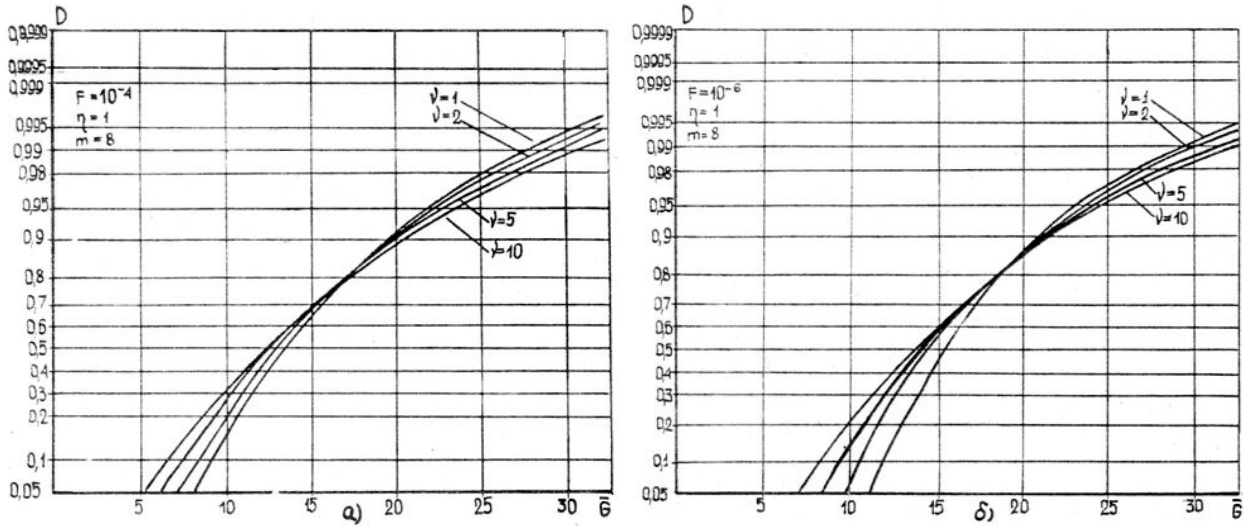


Рис. 7.22. Характеристики обнаружения алгоритма (7.55) при фиксированном первом параметре априорного распределения: а) $F = 10^{-4}$; б) $F = 10^{-6}$

Сравнение графиков обоих алгоритмов приводит к выводу, что при малых и средних отношениях сигнал/шум алгоритм (7.55) проигрывает по качеству обнаружения алгоритму (7.16). Анализ зависимостей показывает, что чем больше отношение $\eta^2/(\eta + \nu)$, тем ближе характеристики обнаружения к прямой линии, которая на используемой системе координат означает характеристику обнаружения детерминированного сигнала в нормальных шумах, т.е. интеграл вероятности в зависимости от его аргумента.

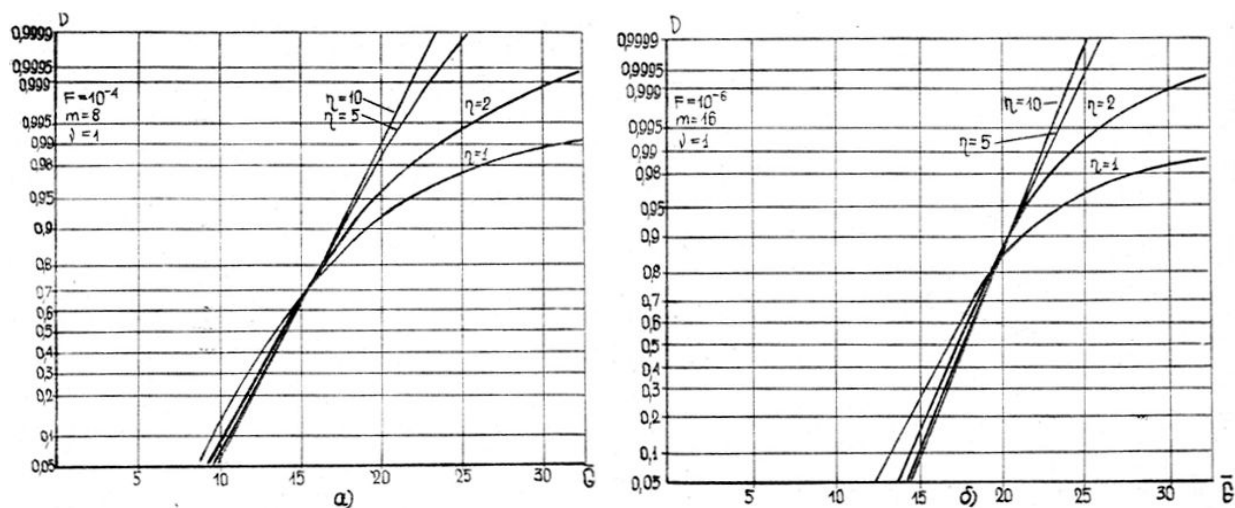


Рис. 7.23. Характеристики обнаружения алгоритма (7.55) при фиксированном втором параметре: а) $m = 8$; б) $m = 16$

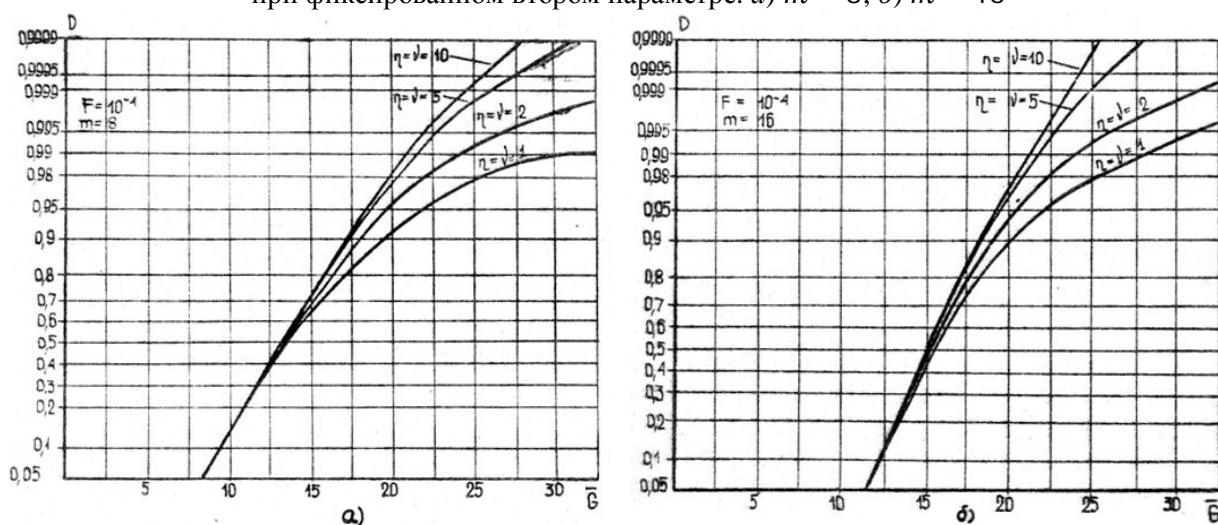


Рис. 7.24. Характеристики обнаружения алгоритма (7.55) при различных квазигауссовых априорных распределениях: а) $m = 8$; б) $m = 16$

На рис. 7.25 показаны зависимости вероятности правильного обнаружения от параметров априорного распределения. Отличительной особенностью по сравнению с алгоритмом (5.16) при больших \bar{G} является сильная зависимость от первого параметра. Как и ранее, имеется такое значение \bar{G} (в данном случае ~ 15 дБ), при котором вероятность правильного обнаружения D алгоритма (7.55) не зависит от параметров априорного распределения.

Графики на рис. 7.26 представляют зависимости максимально достижимых вероятностей правильного обнаружения D_{max} при различных уровнях ложной тревоги. При малых и средних \bar{G} величины D_{max} практически совпадают, при больших – различаются, особенно для $\eta^2/(\eta + \nu) > 3$. Зависимости оптимального числа интервалов разрешения m_0 от отношения сигнал/шум \bar{G} показаны на рис. 7.27.

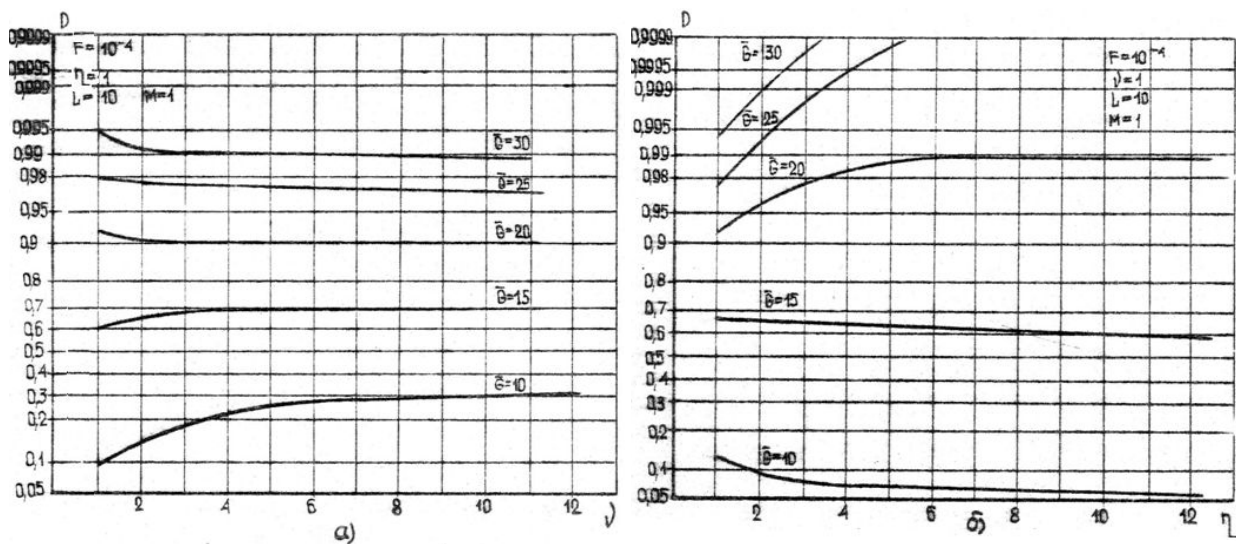


Рис. 7.25. Влияние изменения второго (а) и первого (б) параметров априорного распределения на вероятности правильного обнаружения (7.55)

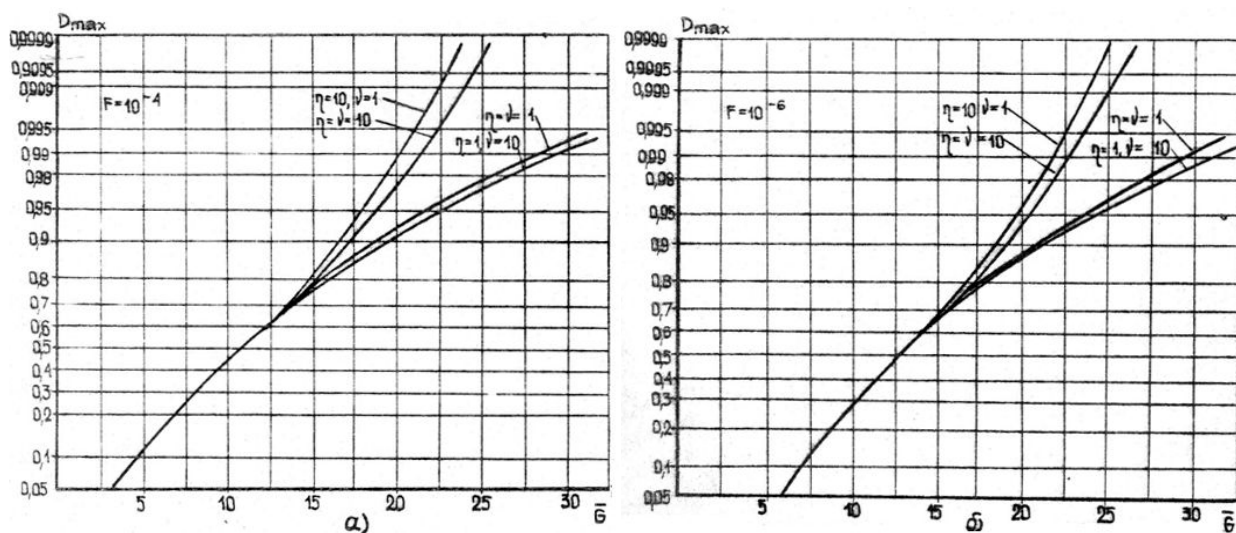


Рис. 7.26. Максимально достижимые вероятности правильного обнаружения алгоритма (7.55): а) $F = 10^{-4}$; б) $F = 10^{-6}$

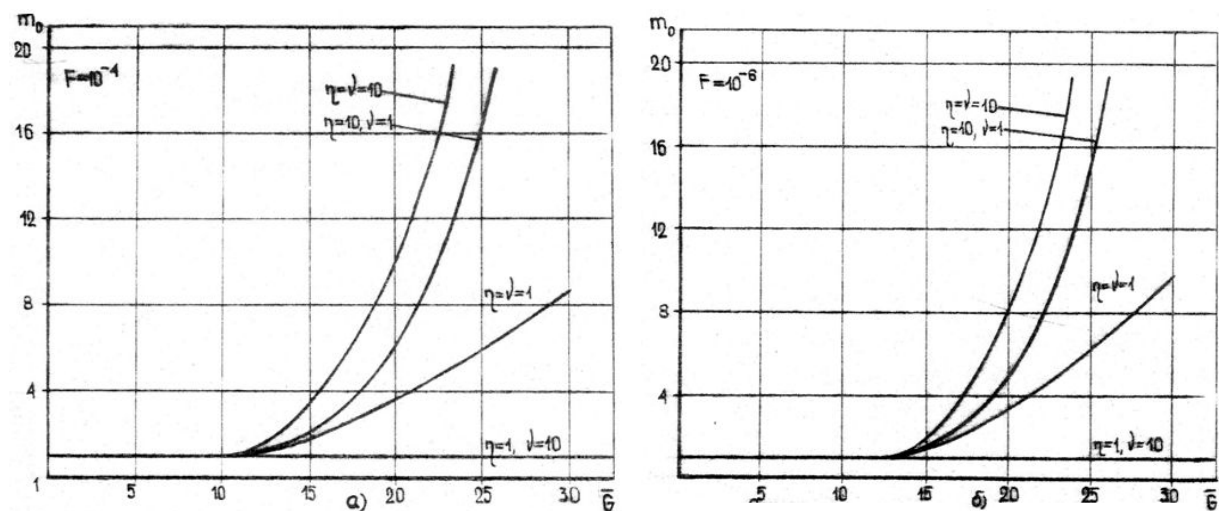


Рис. 7.27. Оптимальное число объемов разрешения алгоритма (7.55): а) $F = 10^{-4}$; б) $F = 10^{-6}$

Общий вывод из анализа графиков такой же, какой был сделан ранее для алгоритма (7.16): $m_0 = 1$ при малых \bar{G} и $m_0 \leq 20$ при средних \bar{G} . Как и ожидалось, в среднем число m_0 у алгоритма (7.55) меньше, чем у алгоритма (7.16).

7.3.2. Квазиоптимальный алгоритм с межпериодным накоплением и выбором максимума

Как указывалось, рассмотренный в предыдущем пункте квазиоптимальный алгоритм с полным выбором максимума при формировании статистики не использует априорную информацию о характере движения ПРЦ. Если отказаться от выполненного выше крайнего упрощения оптимального алгоритма (6.15), то при тех же условиях (M мало, $g \rightarrow \infty$) для обнаружения дружно движущейся ПРЦ следует использовать квазиоптимальный алгоритм с межпериодным накоплением и выбором максимума среди L накопленных отсчетов:

$$\Lambda_{32}(y) = \max_{i=1,L} \left\{ \rho_i \sum_{k=1}^N A_H^2(y/\tau_{ik}) \right\}. \quad (7.8)$$

Время на вычисление статистики Λ_{32} больше, чем в предыдущем случае: $T_{\Lambda_{32}} = L N t_+ + L(t_x + t_-)$, для хранения информации необходим бо́льший объем памяти $\Pi_{\Lambda_{32}} = 2L + 1$ ячеек.

Неодинаковые P_i . Вероятность обнаружения рассчитывается по формуле

$$D = 1 - \sum_{M=1}^{M_{\max}} \frac{P(M)}{C_M} \sum_{\sum_{i=1}^L l_i = M} \prod_{i=1}^L P_i^{l_i} \left(1 - \frac{\Gamma(N, T/w_i)}{\Gamma(N)} \right), \quad (7.9)$$

где $\Gamma(N, T/w_i) = w_i^{-1} \int_T^\infty X^{N-1} e^{-x/w_i} dx$ – неполная гамма-функция, $w_i = \rho_i(1 + l_i g g)$, $l_i \in \{0, 1\}$.

Вероятность ложной тревоги находится согласно выражения

$$F = 1 - \prod_{i=1}^L \left(1 - \frac{\Gamma(N, T/\rho_i)}{\Gamma(N)} \right) \quad (7.10)$$

Использование этих аналитических выражений для определения характеристик обнаружения не встречает больших трудностей. Вычисление $\Gamma(N, X)$ следует проводить с помощью процедуры NG , описанной в [2].

Одинаковые P_i . При одинаковых вероятностях P_i алгоритм (7.57) имеет вид (он исследован в [16]):

$$\Lambda_{33}(y) = \max_{i=1,L} \left\{ \sum_{k=1}^N A_H^2(y/\tau_{ik}) \right\} \quad (7.60)$$

Машинное время и машинная память здесь меньше примерно в два раза, чем в предыдущем подпункте: $T_{\Lambda_{33}} = L N t_+ + L t_{\leq}$, $\Pi_{\Lambda_{32}} = L + 1$.

Вероятность правильного обнаружения определяется по формуле

$$D = 1 - \sum_{M=1}^{M_{\max}} P(M) \left(1 - \frac{\Gamma(N, T/(1 + gg))}{\Gamma(N)}\right)^M \left(1 - \frac{\Gamma(N, T)}{\Gamma(N)}\right)^{L-M}, \quad (7.11)$$

Вероятность ложной тревоги –

$$F = 1 - \left(1 - \frac{\Gamma(N, T)}{\Gamma(N)}\right)^L. \quad (7.12)$$

При заданной величине F необходимый порог легко может быть найден с помощью процедуры GIN , первый аргумент которой равен N , второй – $1 - (1 - F)^{1/L}$. Процедура $GIN(GIN)$ описана в [2]. Вычисление согласно выражению (7.61) проводится также относительно просто и быстро.

На рис. 7.28-7.30 представлены характеристики обнаружения алгоритма (7.60). На всех графиках видна одна и та же закономерность: при отношении сигнал/шум порядка 12÷20 дБ вероятность правильного обнаружения при увеличении N уменьшается и довольно значительно, при больших G – возрастает. Чем больше отношение $\eta^2/(\eta + \nu)$, тем круче и прямолинейнее кривые, тем меньше выигрыш за счет увеличения N при одинаковой общей энергии отраженных сигналов.

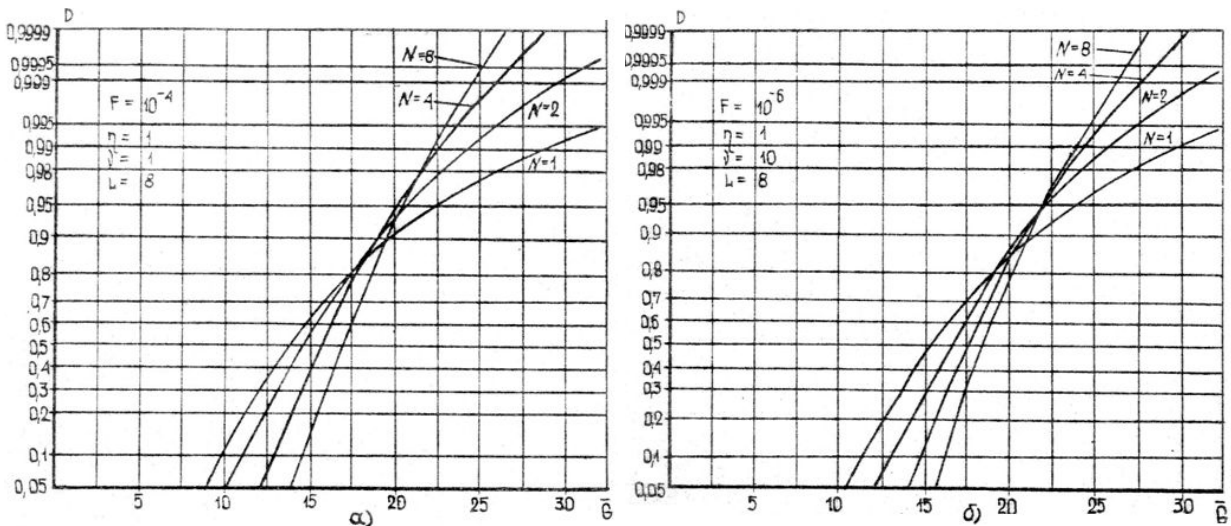


Рис. 7.28. Характеристики обнаружения алгоритма (7.60) при равномерном (а) и малоэлементном (б) априорных распределениях

Например, на уровне $D = 0.995$ при $F = 10^{-4}$, $\frac{\eta^2}{\eta + \nu} = 0.5$ энергетический выигрыш $\Delta \bar{G} = 11.5$ дБ, при $\frac{\eta^2}{\eta + \nu} = 5$ он существенно меньше – $\Delta \bar{G} = 4.5$ дБ. Чем выше

вероятность правильного обнаружения, тем больше значение $\Delta\bar{G}$. Увеличение N более 8 для $D < 0,9999$ практически нецелесообразно, поскольку даже при $\frac{\eta^2}{\eta+\nu} = 0,5$ в этом случае $\Delta\bar{G} < 2$ дБ.

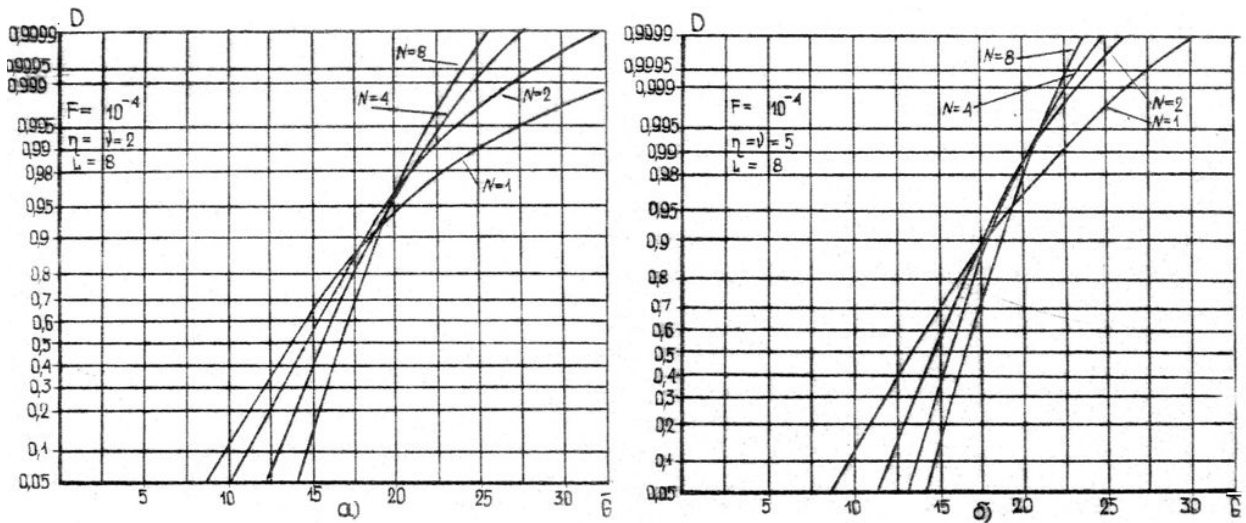


Рис. 7.29. Характеристики обнаружения алгоритма (7.60) при квазигaussianовых априорных распределениях: а) $\eta = \nu = 2$; б) $\eta = \nu = 5$

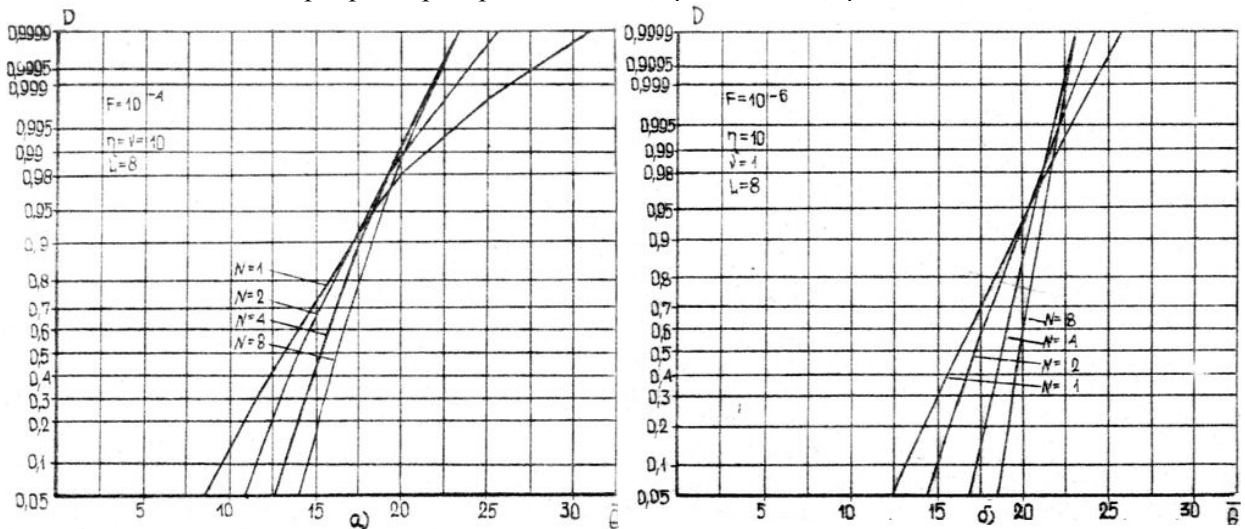


Рис. 7.30. Характеристики обнаружения алгоритма (7.60) при квазигaussianовом(а) и многоэлементном (б) априорных распределениях

На рис. 7.31 показаны зависимости вероятности правильного обнаружения от первого и второго параметров априорного распределения при $N = 8$. Анализ графиков показывает, что при любых отношениях сигнал/шум большему значению ν соответствует большая величина D . Характер влияния параметра η зависит от уровня \bar{G} : при большой величине возрастание η приводит к существенному увеличению D , при средних и, особенно, при малых \bar{G} — к уменьшению D .

Влияние числа периодов повторения N на вероятность правильного обнаружения показано на рис. 7.32 и рис. 7.33. Из графиков следует, что имеется оптимальное значение N_0 , при малых \bar{G} равное единице, при котором вероятность правильного обнаружения наибольшая. С уменьшением числа интервалов разрешения или увеличением отношения сигнал/шум значение N_0 возрастает. При малых и средних \bar{G} $N_0 = 1$ для $L \geq 4$; чем больше L , тем выше значение \bar{G} , при котором N_0 отличается от единицы. Априорное распределение также оказывает влияние на N_0 : чем меньше $\eta/(\eta + \nu)$, тем больше N_0 .

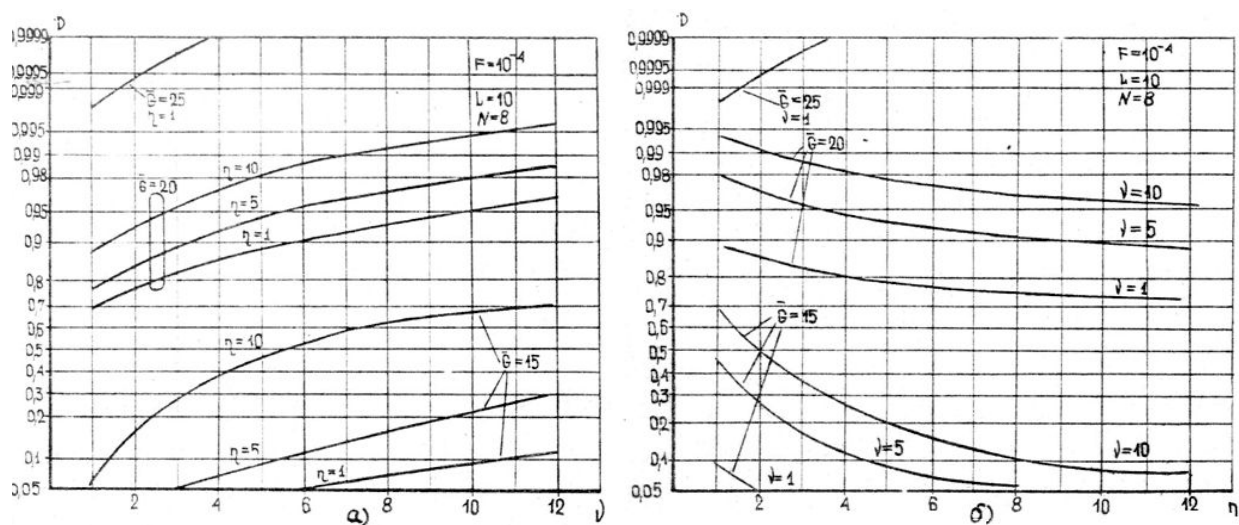


Рис. 7.31. – Влияние изменения второго (а) и первого (б) параметров априорного распределения на вероятности правильного обнаружения алгоритма (7.60)

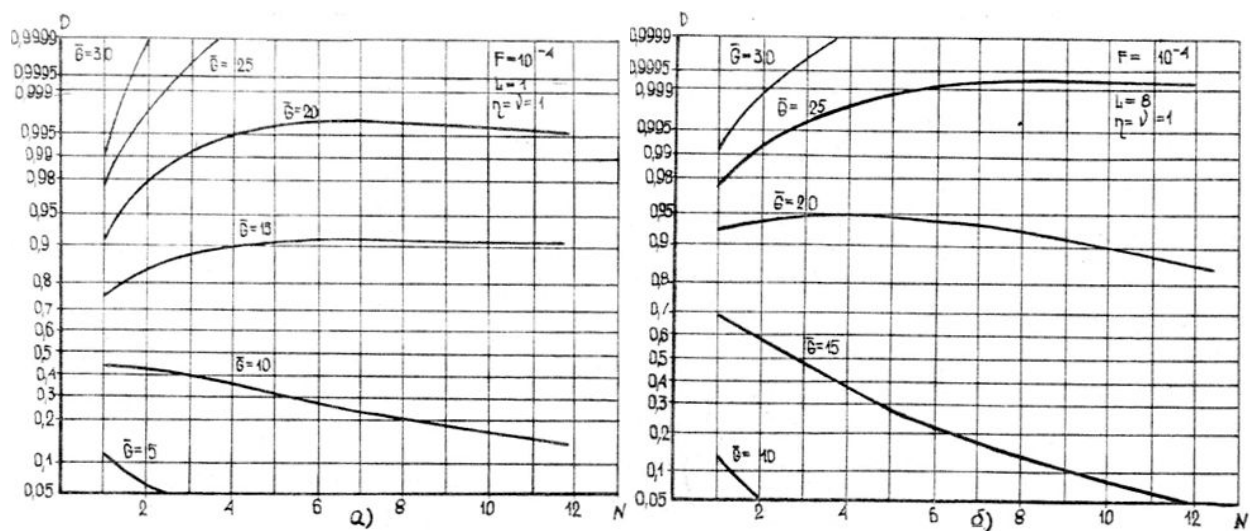


Рис. 7.32. Зависимости вероятностей правильного обнаружения алгоритма (7.60) от числа периодов повторения при равномерном распределении: а) $L = 1$; б) $L = 8$

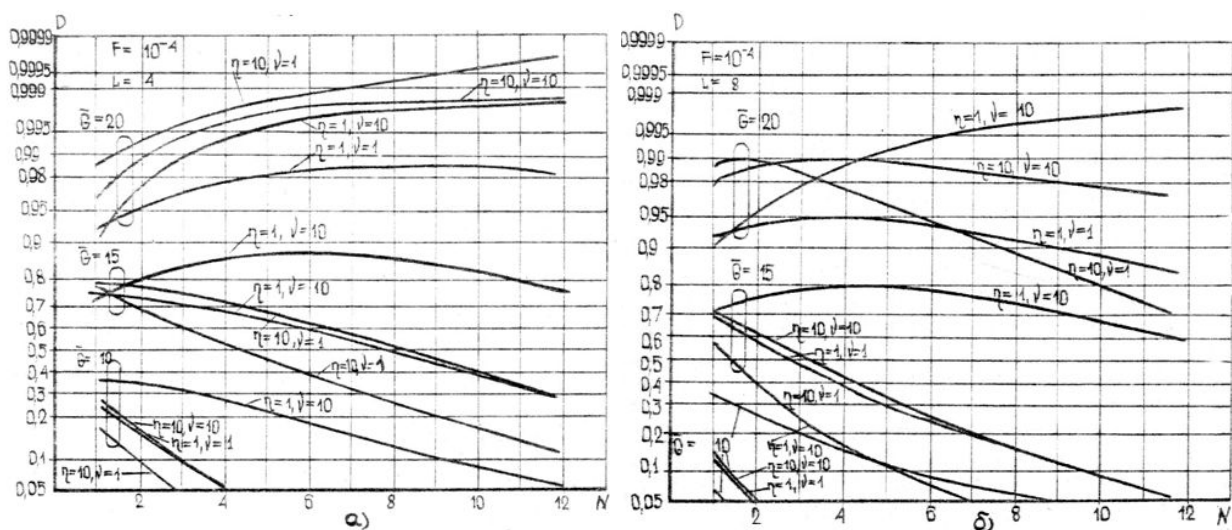


Рис. 7.33. Зависимости вероятностей правильного обнаружения алгоритма (7.60) от числа периодов повторения: а) $L = 4$; б) $L = 8$

Зависимости максимальных вероятностей правильного обнаружения представлены на рис. 7.34. Это практически прямые линии, различие между ними за счет априорных распределений с увеличением N уменьшается и при $N > 8$ его практически нет. Это объясняется тем, что D_{max} при $N \geq 8$ соответствует оптимальному числу элементов разрешения, равному единице, поэтому все априорные распределения вырождаются в $P(M) = d(M - 1)$.

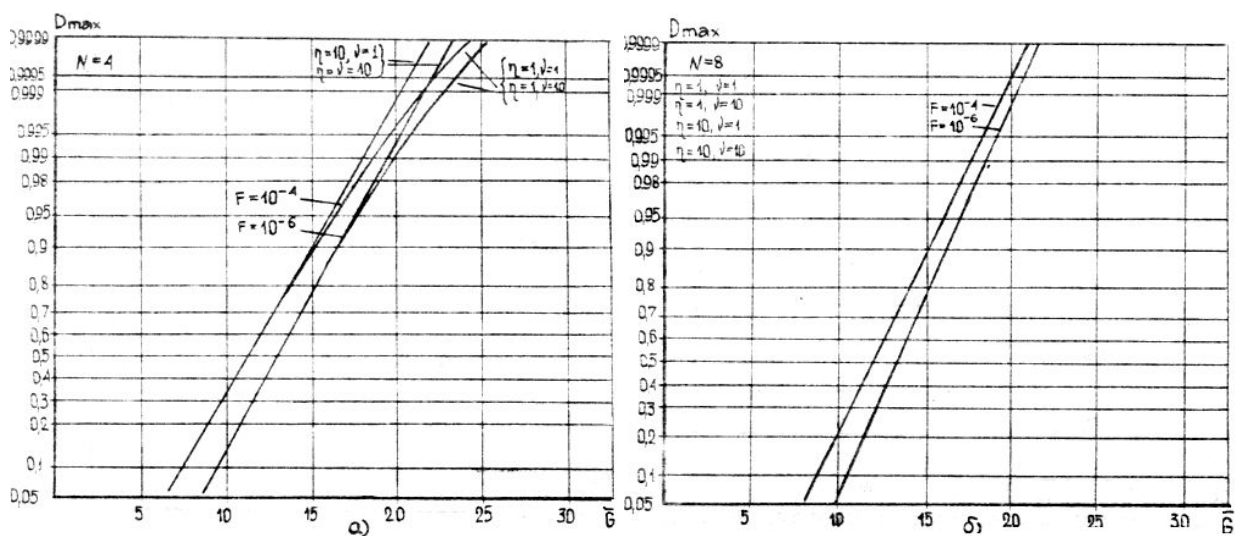


Рис. 7.34. Максимально достижимые вероятности правильного обнаружения алгоритма (7.60): а) $N = 4$; б) $N = 8$

Графики на рис. 7.35 показывают, как зависит L_0 от величины \bar{G} . Хорошо видна тенденция уменьшения L_0 с увеличением N . При $N > 10$ в рассматриваемом диапазоне изменения \bar{G} ($0 \leq \bar{G} \leq 30$ дБ) можно принять $L = 1$ для всех случаев априорного распределения.

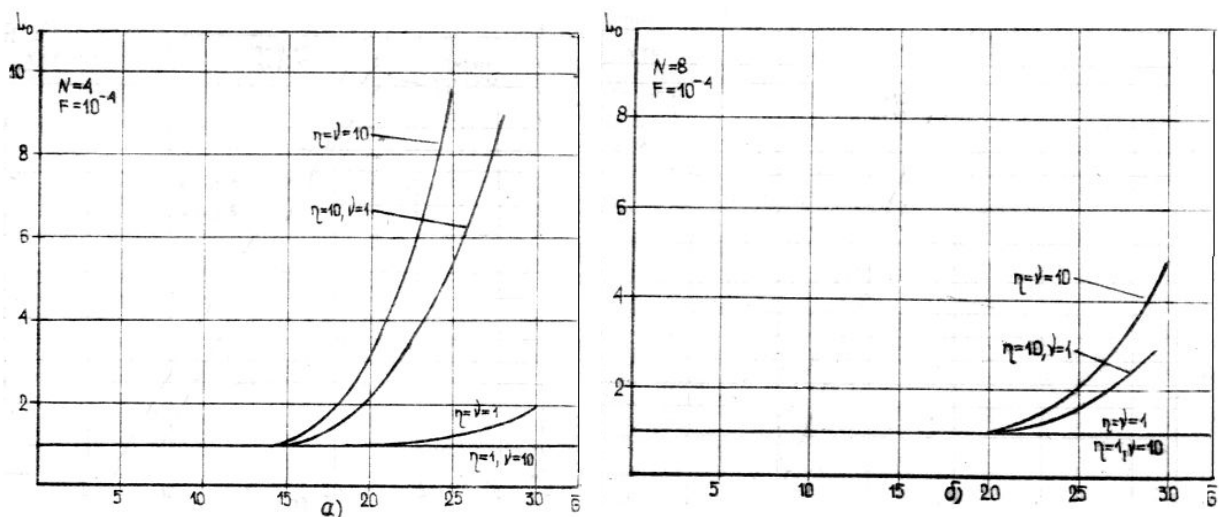


Рис. 7.35. Оптимальное число объемов разрешения алгоритма (7.60) в зависимости от отношения сигнал/шум: а) $N = 4$; б) $N = 8$

7.4. Квазиоптимальные алгоритмы с использованием порядковых статистик

В параграфе исследуются квазиоптимальные алгоритмы обнаружения ПРЦ, асимптотически оптимальные как при больших, так и при малых отношениях сигнал/шум и произвольном распределении числа элементов ПРЦ.

Предположим, что в формуле (6.15) $N = 1$ и значения реализаций $x_i = \ln B_i$ ранжированы и образуют вариационный ряд вида $x^{(1)} \geq x^{(2)} \geq \dots \geq x^{(L)}$. При увеличении отношения сигнал/шум g первыми членами во все возрастающем количестве актов будут становиться отсчеты, относящиеся к отраженным сигналам от обнаруживаемых элементов. При достаточно большой величине g среди первых M членов ряда практически будут отсутствовать шумовые отсчеты. На основании этого свойства вариационного ряда можно существенно упростить двойную сумму в (6.15). Поскольку среди всех $\binom{L}{M}$ сумма любых M членов ряда сумма его первых M членов наибольшая и с увеличением g все более отличается от остальных $\binom{L}{M} - 1$ сумм, то упрощенный алгоритм ($N = 1$) примет вид:

$$\Lambda_{40}(y) = \sum_{M=1}^{M_{\max}} \frac{P(M)}{C_M} \exp \left\{ \sum_{i=1}^M x^{(i)} \right\} = \sum_{M=1}^{M_{\max}} \exp \left(\beta_M + \sum_{i=1}^M x^{(i)} \right), \quad (7.13)$$

где $\beta_M = \ln \left(\frac{P(M)}{C_M} \right)$, $x^{(i)} = \ln B_{q_i}(y)$

Практическая реализация этого алгоритма на неспециализированных ЭЦВМ невозможна вследствие выходящих за допустимые границы значений показателя экспоненты. Можно избавиться от этого недостатка, если формировать статистику согласно другому, более простому алгоритму

$$\Lambda_{41}(y) = \sum_{i=1}^{M_{\max}} \alpha_i x^{(i)}. \quad (7.14)$$

Однако в этом случае число разрядов арифметического устройства должно быть не менее 15÷20. Коэффициент α_i сложным образом зависят от коэффициентов β_M в формуле (7.63). Отметим лишь, что они должны всегда образовывать невозрастающую с увеличением i последовательность, поскольку вес β_M каждой порядковой статистики уменьшается.

В качестве примера приведем нормированные средние значения порядковых статистик $x^{(i)}$ при обнаружении ПРЦ с релеевским распределением амплитуд и при выбранных выше четырех типах априорных распределений числа элементов (рис. 7.36). Здесь число интервалов разрешения $L = 16$, число периодов $N = 1$, $M_{\max} = L$. Наибольшее влияние уровня отношения сигнал/шум на вид зависимостей $\hat{x}_n^{(i)} = f(i)$ наблюдается у малоэлементных ПРЦ, наименьшее – у многоэлементных ПРЦ. Абсолютные значения первых порядковых статистик $x^{(1)}$ практически пропорциональны отношению сигнал/шум.

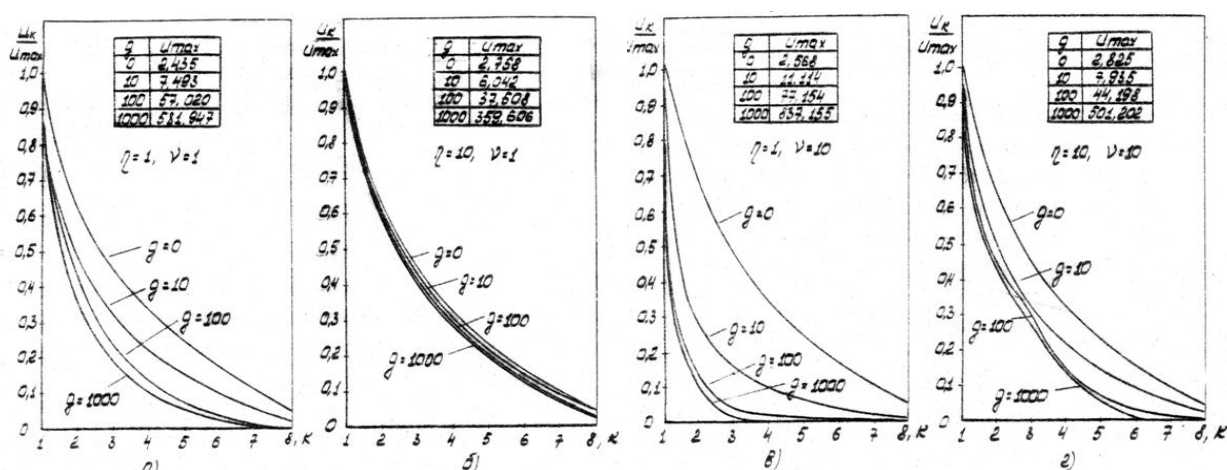


Рис. 7.36. Порядковые статистики при равномерном (а), многоэлементном (б), малоэлементном (в) и квазигaussianом (г) априорных распределениях

Зависимость коэффициента α_i наглядно представлена на рис. 7.37 при двух значениях L . По оси ординат отложено значение $\ln \alpha_i$, в обоих случаях $M_{\max} = L$. С точностью до ошибок моделирования можно утверждать:

1) при обнаружении многоэлементной ПРЦ коэффициенты α_i для любого отношения сигнал/шум должны быть одинаковыми, т.е. алгоритм с использованием порядковых статистик сводится к алгоритму аналогового накопления (см. 7.1);

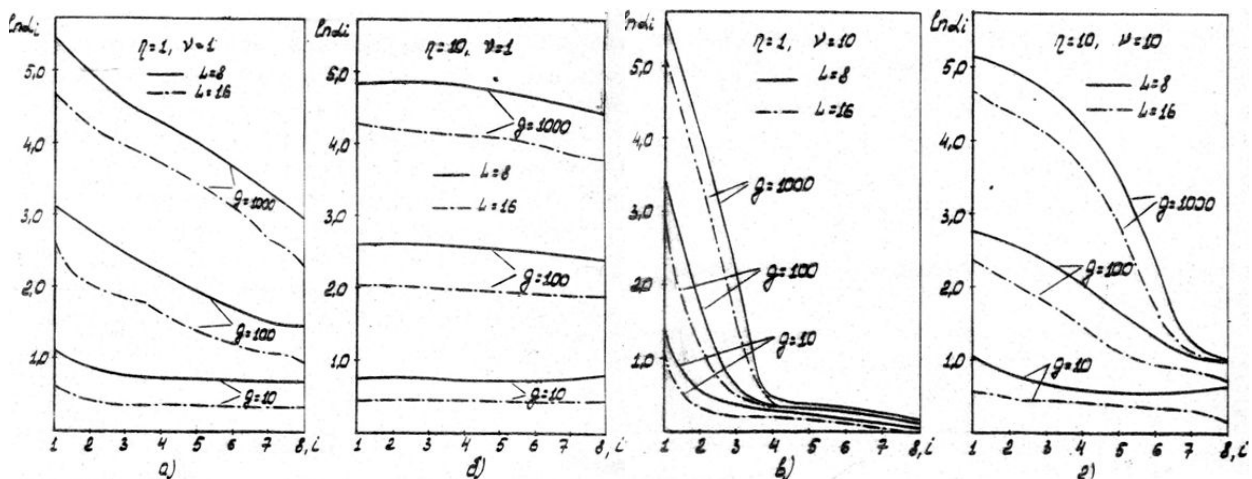


Рис. 7.37 Зависимости коэффициента алгоритма (7.64) при равномерном (а), многоэлементном (б), малоэлементном (в) и квазигауссовом (г) априорных распределениях

2) в случае малоэлементной ПРЦ следует ограничиться только первой порядковой статистикой, поскольку коэффициент α_2 при второй статистике меньше в $\exp(14/L)$ раз и алгоритм порядковых статистик сводится к алгоритму с выбором максимума;

3) при обнаружении ПРЦ с квазигауссовым априорным распределением следует учитывать только первые $L/2$ порядковых статистик с уменьшением от α_1 до $\alpha_{L/2}$ примерно в $e = 2,82$ раз;

4) наконец, при обнаружении ПРЦ с равномерным распределением числа элементов необходимо использовать весь вариационный ряд, и коэффициенты α_i при этом должны изменяться по закону $\exp(-ai/L)$, где величина a зависит от отношения сигнал/шум, например, для $\bar{G} = 30$ дБ значение $a = 2.5$, а для $\bar{G} = 20$ дБ оно равно единице.

Таким образом, алгоритм с использованием порядковых статистик в частных случаях может соответствовать рассмотренным выше алгоритмам с накоплением и выбором максимума, в общем случае он позволяет получить более высокую вероятность правильного обнаружения без изменения структуры алгоритма. Более того, если для некоторого значения отношения сигнал/шум, априорного распределения числа элементов ПРЦ и логарифма отношения правдоподобия $\ln B(y)$ рассчитать коэффициенты α_i , $i = \overline{1, L}$, как это сделано выше, то алгоритм с использованием порядковых статистик будет практически соответствовать оптимальному алгоритму обнаружения ПРЦ.

При этом по сравнению с оптимальным уменьшается объем вычислений, который здесь равен: $T_{\Lambda_{41}} \simeq M_{\max}(t_x + t_+) + Lt_-/2$, машинная память $\Pi_{\Lambda_{41}} =$

$2M_{\text{макс}} + 1$, но не преодолевается существенный недостаток, связанный с требованием априорного знания g , $P(M)$ и $\ln B(y)$.

7.4.1. Одинаковые P_i

Упростим оптимальный алгоритм обнаружения дружно движущейся ПРЦ (6.15) при больших отношениях сигнал/шум, отказавшись от операции экспонирования, как это было сделано ранее. Тогда квазиоптимальный алгоритм примет вид:

$$\Lambda_{42}(y) = \sum_{i=1}^{M_{\text{макс}}} \alpha_i \left(\sum_{k=1}^T \rho_j x_{jk} \right)^{(i)}, \quad (7.15)$$

где операция $(\cdot)^{(i)}$ означает нахождение i -й порядковой статистики. Максимальное время на формирование Λ_{42} равно $T_{\Lambda_{42}} \simeq M_{\text{макс}}(t_x + 1/2t_{\leq}) + L N t_+$, машинная память составляет $\Pi_{\Lambda_{42}} = M_{\text{макс}} + 2L + 1$ ячеек.

Определим вероятность ложной тревоги алгоритма (7.65) в наиболее простом случае: $\rho_i = 1$, $i = \overline{1, L}$; $N = 1$. Совместная плотность вероятности всех L порядковых статистик имеет вид [17]:

$$f_L(U_1, \dots, U_2) = L! [(S_L - 1)! (S_L - S_{L-1} - 1)! \dots (L - S_1)!]^{-1} F_1^{S_L-1}(U_L) \times \\ \times [F_1(U_{L-1}) - F(U_L)]^{S_L-S_{L-1}-1} \dots [1 - F_1(U_1)]^{L-S_1} \prod_{i=1}^L f_1(U_i) \quad (7.16)$$

где $F_1(\cdot)$ – функция распределения случайных величин, из которых образуется вариационный ряд или генеральная функция распределения;

$f_1(\cdot)$ – генеральная плотность вероятности;

S_L – номер порядковой статистики.

В данном случае S_L образует натуральный ряд от 1 до L , поэтому

$$f_L(U_1, \dots, U_2) = L! \prod_{i=1}^L f_1(U_i). \quad (7.17)$$

Многомерная характеристическая функция, соответствующая совместной плотности вероятности (7.67), определяется прямым L -мерным преобразованием Фурье:

$$\varphi_L(t_1, \dots, t_L) = L! \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{x_1} dx_2 \dots \int_{-\infty}^{x_{L-1}} dx_L f_L(x_1, \dots, x_L) e^{-jx_1 t_1 \dots - jx_L t_L} \\ = L! \int_0^{\infty} f_1(x_1) e^{-jx_1 t_1} \int_0^{x_1} f_1(x_2) e^{-jx_2 t_2} \dots \int_0^{x_{L-1}} f_1(x_L) e^{-jx_L t_L} dx_L \dots dx_1 \quad (7.18)$$

Здесь нижние пределы у интегралов равны нулю, поскольку случайные величины $x_i \geq 0$. При релеевском распределении амплитуд отраженных сигналов генеральное

распределение $F_1(\cdot)$ является экспоненциальным, характеристическая функция которого $\varphi_1(t) = 1/(1 + jt)$.

Проведем вычисление $\varphi_L(t_1, \dots, t_L)$ последовательно, начиная со значения $L = 1$, при котором $\varphi_1(t_1) = \varphi_1(t) = (1 + jt)^{-1}$. При $L = 2$

$$\varphi_2(t_1, t_2) = 2! \int_0^\infty e^{-x_1(1+jt_1)} \int_0^{x_1} e^{-x_2(1+jt_2)} dx_2 dx_1 = \frac{2!}{(1 + jt)(2 + jt_1 + jt_2)},$$

при $L = 3$

$$\begin{aligned} \varphi_3(t_1, t_2, t_3) &= 3! \int_0^\infty e^{-x_1(1+jt_1)} \int_0^{x_1} e^{-x_2(1+jt_2)} \int_0^{x_2} e^{-x_3(1+jt_3)} dx_3 dx_2 dx_1 \\ &= \frac{3!}{(1 + jt)(2 + jt_1 + jt_2)(3 + jt_1 + jt_2 + jt_3)}. \end{aligned}$$

Методом математической индукции можно показать, что в общем случае

$$\varphi_L(t_1, \dots, t_L) = \frac{L!}{\prod_{k=1}^L (k + j \sum_{i=1}^k t_i)}. \quad (7.19)$$

Поставив вместо t_i в (7.67) $\alpha_i t$, получим характеристическую функцию взвешенных сумм L порядковых статистик при отсутствии отраженных сигналов:

$$\varphi_{\text{ш}}(t) = \frac{L!}{\prod_{k=1}^L (k + jt \sum_{i=1}^k \alpha_i)} = \frac{1}{\prod_{i=1}^L (1 + jb'_k t)}, \quad (7.70)$$

где $b'_k = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \alpha_i$.

Вероятность ложной тревоги определяется интегралом в пределах от T до ∞ от обратного преобразования Фурье от функции (7.70):

$$F = \sum_{r=1}^L \frac{e^{-T/b'_r}}{\prod_{\substack{k=1 \\ k \neq r}}^L (1 - b'_k/b'_r)} \quad (7.20)$$

которое по форме совпадает с (7.15). Процедура FIN , с помощью которой для заданной F находится порог T , приведена в [2].

Определим вероятность правильного обнаружения алгоритма (7.65) при названных выше условиях и разрешенных сигналах от отдельных элементов ПРЦ. Обозначим парциальной многомерной характеристической функцией характеристическую функцию ситуации, когда имеется M сигнальных и $L - M$ шумовых отсчетов в вариационном ряду. Положение членов вариационного ряда, создаваемых сигнальными отсчетами, среди шумовых жестко фиксировано. Перестановки только среди шумовых или среди сигнальных отсчетов не меняют вида парциальной характеристической функции. Таких перестановок имеется $M! (L - M)!$ Перестановки же среди разнородных членов вариационного ряда при одинаковом их

числе изменяют вид парциальной характеристической функции. Число разнородных перестановок равно $\binom{L}{L-M}$. Общая характеристическая функция равна сумме парциальных функций:

$$\begin{aligned}\varphi_M(t_1, \dots, t_L) &= M! (L-M)! \sum_{\substack{(L) \\ (M)}} \varphi_M^{\text{nap}}(t_1, \dots, t_L) = \\ &= M! (L-M)! \sum_{s=1}^{\binom{L}{M}} \frac{(1+g)^{-M}}{(\alpha_1^{(s)} + jt_1)(\alpha_2^{(s)} + jt_1 + jt_2) \dots (\alpha_L^{(s)} + jt_1 + jt_L)}. \quad (7.21)\end{aligned}$$

Здесь $\alpha_i^{(s)} = \sum_{k=1}^i C_k$, где $C_k = 1$, если на k -м месте в вариационном ряду стоит шумовой отсчет, и $C_k = (1+g)^{-1}$, если на этом месте стоит сигнальный отсчет. Верхний индекс s означает одно из возможных сочетаний. Методика получения (7.72) аналогична использованной выше. Характеристическая функция распределения статистики Λ_{42} при наличии отраженных сигналов записывается на основании выражения (7.72):

$$\varphi_{\text{с+ш}}(t) = \sum_{M=1}^{M_{\text{макс}}} P(M) M! (L-M)! (1+gg)^{-M} \sum_{q=1}^{\binom{L}{M}} \frac{1}{\prod_{k=1}^L (\alpha_k^{(q)} + jb_k t)},$$

где $b_k = \sum_{i=1}^k \alpha_i$, $k = \overline{1, L}$.

Вероятность правильного обнаружения находится обратным преобразованием Фурье от $\varphi_{\text{с+ш}}(t)$ и интегрированием в пределах от T до ∞ :

$$D = \sum_{M=1}^{M_{\text{макс}}} \frac{P(M) M! (L-M)!}{(1+gg)^M} \sum_{q=1}^{\binom{L}{M}} \sum_{k=1}^L \frac{e^{-\alpha_k^{(q)} T / b_k}}{\alpha_k^{(q)} \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^L (\alpha_l^{(q)} - \alpha_k^{(q)}) b_l / b_k}. \quad (7.23)$$

Практические расчеты характеристик обнаружения с использованием (7.74) связаны с большими трудностями. Произведение, стоящее в знаменателе, велико по абсолютной величине и знакопеременно, поэтому уже при L и $M_{\text{макс}} > 8$ ошибки округления настолько велики, что единственным методом отыскания характеристик обнаружения является метод статистического моделирования.

Найдем вероятность ложной тревоги алгоритма (7.65) при $\rho_i = 1$ и произвольном N для релеевской модели отраженных сигналов. В этом случае генеральным распределением является γ -распределение $f(x) = x^{N-1} e^{-x} / \Gamma(N)$. Воспользуемся возможностью дифференцирования выражения (68) по параметру. Многомерная производная от характеристической функции $\varphi_L(t_1, \dots, t_L)$ равна:

$$\begin{aligned} & \frac{(j)^{L(N-1)}}{[\Gamma(N)]^L} \frac{\partial^{N-1}}{\partial t_1^{N-1}} \cdots \frac{\partial^{N-1}}{\partial t_L^{N-1}} \varphi_L(t_1, \dots, t_L) = \\ & = \frac{L!}{[\Gamma(N)]^L} \int_0^\infty f_1(x_1) x_1^{N-1} e^{-jx_1 t_1} \cdots \int_0^{x_{L-1}} f_1(x_L) x_L^{N-1} e^{-jx_L t_L} dx_L \cdots dx_1 \end{aligned} \quad (7.24)$$

Если принять $f_1(x_i) = e^{-x_i}$, то (7.75) совпадает с характеристической функцией $\varphi_L(t_1, \dots, t_L)$ распределения Λ_{42} при произвольном значении N . Обозначим

$$\begin{aligned} \Phi_i &= \frac{1}{i + jt_1 + jt_2 + \cdots + jt_i}, \quad \Phi_i(r_{i-m}, r_{i-m+1}, \dots, r_i) = \frac{\partial^{r_{i-m}}}{\partial t_{i-m}^{r_{i-m}}} \frac{\partial^{r_{i-m+1}+1}}{\partial t_{i-m+1}^{r_{i-m+1}}} \cdots \frac{\partial^{r_i}}{\partial t_i^{r_i}} \Phi_i = \\ &= (-j)^R R! \Phi_i^{R+1}, \end{aligned}$$

где $R = \sum_{k=i-m}^i r_k$.

Тогда многомерная характеристическая функция имеет вид:

$$\varphi_L(t_1, \dots, t_L) = \frac{j^{L(N-1)}}{[\Gamma(N)]^L} \sum_{\{N\}} \prod_{i=1}^L \binom{N-1}{\vec{n}_i} \Phi_i(\vec{n}_k), \quad (7.25)$$

где векторы \vec{n}_i и \vec{n}_k являются соответствующими строками и столбцами целочисленной матрицы

$$\mathbb{N} = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} & \cdots & n_{1,L-1} & n_{1L} \\ 0 & n_{22} & n_{23} & \cdots & n_{2,L-1} & n_{2L} \\ 0 & 0 & n_{33} & \cdots & n_{3,L-1} & n_{3L} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & n_{LL} \end{bmatrix},$$

в которой сумма элементов каждой строки равна $N - 1$; $n_{ik} = 0$, $k < i$. В (7.76) сумма берется по всем возможным наборам $\{N\}$ чисел, записанным в матрице \mathbb{N} . Таким образом, вероятность ложной тревоги равна

$$F = L! \sum_{\{N\}} \prod_{i=1}^L \frac{1}{\prod_{k=i}^L n_{ik}} R! (i)^{-(R+i)} I_k(\vec{w}, \vec{m}, T), \quad (7.26)$$

где $k = L$, $w_i = b'_i = \frac{1}{i} \sum_{k=1}^i \alpha_k$, $m_i = R + 1 = \sum_{k=1}^i n_{ki} + 1$.

7.4.2. Неодинаковые P_i

Определим также вероятность ложной тревоги при $N = 1$ и различных P_i . Многомерная характеристическая функция $\varphi_L(t_1, \dots, t_L)$ находится тем же методом, что и в начале пункта:

$$\varphi_L(t_1, t_2, \dots, t_L) = \frac{L!}{\prod_{i=1}^L \rho_i} \left\{ \frac{1}{\prod_{i=1}^L (\sum_{k=1}^i 1/\rho_k + j \sum_{k=1}^i t_k)} \right\}_{sim(L)} \quad (7.27)$$

где символ $\{ \cdot \}_{sim(L)}$ обозначает операцию симметрирования [18] стоящей в фигурных скобках функции относительно аргументов ρ_k и t_k . Число аргументов указано после знака sim . Тогда величина F для этого случая определяется согласно выражения:

$$F = \frac{L!}{\prod_{i=1}^L \rho_i} \left\{ \sum_{r=1}^L \frac{e^{-T/b_r}}{\alpha_r \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq r}}^L (1 - b_k/b_r) \alpha_k} \right\}_{\text{sim}(L)}, \quad (7.28)$$

где $\alpha_r = \sum_{i=1}^r 1/\rho_i$, $b_r = \sum_{i=1}^r \alpha_i / \alpha_r$, а симметрирование проводится дружно по всем L значениям α_i и ρ_i .

Определение вероятности ложной тревоги по выражениям (7.77) и (7.79) можно проводить при малых L . При $N > 8$ следует использовать гауссовскую аппроксимацию для суммы $\sum_{k=1}^N x_{ik}$, предполагая тем самым, что генеральное распределение является нормальным $N(N, N)$.

Отыскание точных аналитических выражений для F в общем случае и D для условий, использованных при вводе (7.77) и (7.79), следует признать нецелесообразным, поскольку большая сложность формул делает невозможным расчет F и D при $L > 4$.

Методом статистического моделирования ($Q = 1000$) были получены численные характеристики обнаружения алгоритма (7.65) при $\rho_i = 1$, $i = \overline{1, L}$, и весовых коэффициентах $\alpha_i = c^i$, образующих геометрическую прогрессию [2]. Графики характеристик, изображенные на рис. 7.38 и рис. 7.39 и помеченные цифрами 6, 7, 8, 9 соответствуют показателям прогрессии $c = 0.1; 0.2; 0.5; 0.8$. Проведен также анализ случая $c = 0.9$. Для сравнения на этих рисунках построены характеристики обнаружения алгоритмов с накоплением (обозначена цифрой 1) и выбором максимума (обозначена цифрой 5). Графики построены для случаев, когда различие между характеристиками может быть представлено графически.

Из всех приведенных ситуаций обнаружения лишь при равномерном распределении числа элементов алгоритм (7.65) обнаруживает ПРЦ лучше других (при $\bar{G} = 20$ дБ), но различие между ними и алгоритмом с накоплением (1) невелико и равно примерно 0.2 дБ (см рис. 7.39,а, кривая 9). Во всех остальных ситуациях алгоритмы по качеству обнаружения расставляются в такой последовательности: 1, 10, 9, 8, 7, 6 и 5. Крайними, как и следовало ожидать, являются алгоритмы (6.16) и (7.55), алгоритм (7.65) с различными значениями c занимает между ними соответствующие промежуточные положения.

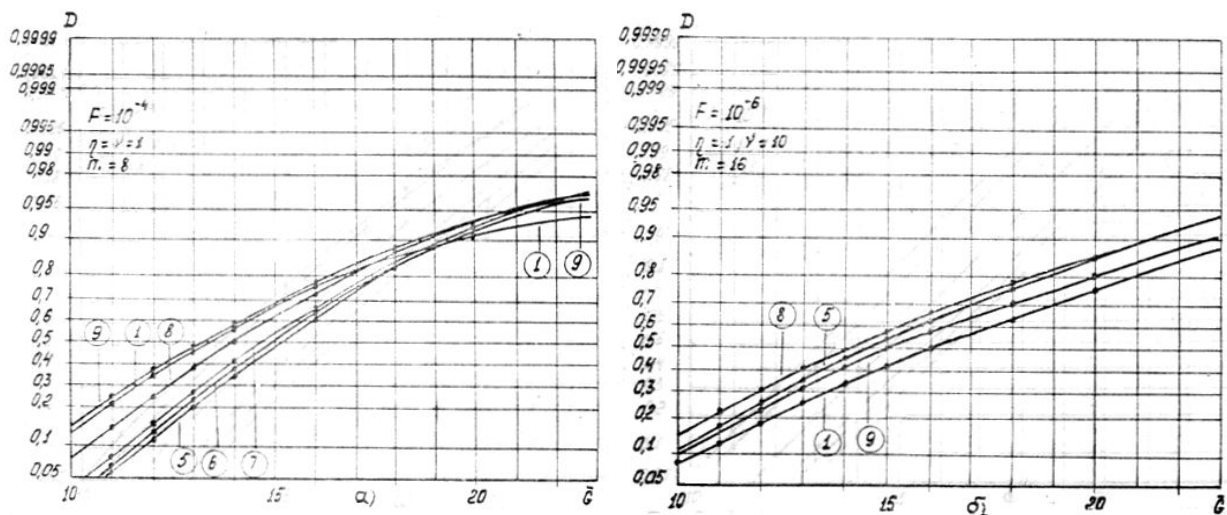


Рис. 7.38. Характеристики обнаружения алгоритмов (7.16), (7.55) и (7.65) при равномерном (а) и малоэлементном (б) априорных распределениях

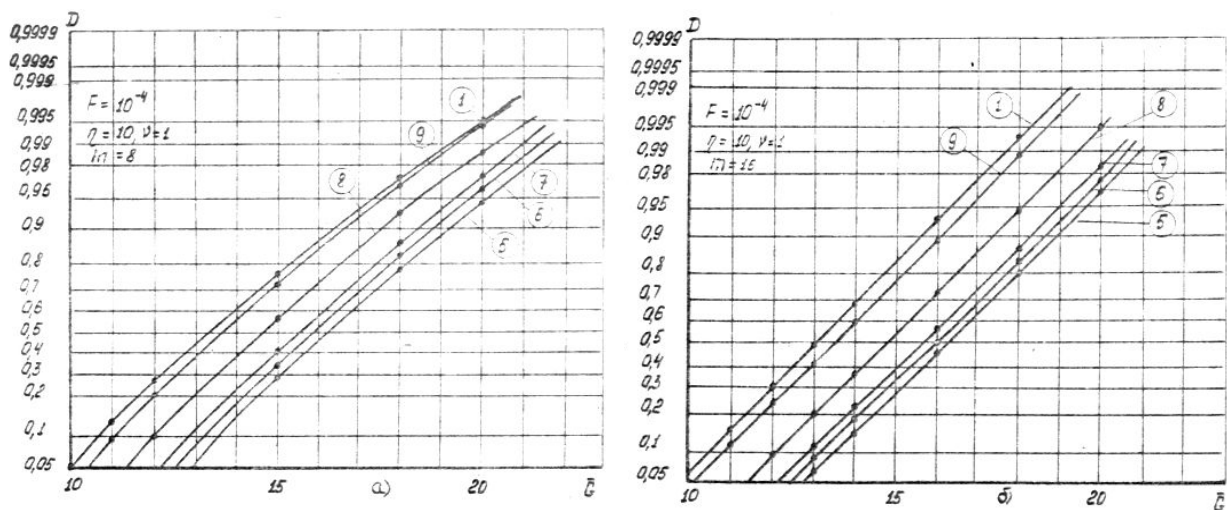


Рис. 7.39. Характеристики обнаружения алгоритмов (7.16), (7.55) и (7.65) при многоэлементном априорном распределении: а) $m = 8$; б) $m = 16$

При $c \geq 0.8$ алгоритм (7.65) близок к алгоритму (6.16), при $c \leq 0.2$ – к алгоритму (7.55). Лишь в диапазоне изменений показателя геометрической прогрессии от 0.4 до 0.6 (кривая 8) наблюдается более резкая зависимость D от c . Следует отметить, что использование других законов изменения коэффициентов α_i , например, таких, какие приведены в начале параграфа, приводит к незначительному относительному сдвигу характеристик обнаружения алгоритма (7.65), соответствующему второму порядку малости взаимных проигрышей и выигрышей в пороговом сигнале.

Итак, использование алгоритма с порядковой статистикой в рассмотренных ситуациях обнаружения не дает практически никаких выигрышей в пороговом сигнале и от него вполне можно отказаться. Этот вывод тем более справедлив еще и потому,

что реализация алгоритмов с использованием порядковых статистик наталкивается на большие вычислительные трудности.

7.5. Квазиоптимальные комбинированные алгоритмы

Исследования квазиоптимальных алгоритмов с аналоговым накоплением и выбором максимума показало, что эти алгоритмы близки к оптимальному при альтернативных условиях, причем взаимная замена их невозможна вследствие резкого ухудшения характеристик обнаружения. Выбор того или другого алгоритма производится на основе априорных сведений об отношении сигнал/шум и распределении числа элементов ПРЦ или хотя бы его первого момента. Если этих сведений нет, то вследствие неправильного выбора возможны существенные потери в пороговом сигнале. С целью уменьшения этих потерь предлагается использовать для обнаружения ПРЦ комбинированные алгоритмы, являющиеся логической комбинацией алгоритмов с накоплением и выбором максимума, и, тем самым, априорным способом уменьшить влияние априорной неопределенности на характеристики обнаружения.

7.5.1. Комбинированный алгоритм с аналоговым накоплением и полным выбором максимума

Этот квазиоптимальный алгоритм представляет собой логическое объединение алгоритмов Λ_{10} и Λ_{30} :

$$\Lambda_{50}(y) = 1[\Lambda_{10}(y) - T_1] + 1[\Lambda_{30}(y) - T_2], \quad (7.80)$$

где T_1 и T_2 – пороги первый и второй, $\Lambda_{10}(y)$ и $\Lambda_{30}(y)$ – первая и вторая статистики, вычисляемые согласно выражений (7.5) и (7.52) соответственно. Целочисленная статистика Λ_{50} может принимать три значения: 0, 1 и 2, и, если она отлична от нуля, то ПРЦ считается обнаруженной. Время на реализацию этого алгоритма на ЭЦВМ равно $T_{\Lambda_{50}} = T_{\Lambda_{10}} + L N t_{\leq}$, машинная память занимает $\Pi_{\Lambda_{50}} = \Pi_{\Lambda_{10}} + 2$ ячеек.

Найдем характеристики обнаружения при одинаковых P_i , $i = \overline{1, L}$ и релеевской модели отраженных сигналов, обозначив $n = NL$. Вероятность ложной тревоги соответствует вероятности $F = 1 - P_r(\Lambda_{10} < T_1, \Lambda_{30} < T_2)$. Характеристическая функция ограниченной экспоненциально распределенной случайной величины $x_i < T_2$ имеет вид:

$$\varphi_1(t) = (1 - e^{-T_2(1+jt)}) / [(1 + jt)(1 - e^{-T_2})], \quad (7.29)$$

Величина $\overline{F} = 1 - F = P_r(\Lambda_{10} < T_1, \Lambda_{30} < T_2)$ может быть найдена интегрированием обратного преобразования Фурье от n -ой степени характеристической функции (7.81):

$$\bar{F} = \frac{(1-e^{-T_2})}{2\pi} \int_0^T \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_1^n(t) e^{jtx} dt dx = \sum_{i=0}^{\left[\frac{T_1}{T_2}\right]} (-1)^{i+1} \binom{L}{i} \left[e^{-T_1} \sum_{a=0}^{n-1} \frac{(T_1 - iT_2)^a}{a!} - e^{-iT_2} \right].$$

Итак, вероятность ложной тревоги равна:

$$F = 1 + \sum_{i=0}^{\left[\frac{T_1}{T_2}\right]} (-1)^i \binom{L}{i} \left[e^{-T_1} \sum_{a=0}^{n-1} \frac{(T_1 - aT_2)^a}{a!} - e^{-iT_2} \right], \quad (7.30)$$

где операция $[x]$ означает взятие целой части от x .

Если порог T_1 стремится к бесконечности (в частности $T_1 > nT_2$), то комбинированный алгоритм вырождается в алгоритм выбора максимума, если T_2 стремится к бесконечности (в частности $T_2 > T_1$), то он соответствует алгоритму с аналоговым накоплением. Таким образом, выбором порогов T_1 и T_2 можно регулировать коэффициент участия статистик Λ_{10} и Λ_{30} в общей статистики обнаружения Λ_{50} , изменяя его от нуля до единицы. В [2] приводится процедура *SUMXIN*, с помощью которой для заданных значений вероятности ложной тревоги и коэффициента участия можно вычислить оба порога. Вероятность правильного обнаружения находится методом, аналогичным использованному выше, и определяется формулой

$$\begin{aligned} D = 1 + \sum_{M=1}^{M_{\max}} P(M) \sum_{a=0}^{\left[\frac{T_1}{T_2}\right]} \sum_{b=0}^{\left[\frac{T_1}{T_2}\right] - a} (-1)^{a+b} \binom{m_1}{a} \binom{m_0}{b} & \left[\frac{(-1)^{m_1} e^{-T_1 + T_2 a g G} G^{m_1}}{(m_1 - 1)!} \times \right. \\ & \times \sum_{c=0}^{m_0 - 1} \sum_{d=0}^{m_0 - c - 1} \frac{(n - c - d - 2)!}{c! (m_0 - c - d - 1)!} (T_1 - T_2(a + b))^c (1 - G)^{-n+c+d+1} \\ & + \frac{(-1)^{m_1} e^{-G T_1 - G g b T_2}}{(m_1 - 1)!} \sum_{c=0}^{m_1 - 1} \sum_{d=0}^{m_1 - c - 1} \frac{(n - c - d - 2)!}{c (m_1 - c - d - 1)!} (T_1 - T_2(a + b))^c \times \\ & \left. \times G^{-1-d} (G - 1)^{-n+c+d+1} - e^{-T_2(aG+b)} \right], \quad (7.31) \end{aligned}$$

где $m_1 = NM$, $m_0 = N(L - M)$, $n = NL$, $G = 1/(1 + g)$. Замечания по использованию этого выражения для расчета D те же, что были указаны в пункте 7.1.2 (см. выражение (7.18)).

На рис. 7.40 изображены характеристики обнаружения алгоритма (7.80), вычисленные методом статистического моделирования при одинаковых P_i . Число испытаний равно 1000. Пороги T_1 и T_2 в (7.80) выбраны такими, чтобы обеспечивались следующие соотношения между отдельными ветвями комбинированного алгоритма:

- 1) комбинированный полностью сводится к алгоритму с накоплением;
- 2) доля алгоритма с накоплением в комбинированном равна 0.7;
- 3) доля алгоритма с накоплением в комбинированном равна 0.5;
- 4) доля алгоритма с накоплением в комбинированном равна 0.3;
- 5) комбинированный полностью сводится к алгоритму с выбором максимума.

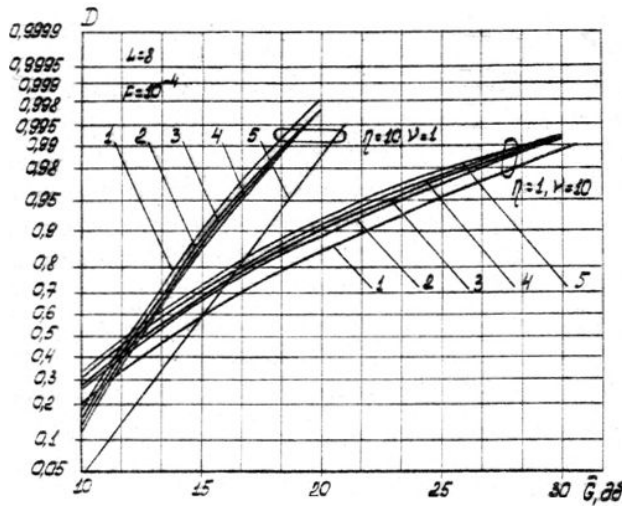


Рис. 7.40. Характеристики обнаружения алгоритма (7.80). Параметр – степень участия алгоритма с накоплением в общей статистике обнаружения

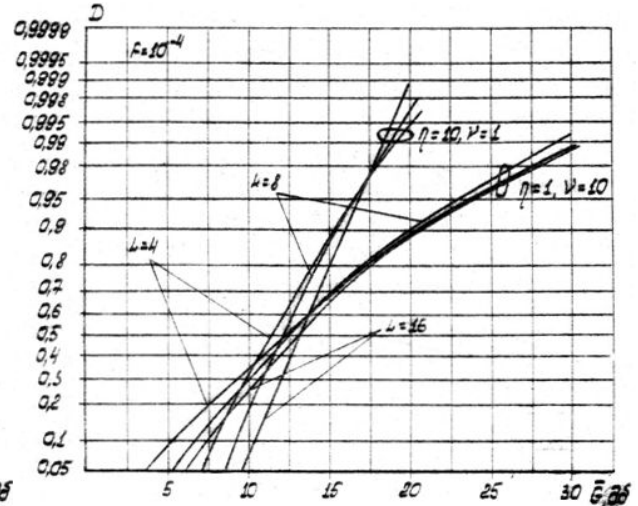


Рис. 7.41. Характеристики обнаружения алгоритма (7.80). Параметр – число объемов разрешения

Как следует из анализа графиков, приведенных на крайних ситуациях – много- и малоэлементной ПРЦ – характеристики обнаружения комбинированного алгоритма занимают промежуточные положения по отношению к характеристикам обнаружения алгоритмов с накоплением и выбором максимума. В целом, они лежат ближе к характеристикам того алгоритма, который является наилучшим из них для данной ситуации обнаружения. При этом максимальные потери комбинированного алгоритма по сравнению с наилучшим не превышают $0,5 \div 0,8$ дБ, в то время как выигрыш по сравнению с наихудшим может достигать $3,5 \div 4,5$ дБ. В наибольшей степени это свойство комбинированного алгоритма проявляется при средних отношениях сигнал/шум, когда не выполняются условия асимптотической близости к оптимальному алгоритмов с накоплением и выбором максимума. В некоторых случаях (равномерное распределение числа элементов ПРЦ, $15 \text{ дБ} \leq \bar{G} \leq 25 \text{ дБ}$) комбинированный алгоритм обнаруживает ПРЦ с большей вероятностью, чем тот или иной из его составляющих (выигрыш до 0,5 дБ). Эти результаты говорят о том, что комбинированный алгоритм (7.80) может в значительной мере снизить, а иногда и устранить отрицательное влияние априорной неопределенности о числе элементов ПРЦ и отношении сигнал/шум на характеристики обнаружения. При этом наилучшее

соотношение между составляющими комбинированного алгоритма лежит в области одинакового долевого участия в общем результате обнаружения, т.е. соотношение, примерно соответствующее названному выше случаю 3.

На рис. 7.41 представлены характеристики обнаружения в зависимости от параметра L – числа интервалов разрешения. Крутизна характеристик с увеличением L в целом растет. Граничное значение отношения сигнал/шум, выше которого возрастание L приводит к увеличению вероятности правильного обнаружения, а ниже – к её уменьшению, находится в диапазоне от 16 до 18 дБ.

Этот вывод относится также к характеристикам обнаружения ПРЦ с другими априорными распределениями числа элементов. В частности, характеристики обнаружения ПРЦ с равномерным распределением близки к таковым малоэлементной, а с квазигауссовым – к многоэлементной ПРЦ (рис. 7.42). Однако, как следует из рис. 7.41, при обнаружении малоэлементной ПРЦ однозначность увеличения D при возрастании L в диапазоне от 17 дБ до 23 дБ нарушена. На этом участке наибольшую вероятность правильного обнаружения обеспечивает обнаружитель с $L = 8$. Следовательно, свойство наличия оптимального числа интервалов разрешения алгоритмов (7.5) и (7.52), отмеченное в предыдущих параграфах, переносится и на комбинированный алгоритм.

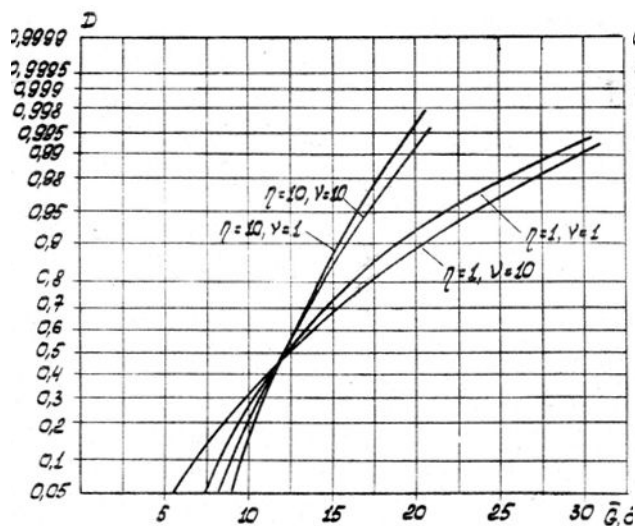


Рис. 7.42. Характеристики обнаружения алгоритма (7.80). Параметр – тип априорного распределения

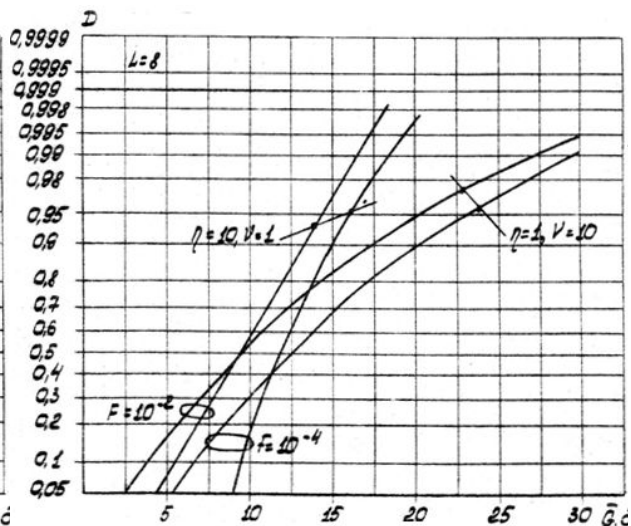


Рис. 7.43. Характеристики обнаружения алгоритма (7.80). Параметр – вероятность ложной тревоги

Интересная особенность, относящаяся к обнаружению сложных целей любыми квазиоптимальными алгоритмами, отмечена на рис. 7.42. При указанных параметрах и отношении сигнал/шум 12 дБ комбинированный алгоритм имеет характеристики обнаружения, не зависящие от вида априорного распределения, т.е. в диапазоне

$11 \text{ дБ} \leq \overline{G_a} \leq 13 \text{ дБ}$ они практически инвариантны к числу элементов ПРЦ. При увеличении L этот диапазон незначительно смещается в сторону возрастания $\overline{G_a}$, например, при $L = 16$ он имеет границы $12 \text{ дБ} \leq \overline{G_a} \leq 14 \text{ дБ}$. Подобное смещение существенно меньше, чем у алгоритмов (7.5) и (7.52), что говорит о бóльшей устойчивости характеристик обнаружения комбинированного алгоритма.

Представленные на рис. 7.43 зависимости вероятностей правильного обнаружения при различных порогах T (вероятностях ложной тревоги F) показывают, что с возрастанием T (уменьшением F) характеристики обнаружения практически параллельно переносятся в область бóльших значений отношений сигнал/шум.

7.5.2. Комбинированные алгоритмы с аналоговым накоплением и межпериодным выбором максимума

При обнаружении дружно движущейся ПРЦ необходимо использовать в канале выбора максимума статистики, соответствующие сумме отсчетов за время наблюдения в L интервалах разрешения:

$$\Lambda_{52}(y) = 1[\Lambda_{10}(y) - T_1] + 1[\Lambda_{32}(y) - T_2], \quad (7.32)$$

где $\Lambda_{32}(y)$ – статистика, определяемая согласно (7.57).

Решение о наличии ПРЦ принимается, если Λ_{51} отлично от нуля. Время на его реализацию на ЭЦВМ равно $T_{\Lambda_{51}} = T_{\Lambda_{10}} + Nt_{\leq} + 3t_+$, необходимая машинная память составляет $\Pi_{\Lambda_{51}} = 2L + 3$ ячеек.

Из характеристик обнаружения удалось найти выражение для вероятности ложной тревоги при одинаковых значениях P_i . Характеристическая функция ограниченной случайной величины, имеющей гамма-распределение, равна

$$\varphi_1(t) = \frac{1 - e^{-T_2(1+jt)} \sum_{a=0}^{N-1} \frac{[T_2(1+jt)]^a}{a!}}{\left(1 - e^{-T_2} \sum_{a=0}^{N-1} \frac{T_2^a}{a!}\right) (1+jt)^N}. \quad (7.33)$$

Величина F определяется соотношением

$$\begin{aligned} F &= 1 - \left(1 - e^{-T_2} \sum_{a=0}^{N-1} \frac{T_2^a}{a!}\right)^L \int_0^{T_1} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi_1^L(t) e^{jtx}}{2\pi} dt dx = \\ &= 1 + \sum_{i=0}^{\left[\frac{T_1}{T_2}\right]} (-1)^i \binom{L}{i} \left[e^{-T_1} \sum_{a=0}^{LN-1} \frac{(T_1 - aT_2)^a}{a!} - e^{-iT_2} \left(\sum_{a=0}^{N-1} \frac{T_2^a}{a!} \right)^i \right]. \end{aligned} \quad (7.34)$$

Как и в предыдущем алгоритме, выбором порогов T_1 и T_2 можно регулировать коэффициент участия статистик Λ_{10} и Λ_{32} в принятии решения об обнаружении ПРЦ.

При $T_2 > T_1$ алгоритм (7.84) вырождается в алгоритм (7.5), при $T_1 > T_2$ он соответствует алгоритму с межпериодным выбором максимума (7.57). Процедура *SUMSIN*, с помощью которой для заданных значений F и F_{10} или F_{32} можно вычислить оба порога, приведена в [2].

При $N > 2$ в качестве первого приближения для вероятности правильного обнаружения следует использовать оценку снизу:

$$D_{\Lambda_{52}} \geq \max(D_{\Lambda_{10}}, D_{\Lambda_{32}}), \quad (7.35)$$

где вероятности правильного обнаружения $D_{\Lambda_{10}}$ и $D_{\Lambda_{32}}$ вычисляются соответственно по формулам (7.13) и (7.58) при подстановке в них порогов T_1 и T_2 .

На рис. 7.44 приведены характеристики обнаружения комбинированного алгоритма (7.84), полученные методом статистического моделирования. Число испытаний равно 1000, полная энергия отраженных сигналов одинакова во всех ситуациях ($\rho_i = 1, i = \overline{1, L}$). С увеличением числа периодов повторения крутизна характеристик возрастает, причем поворот кривых наблюдается в области значений отношений сигнал/шум $\overline{G}_a = (12 \div 14)$ дБ при малоэлементных ПРЦ и $\overline{G}_a = (17 \div 18)$ дБ при квазигауссовом распределении числа её элементов. С ростом N вероятность правильного обнаружения для $\overline{G} > \overline{G}_a$ увеличивается. Например, выигрыш в отношении сигнал/шум на уровне $D = 0.95$ при $N = 4$ составляет 5 дБ по сравнению с $N = 1$ (рис. 7.44, а). Если $\overline{G} < \overline{G}_a$, то влияние числа периодов накопления N на характеристики противоположно.

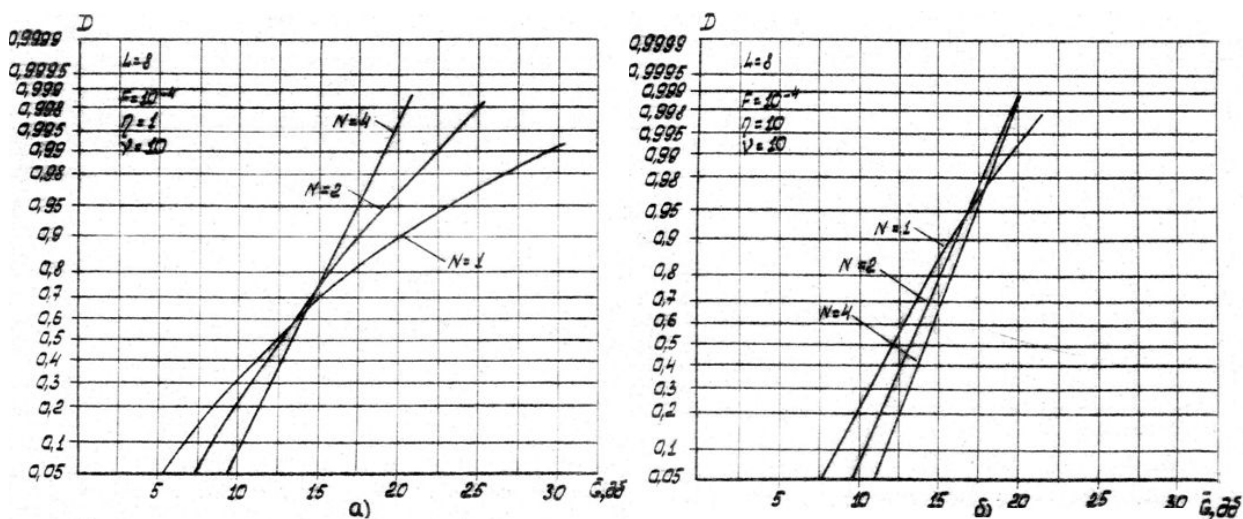


Рис. 7.44. Характеристики обнаружения алгоритма (7.84) при малоэлементном (а) и квазигауссовом (б) распределениях

Интересный случай показан на рис. 7.45, где произведение числа интервалов разрешения на число периодов повторения равно постоянной величине – $NL = 16$.

Общим является то, что при постоянном $m = NL$ с увеличением N или L растет крутизна характеристик обнаружения. Различие состоит в том, что на этот рост существенное влияние оказывает распределение числа элементов ПРЦ: он наиболее заметен у малоэлементных и с равномерным распределением, наименее – у многоэлементных и с квазигауссовым распределением. В первом случае выигрыш в отношении сигнал/шум может достигать 5 дБ. Вместе с тем увеличение N , т.е. рассредоточение суммарной энергии зондирующего сигнала на большее число периодов повторения, приводит к увеличению времени обнаружения, а при малых отношениях сигнал/шум – к снижению качества обнаружения ПРЦ.

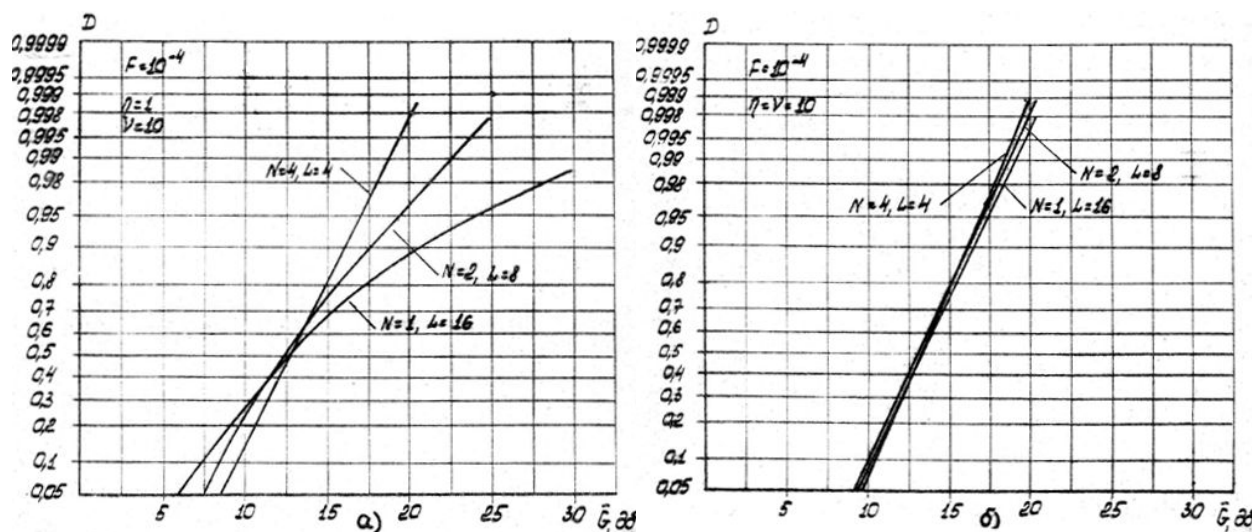


Рис. 7.45. Влияние соотношения между числом объемов разрешения и числом периодов повторения на характеристики обнаружения: а) малоэлементное, б) квазигауссовое априорные распределения

Таким образом, при использовании комбинированного алгоритма (7.84) следует ограничить число периодов повторений десятью - шестнадцатью при соответствующем уменьшении числа объемов разрешения до четырех - двух. На предельных дальностях обнаружения РЛС энергию зондирующего сигнала необходимо сосредотачивать в одиночный импульс с объемом разрешения, приближенно совпадающим с объемом, занимаемом ПРЦ.

Литература к главе 7

1. Хелстром К. Статистическая теория обнаружения сигналов / К. Хелстром: пер. с англ. Под ред. Ю.Б. Кобзарева. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1963. 431 с.
2. Исследование алгоритмов обнаружения групповой цели /Л.Г. Доросинский, В.Г. Коберниченко, М.П. Трухин/В кн. Обработка сигналов от распределённых целей в гауссовых и негауссовых помехах. Свердловск: УПИ им. С.М. Кирова, 1977.

3. Крылов В.И. Вычислительные методы / В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный. Т.1. М.: Наука, 1976. 304 с.
4. Обнаружение пространственно-распределённых целей / Г. Ван дер Спек. Зарубежная радиоэлектроника, № 9, 1972. С. 3-16.
5. Лебедев Н.Н. Специальные функции и их приложения / Н.Н. Лебедев. М.: Гостехиздат, 1953. 379 с.
6. Лезин Ю.С. Оптимальные фильтры и накопители импульсных сигналов / Ю.С. Лезин. М.: Советское радио, 1966. 448 с.
7. Прохоров Ю.В. Теория вероятностей: Основные положения. Предельные теоремы. Случайные процессы / Ю.В. Прохоров, Ю.А. Розанов. М.: Наука, 1973. 496 с.
8. Рекуррентный метод вычисления коэффициентов ряда Грама-Шарлье / Е. Бильери. ТИИЭР. Т.61, № 2. 1973.
9. Лихарев В.А. Цифровые методы и устройства в радиолокации / В.А. Лихарев. М.: Советское радио, 1973. 456 с.
10. Анализ двухэтапного обнаружителя случайного потока сигналов / Л.Г. Доросинский, М.П. Трухин. Радиотехника и электроника. Т. 23, № 10. 1978. С. 2132-2136.
11. Егорычев Г.П. Интегральное представление и вычисление комбинаторных сумм / Г.П. Егорычев. Новосибирск: Наука, 1977. 285 с.
12. Фано Р. Передача информации: Статистическая теория связи / Р.Фано : пер. с англ. Под ред. Р.Л. Добрушина. М.: Мир, 1965. 439 с.
13. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции / Г. Ван Трис : пер. с англ. М.: Советское радио, 1972-1977. Т1. Теория обнаружения, оценок и линейной модуляции / под ред. В.И. Тихонова. 1972. 744 с. Т. 3. Обработка сигналов в радио- и гидролокации и приём случайных гауссовых сигналов на фоне помех / под ред. В.Т. Горяинова. 1977. 663 с.
14. Исследование обнаружения повторяющихся сигналов в шуме при помощи накопления / Д.В. Харрингтон : Приём сигналов при наличии шума/ пер с англ. Под ред. Л.С. Гуткина. М.: Иностранная литература, 1960. 242 с.
15. Кендалл М. Теория распределений/ М. Кендалл, А. Стьюарт. М.: Наука, 1966. 706 с.
16. Алгоритм обнаружения потока разрешённых сигналов / Л.Г. Доросинский, М.П. Трухин / В кн.: Пробл. повышения эффективности и качества радиотехн. систем. Вып.1. Свердловск: изд-е УПИ, 1978. С. 47-51.

17. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б.Р. Левин. Т. 3. М.: Советское радио, 1976. 288 с.
18. Большаков И.А. Статистические проблемы выделения потока сигналов из шума/ И.А. Большаков. М.: Советское радио, 1969. 464 с.
19. Исследование квазиоптимальных алгоритмов обнаружения пространственно-распределённых целей с учетом их технической реализации/М.П. Трухин/ В кн. Проблемы качества радиотехн. Вып.3. Свердловск: изд-е УПИ, 1980.
20. Синтез и исследование алгоритмов обнаружения сигналов, отражённых от случайного числа пространственно-распределённых объектов /Л.Г. Доросинский, М.П.Трухин /В кн. Проблемы радиолокации протяженных объектов. Свердловск: изд-е УПИ,

8. ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНИВАНИЯ ОБЩЕГРУППОВЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРЦ

Наряду с задачей обнаружения в многофункциональных РЛС (МРЛС) решаются задачи, связанные с оцениванием параметров, сопровождением и распознаванием ПРЦ. Для повышения точности оценивания применяют зондирующие сигналы с небольшими объемами разрешения. Поэтому существенно возрастает общее число объемов разрешения в секторе ответственности РЛС, взаимосвязь между отраженными сигналами, как пространственная, так и параметрическая, становится также очень сложной. Обработка больших объемов радиолокационной информации даже с использованием сверхбыстродействующих стационарных ЭЦВМ, входящих в состав МРЛС, представляет трудную проблему, решению которой посвящены многочисленные работы [1, 2, 3, 4, 5, 6]. Интерес специалистов к этой проблеме не ослабевает, поскольку высоконадежных и универсальных алгоритмов пока не существует.

Настоящая глава посвящена исследованию цифровых алгоритмов обработки радиолокационных изображений, представляющих собой объединение исследованных в предыдущих главах алгоритмов обнаружения и оценивания и специфических алгоритмов распознавания изображений [7-11]. Под радиолокационным изображением понимается двумерное представление радиолокационных сигналов, например, в координатах дальность – азимут, дальность – доплеровская частота, и т.п. (см. рис. 5.11). Обработка такого изображения в конечном счете сводится к получению немногих обобщенных характеристик, т.е. эквивалентна сжатию радиолокационной информации.

Специфичность требований к сжатой (итоговой) информации состоит в том, что в результате анализа необходимо ответить на вопросы:

1. Обнаружена ли ПРЦ?
2. К какому классу целей (малоэлементной, средней или многоэлементной) она относится?
3. Какими общегрупповыми параметрами она характеризуется?

В результате исследования алгоритмов распознавания, решающих поставленные выше задачи с учетом возможностей современной вычислительной техники, получены практические рекомендации по их реализации и выбору параметров.

8.1. Алгоритмы формирования цифровой модели радиолокационного изображения

Наблюдаемое радиолокационное изображение представляет собой двумерное декартово поле, координатами которого могут быть любые радиолокационные характеристики: наклонная дальность, доплеровская частота, угловые координаты и т.п., относящиеся к отражающим элементам. Радиолокационное поле разделяется на отдельные участки – дискреты разрешения, и абсолютные координаты отраженных сигналов могут быть заменены относительными номерами дискретов – по горизонтали – номером столбца, по вертикали – номером строки (рис. 5.12). Положение отраженных сигналов в радиолокационном поле определяется размерами и конфигурацией ПРЦ. Введем следующие предположения:

1. В одном дискрете разрешения может быть не более одного элемента ПРЦ.
2. При наличии отраженного сигнала в каком-либо дискрете его первичные радиолокационные характеристики соответствуют центру дискрета разрешения.
3. Как и ранее, в дальнейшем считаем, что отраженные от элементов ПРЦ сигналы обладают одинаковой средней мощностью.

Радиолокационная информация поступает на вход специализированной ЭЦВМ в виде отсчета амплитуды с выхода нелинейного устройства, осуществляющего операцию формирования статистики $\ln B(y/\tau_{ik})$ в моменты времени, соответствующие центру дискрета разрешения с координатами (i, k) .

8.1.1. Оптимальный алгоритм выделения сигнальных дискретов

Предположим, что выполняется неравенство

$$\frac{d}{dy} [\ln B(y/\tau_{ik})] > 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, m}, \quad (8.1)$$

которое означает математическую формулировку условия: большему по величине принятому отсчету соответствует большая вероятность того, что этот отсчет – сигнальный. Тогда, составив из всех принятых отсчетов вариационный ряд, для каждого из них можно ввести соответствующую вероятность – меру принадлежности отсчета сигналу, которая постоянно убывает при увеличении его номера в этом ряду. Если точно известно число M отраженных сигналов, то, при условии равновероятности расположения элементов сложной цели на радиолокационном поле, выделение сигнальных дискретов состоит в записи в соответствующий массив координат M первых дискретов вариационного ряда. Этот алгоритм означает, что в i -ом канале на рис. 6.1 выбирается сумма, имеющая максимальное значение среди всех $\binom{L}{M}$ сумм Σx

(см. также формулу (6.13)). Следовательно, полученная таким образом дискретная модель является максимально правдоподобной оценкой радиолокационного изображения ПРЦ. В том случае, когда вероятности $P_{ik}, i = \overline{1, L}, k = \overline{1, N}$ расположения элементов ПРЦ на радиолокационном поле неодинаковы, необходимо строить вариационный ряд на основании апостериорной вероятности, т.е. использовать для ранжирования величину $P_{ik} \ln B(y/\tau_{ik})$. Дискретная модель в этом случае является оценкой максимальной апостериорной вероятности. Незнание числа элементов сложной цели, не изменяя приведенных выше алгоритмов, требует введения дополнительного блока оценивания M . Структура этого блока, его характеристики подробно рассматривались в главе 6. Здесь отметим лишь то, что критерий оценивания M и дискретной модели радиолокационного изображения должны совпадать. Отметим также, что при условии выполнения неравенства

$$\frac{d}{dy} [\ln B_{m_1}(y/\tau_{ik})] > \frac{d}{dy} [\ln B_{m_2}(y/\tau_{ik})] > 0, m_1 > m_2, \quad (8.2)$$

где m_1 и m_2 – число элементов ПРЦ в дискрете разрешения, можно получить дискретную модель при снятом предположении 1 в начале параграфа (см также параграф 6.2).

Наиболее существенным недостатком приведенного оптимального алгоритма являются большие вычислительные затраты на его реализацию. Чтобы сравнить их, необходимо обратиться к квазиоптимальным алгоритмам.

8.1.2. Квазиоптимальный алгоритм выделения сигнальных элементов

При синтезе квазиоптимального алгоритма воспользуемся условием: в практически интересных случаях для получения качественных оценок отношение сигнал/шум не должно быть ниже некоторой величины. При этом условии число сигнальных дискретов редко достигает половины общего числа дискретов. Тогда оптимальный алгоритм выделения может быть заменен квазиоптимальным алгоритмом – поддискретным сравнением всех отсчетов с некоторым заранее выбранным порогом T . Здесь наблюдается аналогия с алгоритмами обнаружения – оптимальным и выбором максимума (см. параграф 7.3).

Итак, квазиоптимальный алгоритм выделения сигнальных дискретов состоит в определении координат тех отсчетов, которые превысили порог T . Порог задается вероятностью ложной тревоги для одного дискрета разрешения.

Получим рекомендации по выбору порога. Назовем эталоном действительное расположение элементов ПРЦ на радиолокационном поле, а образом – полученное в

результате выделения на фоне шумов. Общее среднее число несовпадений \overline{L}_S между эталоном и образом равно сумме среднего числа превышения $\overline{L}_{\text{ш}}$ порога T шумом и не превышений \overline{L}_c сигналом+шумом:

$$\overline{L}_S = \overline{L}_{\text{ш}} + \overline{L}_c. \quad (8.3)$$

При использовании квазиоптимального алгоритма

$$\overline{L}_{\text{ш}} = (L - M)F, \quad \overline{L}_c = M(1 - D), \quad (8.4)$$

где L – общее число дискретов разрешения, $L = nm$; M – число сигналов; $D = 1 - \overline{D}$ – вероятность правильного обнаружения отраженного сигнала в одном дискрете.

Для релеевской модели отраженного сигнала на выходе квадратичного детектора выражение (8.3) примет вид

$$\overline{L}_S = (L - M)e^{-T} + M(1 - e^{-T/(1+g)}), \quad (8.5)$$

где $T = -\ln F$ – нормированный порог для одного дискрета.

Изменение отношения сигнал/шум не влияет на первое слагаемое в формуле (8.5), в то время как второе изменяется по экспоненциальному закону. Этот закон отчетливо проявляется на рис. 8.1, на котором показаны зависимости среднего числа несовпадений \overline{L}_S при $L = 500$, $M = 111$. Численные результаты получены путем статистического моделирования изображений при числе испытаний $Q = 100$ и $Q = 1000$. Графики отображают устойчивость результатов моделирования при $Q > 100$. При уменьшении F первое слагаемое уменьшается, доля его в \overline{L}_S существенно падает и при $F < 10^{-3}$ его можно не учитывать. Это говорит о том, что при $L - M = 389$ и $F < 10^{-3}$ случайных превышений порога шумом практически не наблюдается.

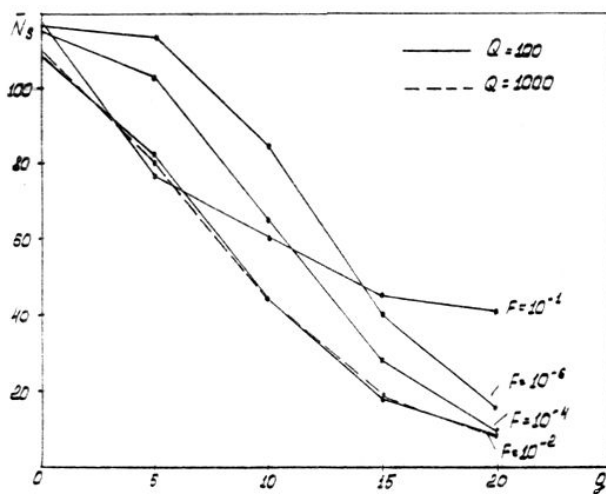


Рис. 8.1. Зависимости числа несовпадений от отношения сигнал/шум

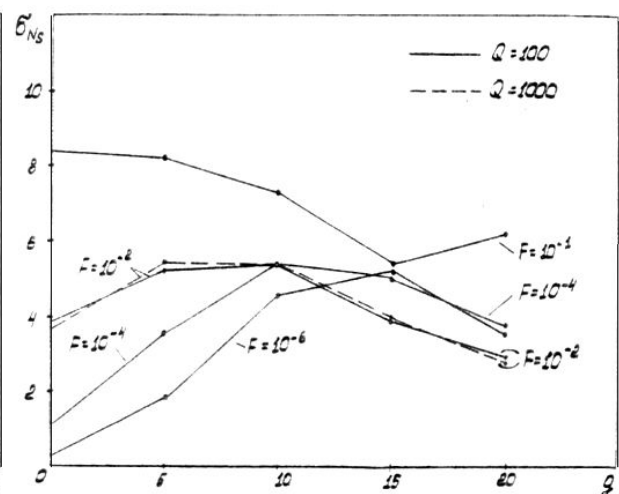


Рис. 8.2. Зависимости СКО числа несовпадений от отношения сигнал/шум

Таким образом, величину

$$F_{\text{гр}} = (L - M)^{-1} \quad (8.6)$$

следует принять за граничную вероятность ложной тревоги, выше которой ещё сколько-нибудь заметна величина $\overline{L}_{\text{ш}}$. Если $F < F_{\text{гр}}$, то L_s изменяется по экспоненциальному закону с показателем, равным $T/(1 + g) = -\ln(F)/(1 + g)$. Очевидно, при $g > -M \ln(F) = MT$ несовпадения между эталоном и образом практически не наблюдаются.

Определим вероятность ложной тревоги F_0 и, тем самым, порог T_0 , при которых для заданной величины g среднее число несовпадений минимально. Дифференцируя (8.5) по T и решая полученное уравнение относительно T_0 и F_0 , получим:

$$T_0 = \frac{g}{1 + g} \ln \frac{M}{(1 + g)(L - M)}, \quad F_0 = \left(\frac{M}{(1 + g)(L - M)} \right)^{\frac{g}{1 + g}}. \quad (8.7)$$

При средних и больших отношениях сигнал/шум ($g > 10$ дБ) можно принять

$$F_0 \simeq \frac{M}{(1 + g)(L - M)} = \frac{M}{1 + g} F_{\text{гр}}, \quad (8.8)$$

т.е. F_0 практически одного порядка с $F_{\text{гр}}$.

Введением различных весов для слагаемых в (8.3) можно определить показатель несоответствия эталона и образа

$$\overline{K}_S = c_1 \overline{L}_{\text{ш}} + c_2 \overline{L}_c. \quad (8.9)$$

Тогда выражения (8.7) можно записать в более общем виде:

$$T_0 = \frac{g}{1 + g} \ln \frac{c_2 M}{c_1 (1 + g)(L - M)}, \quad F_0 = \left(\frac{c_2 M}{c_1 (1 + g)(L - M)} \right)^{\frac{g}{1 + g}}. \quad (8.10)$$

Найдем зависимости среднеквадратичных ошибок (СКО) величины \overline{L}_S от g . Поскольку $\overline{L}_{\text{ш}}$ и \overline{L}_c статистически независимы и могут интегрироваться как результат соответствующего числа испытаний Бернулли, то дисперсия $\sigma_{L_S}^2$ равна сумме дисперсий слагаемых:

$$\sigma_{L_S}^2 = \sigma_{L_{\text{ш}}}^2 + \sigma_{L_c}^2 = (L - M)e^{-T}(1 - e^{-T}) + Me^{-T/(1+g)}(1 - e^{-T/(1+g)}). \quad (8.11)$$

Наибольшее значение СКО имеет при отношении сигнал/шум

$$\sigma_{\text{max}} = -\ln F / \ln 2 = T / \ln 2. \quad (8.12)$$

При этом значение СКО

$$\sigma_{L_{S\text{max}}} = [(L - M)e^{-T}(1 - e^{-T}) + M/4]^{1/2}. \quad (8.13)$$

Если $F < F_{\text{гр}}$ то первое слагаемое в (8.13) исчезает и максимальное значение СКО зависит только от числа элементов ПРЦ

$$\sigma_{L_{\max}} = \sqrt{M}/2. \quad (8.14)$$

При $F > F_{\text{гр}}$ СКО увеличивается незначительно (см. рис. 8.2.)

В заключение параграфа отметим следующее: чем больше элементов имеет сложная цель, тем меньше влияние разброса за счет шума на соответствие между образом и эталоном. Действительно, при правильно выбранных порогах относительное среднее число несовпадений $\overline{L_S}/M = 1 - F$ остается при увеличении числа элементов ПРЦ неизменным, а относительный разброс $\sigma_{L_{\max}}/M = 2/\sqrt{M}$ при этом уменьшается.

8.2. Алгоритмы обработки цифровой модели радиолокационного изображения ПРЦ

В результате выделения сигнальных дискретов на радиолокационном изображении остается, как правило, небольшое число отсчетов. Поскольку средние мощности отраженных сигналов считаются одинаковыми, то можно отказаться от мешающей информации, закодированной в амплитуде отсчетов, и принять, что все сигнальные дискреты имеют некоторый фиксированный, например, единичный уровень. В этом случае цифровая модель радиолокационного изображения представляет собой совокупность нулевых и единичных дискретов (рис. 8.3). Ее обработка состоит в группировании единичных дискретов и последующем оценивании общегрупповых параметров.

8.2.1. Алгоритмы группирования

Для запоминания цифровой модели, состоящей из n строк и m столбцов, необходимо иметь $L = nm$ ячеек памяти. Поскольку в реальных ситуациях большинство дискретов нулевое, то, в целях экономии памяти, необходимо запоминать лишь единичные дискреты. Алгоритм объединяет стоящие подряд в строке единичные дискреты и заносит в память номер строки, где расположена эта подгруппа, её начальный и конечный номера столбцов. Далее алгоритм группирует эти подгруппы, т.е. «собирает» из них группы.

Группа представляет собой совокупность единичных дискретов, являющихся либо соседями по столбцу, либо по строке. Например, на рис. 8.3 первая группа состоит из трех единичных дискретов (единиц), стоящих в первой строке в соседних столбцах. Точно также третья группа – это три соседних единицы во второй строке в пятом, шестом и седьмом столбцах. Пятая группа объединяет три соседние единицы, стоящие на различных строках и столбцах.

Такой алгоритм группировки является разновидностью алгоритма «ближайшего соседа» [7, 8] и означает следующее: если расстояние между центрами единичных дискретов не больше заранее заданной величины, то они должны быть отнесены к одной и той же группе

$$\Delta r_{a,b} = |r_a - r_b| \leq r_0. \quad (8.15)$$

В частности, если размер r_0 равен интервалу разрешения, то (8.15) превращается в условие «единичной связи» [7]:

$$(i_a - i_b)(j_a - j_b) = 0, \quad (8.16)$$

где i – номер строки, j – номер столбца дискрета с координатами (i, j) . Условие (8.16) является математической записью этого алгоритма группирования. Единичные дискреты с координатами (1,4) и (2,5) относятся к различным группам – первой и третьей. Также в различные группы входят дискреты (4,11) и (5,12) (см. рис. 8.1).

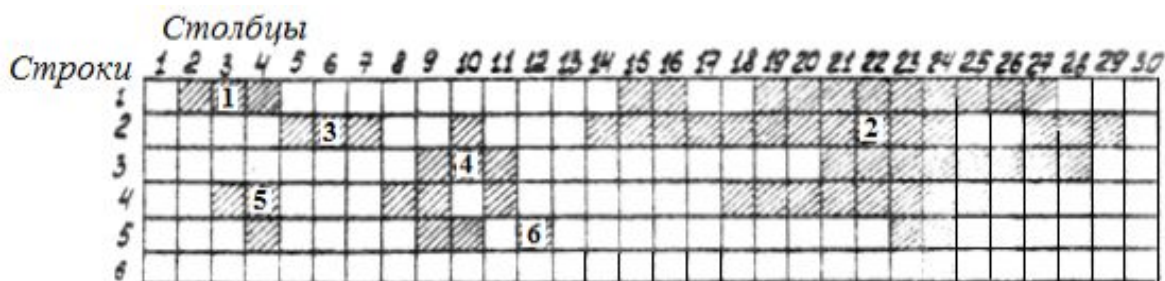


Рис. 8.3. К определению алгоритма обработки цифровой модели радиолокационного изображения ПРЦ

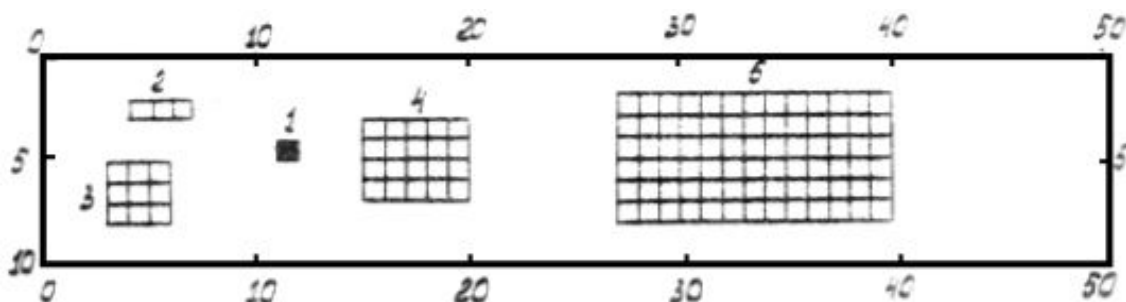


Рис. 8.4. Эталонное изображение малого примера

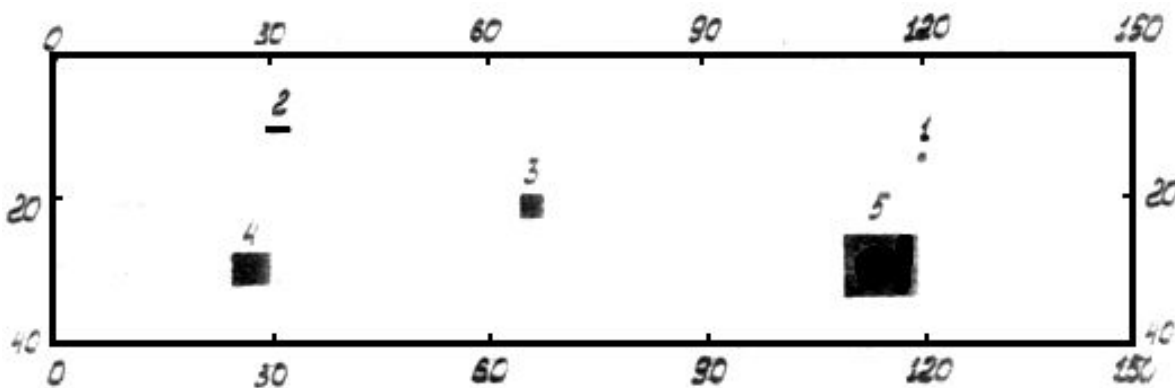


Рис. 8.5. Эталонное изображение большого примера

Описанный алгоритм группирования безразличен к тому, какова внешняя граница группы, имеются ли внутри группы пустые области (многосвязность группы), он имеет меньшую зависимость времени обработки от количественных соотношений между группами и различными размерами. В этом состоит достоинство алгоритма (8.16) по сравнению с другими, предложенными, например, в [12].

Конкретная программная реализация описанного алгоритма осуществляется двумя путями. В первом случае используется алгоритм «единичной связи» (8.16) и специальные методы снижения вычислительных затрат (упакованное хранение информации, экономичные способы реализации алгоритма) [13, 14]. Программа ИЗОБР-1 приведена в [13]. Во втором случае в программе РІСТ-1 реализован алгоритм «ближайшего соседа» (8.15), а группирование осуществляется методами теории графов (используется дерево с минимальным покрытием) [13-17].

8.2.2. Алгоритм классификации и оценивания общегрупповых параметров

Сформированные группы разделяются на пять классов по числу входящих в них единичных дискретов:

- 1) первый класс – одиночные – один дискрет,
- 2) второй класс – малоразмерные – $2 \div 4$ дискрета,
- 3) третий класс – средние – $5 \div 15$ дискретов,
- 4) четвертый класс – большие – $16 \div 50$ дискретов,
- 5) пятый класс – сверхбольшие – свыше 50 дискретов.

Отношение максимального числа дискретов группы к минимальному для всех классов примерно одинаково и близко к трем. Естественно, указания классификации групп в достаточной степени условна, но она позволяет, во-первых, получить конкретные результаты анализа, большая часть которых справедлива при других методах групповой классификации, во-вторых, от пяти классов можно легко провести редукцию на меньшее число классов. Номер класса характеризует габаритные свойства группы и рассматривается в настоящей работе как один из общегрупповых параметров.

Вторым общегрупповым параметром является «центр тяжести» группы, координаты которого определяются по формулам

$$r_y = \frac{1}{M_{\text{гр}}} \sum_{i=i_{\min}}^{i_{\max}} ik_i, \quad r_x = \frac{1}{M_{\text{гр}}} \sum_{j=j}^{j_{\max}} jk_j, \quad (8.17)$$

где $M_{\text{гр}} = \sum k_i$ – общее число элементов группы,

k_i – число элементов в i -ой строке; k_j – число элементов в j -м столбце;

$i_{min}, i_{max}, j_{min}, j_{max}$ – «габариты» группы.

Согласно (8.17), первая группа на рис. 8.3 имеет координаты второго параметра $r_x = 1, r_y = 3$, т.е. (1,3), а четвертая группа – $(3\frac{2}{3}, 9\frac{2}{3})$. Отметим, что «центр тяжести» последней группы приходится на несигнальный (нулевой) элемент разрешения. Вычисление отклонений второго общегруппового параметра состоит в определении расстояний между «центрами тяжести» эталонной и ближайшей из обнаруженных групп, выраженных в дискретах разрешения.

Таким образом, оба общегрупповых параметра фиксируют наиболее существенные характеристики группы – размер и местоположение – и с этой точки зрения представляют наибольший интерес как в тактическом отношении, так и для последующих этапов обработки радиолокационных сигналов ПРЦ.

8.3. Анализ результатов статистического моделирования алгоритмов оценивания общегрупповых параметров ПРЦ

Алгоритмы оценивания, описанные выше, были исследованы в [13, 14] на двух примерах – малом (рис. 8.4) и большом (рис. 8.5) – построения эталона радиолокационного изображения при двух видах распределений амплитуд отраженных сигналов: релейевском (5.23) и обобщенном релейевском (5.24) на входе квадратичного детектора. В обоих примерах заданы по одной группе каждого класса, в зачерненных дискретах радиолокационный сигнал равен сумме отраженного сигнала и шума, а пустых – только одного шума. Вследствие приемлемых затрат машинного времени малый пример анализировался в более широком диапазоне изменения параметров, чем большой. Как правило, число испытаний Q было равно 100, в некоторых случаях оно выбиралось в 10 раз больше. Сравнение результатов, полученных в том и другом случае, привело к выводу, что при $Q = 100$ усредненные по числу испытаний характеристики алгоритмов оценивания общегрупповых параметров найдены с точностью, достаточной для проведения последующего анализа. На всех рисунках графики изображены в виде ломанных линий, состоящих из отрезков прямых, соединяющих вычисленные в эксперименте точки. Этот прием позволяет получить более наглядное графическое изображение исследуемых зависимостей при ограниченном числе экспериментальных точек.

При анализе алгоритмов оценивания общегрупповых параметров использовались следующие характеристики групп и классов:

1. Абсолютные \overline{N}_l , $l = \overline{1,5}$ и относительные $\overline{N}_{грl} = \overline{N}_l/N_{этl}$, $l = \overline{1,5}$, средние значения числа обнаруженных групп в каждом классе.
2. Вероятность необнаружения \overline{P}_l групп l -го класса.
3. Среднее отклонение $\overline{\Delta r_l}$ общегруппового параметра обнаруженной группы l -го класса от действительного параметра, задаваемого эталоном.
4. Среднее число M_{l1} ненулевых дискретов группы l -го класса.
5. Среднее число несовпадений \overline{L}_S дискретов разрешения между эталоном и образом (см. пункт 8.1.2).

8.3.1. Сравнение оптимального и квазиоптимального алгоритмов выделения сигнальных дискретов

Оптимальный алгоритм синтезирован для выделения всей совокупности сигнальных дискретов, и в этом смысле он придает каждому из них одинаковые веса (см. условие 1 параграфа 8.1). При группировании эта равноценность дискретов приводит к неодинаковому участию групп различных классов в общей статистике оценивания числа сигнальных дискретов, определяемого числом дискретов групп. Следовательно, оптимальный алгоритм выделения сигнальных дискретов в большей степени настроен на распознавание групп старших классов. Однако, выбрав некоторое значение вероятной ложной тревоги F^* , близкое к F_0 , можно получить более качественные характеристики распознавания групп младших (первого, второго, частично третьего) классов, если в некоторой мере снизить требования к качеству распознавания групп старших классов. С увеличением отношения сигнал/шум влияние подобного приема на характеристики уменьшается и уже при $g > 15$ дБ оно практически незаметно. Эти общие положения наглядно иллюстрируются рис. 8.6, на котором представлены результаты моделирования обоих алгоритмов при обработке образа малого примера. Следует отметить, что время моделирования при использовании оптимального алгоритма в 11,3 раза больше, чем квазиоптимального. Во втором случае величина F выбрана такой, которая обеспечивает наилучшее качество распознавания групп всех классов.

Сравнение графиков зависимостей приводит к следующим выводам:

а) применение оптимального алгоритма выделения сигнальных дискретов может быть рекомендовано при распознавании групп старших классов, то есть ПРИ с числом элементов более $5 \div 10$, при малых отношениях сигнал/шум ($g < 10$ дБ). При этом межгрупповое расстояние должно быть задано в диапазоне $(2 \div 3)$ дискрета;

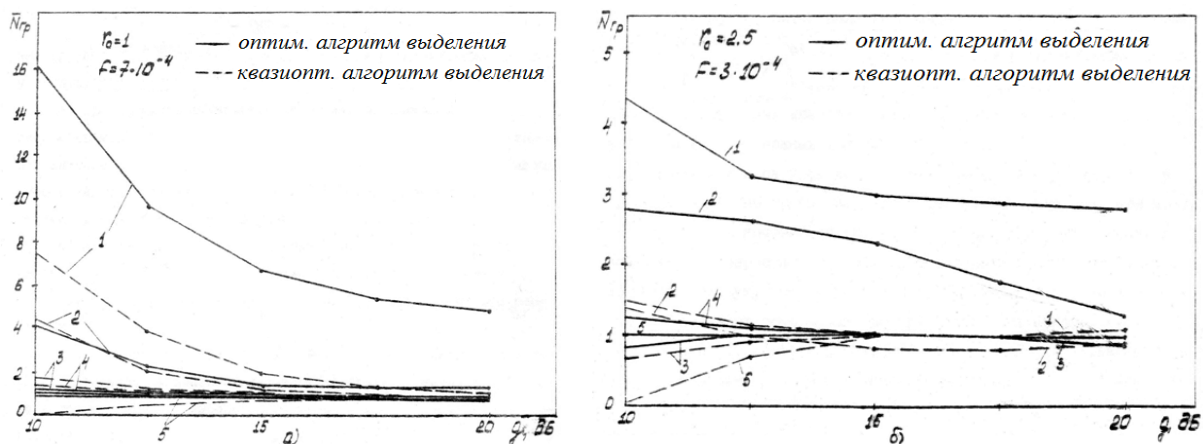


Рис. 8.6. Сравнение характеристик оценивания числа групп при различных межгрупповых расстояниях: а) $r_0 = 1$; б) $r_0 = 2,5$

б) в остальных случаях необходимо использовать квазиоптимальный алгоритм выделения сигнальных дискретов при соответствующих значениях вероятности ложной тревоги F^* и межгрупповом расстоянии r_0^* .

Итак, наибольший практический интерес представляют характеристики оценивания квазиоптимального алгоритма, результаты анализа и рекомендации по выбору параметров F^* и r_0^* которого приводятся ниже.

8.3.2. Характеристики оценивания при использовании квазиоптимального алгоритма выделения сигнальных дискретов и релейской модели отраженного сигнала

На рис. 8.7 представлены зависимости вероятности необнаружения групп различных классов в малом примере для крайних значений вероятностей ложной тревоги $F = 10^{-1}$ и $F = 10^{-6}$ ($r_0 = 1$).

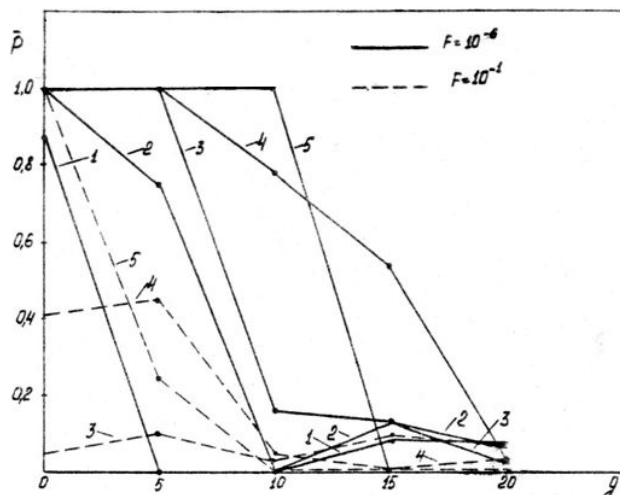


Рис. 8.7. Зависимости вероятности необнаружения групп в малом примере от отношения сигнал/шум

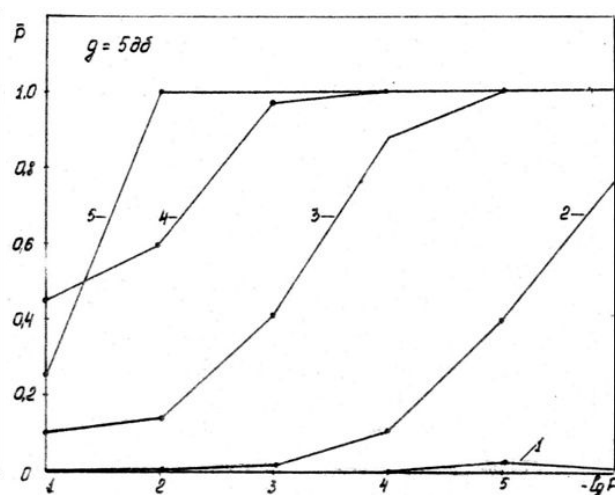


Рис. 8.8. Зависимости вероятностей необнаружения групп от вероятности ложной тревоги в малом примере

Группы, относящиеся к более старшему классу, обнаруживаются, в основном, хуже по сравнению с группами младших классов. При малых $F \ll F_{гр}$ увеличение отношения сигнал/шум g приводит к тому, что величина D возрастает, но для групп младших классов от 10 до 15 дБ происходит ухудшение обнаружения. При таких отношениях сигнал/шум начинают обнаруживаться группы старших классов (четвертого и пятого), которые ранее, при малых g , были раздроблены и воспринимались как группы младших классов. При уровне g выше 15 дБ все классы имеют тенденцию к улучшению качества обнаружения.

Для больших вероятностей ложной тревоги ($F > F_{гр}$) младшие классы хорошо обнаруживаются во всем диапазоне отношений сигнал/шум, а все классы – начиная с уровня 8 ÷ 9 дБ. Отличительной особенностью этого случая является не очень высокое качество обнаружения групп третьего класса. Для всех вероятностей ложных тревог $10^{-1} \leq F \leq 10^{-6}$ группы пятого класса, начиная с некоторого g , обнаруживаются с вероятностью, близкой к единице, например, при $F = 10^{-1}$ – с 10 дБ и выше, а при $F = 10^{-6}$ – с 15 дБ.

Зависимости вероятности необнаружения групп от уровня F при фиксированном отношении сигнал/шум ($g = 5$ дБ), представленные на рис. 8.8 также показывают увеличивающуюся с возрастанием номера класса вероятность необнаружения. При малых F появляются случаи необнаружения групп даже первого класса. При больших F группы пятого класса обнаруживаются лучше, чем группы четвертого класса. Это происходит вследствие большого числа шумовых ненулевых элементов разрешения, которые объединяются в группы сверхбольшого размера. Теснота расположения групп на информационном поле приводит к тому, что некоторые группы объединяются за счет ненулевых шумовых элементов и переходят в другой класс. Следовательно, вероятность ложных тревог F^* для малого примера должна быть не выше $F_{гр}$, в противном случае группы старших классов обнаруживаются за счет групп младших классов. К аналогичному выводу приводит анализ характеристик оценивания в большом примере.

Разница в пороговом сигнале при одних и тех же условиях обнаружения наиболее значительна между первым и вторым классами, на уровне $D = 0.8$, $F = 10^{-6}$ она равна (5 ÷ 6) дБ. Чуть меньше различие наблюдается между вторым и третьим, а также четвертым и пятым классами.

Определенный интерес вызывают зависимости вероятности необнаружения групп от номера класса, построенные для малого примера на рис. 8.9. При малых

отношениях сигнал/шум ($0 \div 5$ дБ) наблюдается в среднем ухудшающееся качество обнаружения групп с возрастанием номера класса (от единицы для первого до нуля для пятого). При средних и больших отношениях сигнал/шум наиболее примечательно плохое качество обнаружения групп четвертого класса. Например, при $g \sim (10 \div 15)$ дБ вероятность обнаружения группы четвертого класса равна 0,4, а при $g \sim (15 \div 20)$ дБ – 0,8, в то время как другие классы имеют вероятность обнаружения не хуже 0,95 (рис. 8.9,а).

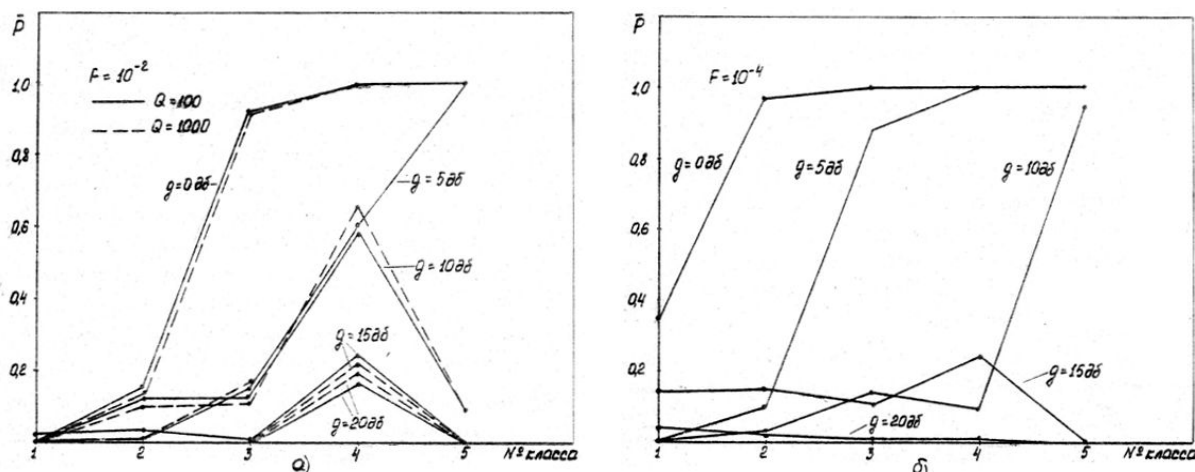


Рис. 8.9. Зависимости вероятности необнаружения группы от номера класса в малом примере:
а) $F = 10^{-2}$; б) $F = 10^{-4}$

При уменьшении вероятности ложной тревоги с 10^{-2} до 10^{-4} (см. рис. 8.9,б) четвертый класс уже не так выделяется на фоне других классов, особенно для больших и малых отношений сигнал/шум. Значительно хуже обнаруживаются группы первого класса, происходит естественный сдвиг всех зависимостей влево от старших классов к младшим.

Отличие большого примера от малого состоит в том, что в этом случае при тех же параметрах наихудшим качеством обнаружения обладают группы третьего класса. Такой переход от четвертого к третьему классу объясняется гораздо меньшим влиянием межгрупповых расстояний в большом примере на группировку ненулевых дискретов при $F > F_{гр}$. При уменьшении вероятности ложной тревоги ($F < F_{гр}$) этот эффект, как и в малом примере, исчезает. Таким образом, вероятность обнаружения группы существенно зависит от вероятности ложной тревоги для одиночного сигнала, которая должна выбираться не больше $F_{гр}$. В противном случае резко уменьшается вероятность обнаружения групп третьего и четвертого, т.е. средних классов. Если же $F < F_{гр}$, то, как правило, наихудшее качество обнаружения при средних отношениях сигнал/шум имеют группы первого и четвертого-пятого классов. При малых отношениях сигнал/шум ($g = 0 \div 10$ дБ) группа обнаруживается тем хуже, чем больше

номер ее класса, при больших ($g > 20$ дБ) – группы всех классов обнаруживаются практически всегда.

Рассмотрим, как влияют параметры обнаружения F и g на количество обнаруживаемых групп в обоих примерах. В малом примере при $F > F_{гр}$ число обнаруженных групп первого и второго классов велико и с возрастанием отношения сигнал/шум ниже некоторых значений не уменьшается. Для первого класса это значение равно 15,6, для второго – 4,8, для третьего – 1,5 (рис. 8.10). Поскольку дополнительные группы возникают при больших g только за счет шума, то можно сказать, что примерно половина шумовых ненулевых отсчетов, среднее число которых в этом случае равно 38.9, идет на формирование групп первого класса, столько же – на формирование групп второго класса и примерно 10% – на группы третьего класса. По этой же причине СКО числа таких групп не зависит от g , как это показано на рис. 8.11 ($F = 10^{-1}$) штриховыми линиями. Даже число групп четвертого класса при такой большой ложной тревоге имеет смещенное выборочное среднее, а его СКО также постоянно при больших g . Группы пятого класса обнаруживаются точно, начиная с $g = 10$ дБ. При малых отношениях сигнал/шум наибольшее число групп имеют младшие классы, а наименьшее – старшие классы.

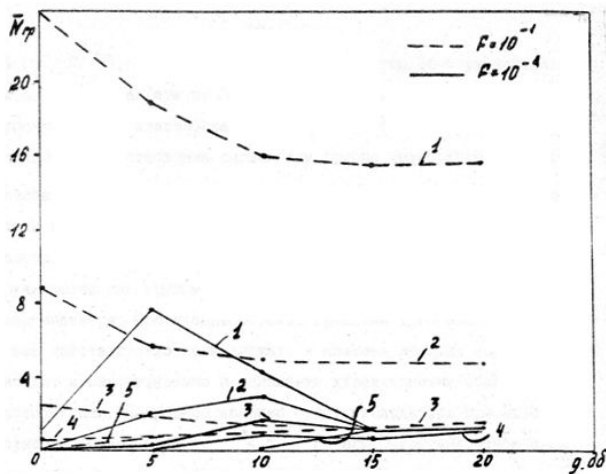


Рис. 8.10. Зависимости среднего числа групп в классе от отношения сигнал/шум в малом примере

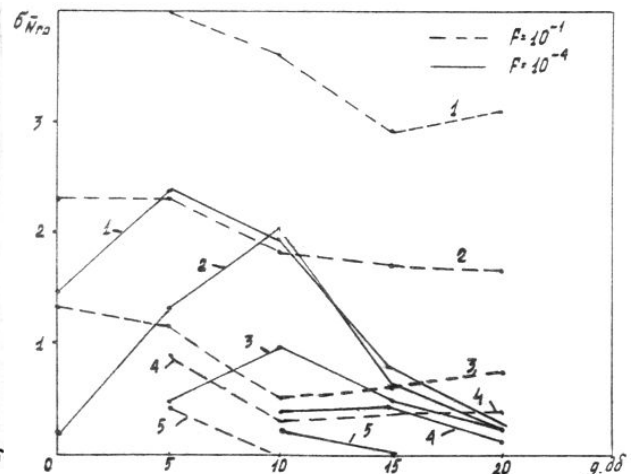


Рис. 8.11. Зависимости СКО среднего числа групп в классе от отношения сигнал/шум в малом примере

При $F < F_{гр}$ резко изменяется количество обнаруженных групп и их зависимость от отношения сигнал/шум. Для первого класса при $g = 5$ дБ оно уменьшается, например в 2,5 раза. Начиная с $g = 10$ дБ при его дальнейшем увеличении число групп стремится к истинной величине, а при $g > 15$ дБ оно практически равно ей для всех классов, кроме четвертого (см. рис. 8.10). СКО среднего числа групп также стремится в

этом случае ($F = 10^{-4}$) к своему асимптотическому значению – нулю – и при $g > 15$ дБ не превышает 0,8, а при $g > 20$ дБ – 0,3.

Наибольшее лишнее число групп обнаруживается при отношениях сигнал/шум от 5 до 10 дБ. В этом диапазоне алгоритмам группирования и классификации работать наиболее трудно: вследствие небольшого отношения сигнал/шум группы четвертого и пятого классов обнаруживаются плохо, они дробятся на отдельные небольшие скопления, которые воспринимаются алгоритмом как группы меньших классов, группы третьего и второго классов по этой же причине обнаруживаются как группы второго или первого класса или вообще не обнаруживаются. Происходит переход групп из того класса, к которому они действительно принадлежат, к классам меньших номеров, что приводит к перепутыванию и наложению характеристик обнаружения и классификации. Подобное явление будет наблюдаться при любой вероятности ложной тревоги $F^* < F_{гр}$, но при различных отношениях сигнал/шум, особенно для первого класса.

Этот вывод подтверждается зависимостями среднего числа групп в классе от отношения сигнал/шум в большом примере, изображенными на рис. 8.12. Здесь при уменьшении F с 10^{-4} до 10^{-6} отношение сигнал/шум, при котором число групп первого класса максимально, увеличилось с 5 дБ до 10 дБ, причем само это максимальное число изменилось незначительно – с 9,5 до 8,2. На других классах уменьшение F сказалось еще в меньшей степени. Отметим, что максимальное число групп как первого, так и второго классов при одинаковой вероятности ложной тревоги ($F = 10^{-4} < F_{гр}$) для малого и большого примеров остается примерно одинаковым, соответственно 7,8 и 9,5, 3,0 и 4,8, хотя общие размеры радиолокационного изображения увеличились в 6 раз.

Таким образом, при $F < F_{гр}$ среднее число обнаруженных групп практически не зависит от размеров радиолокационного изображения и целиком определяется при малых и средних отношениях сигнал/шум размерами и конфигурацией групп. Изменение F в диапазоне $(0, F_{гр})$ почти не сказывается на количественных соотношениях между средним числом m групп обнаруживаемых классов, приводя лишь к смещению по оси отношений сигнал/шум характеристики оценивания. Следовательно, выбор очень низкой вероятности ложной тревоги с точки зрения наилучшего соответствия числа обнаруженных групп действительному не оправдан. Величина её должна быть примерно одного порядка с $F_{гр}$.

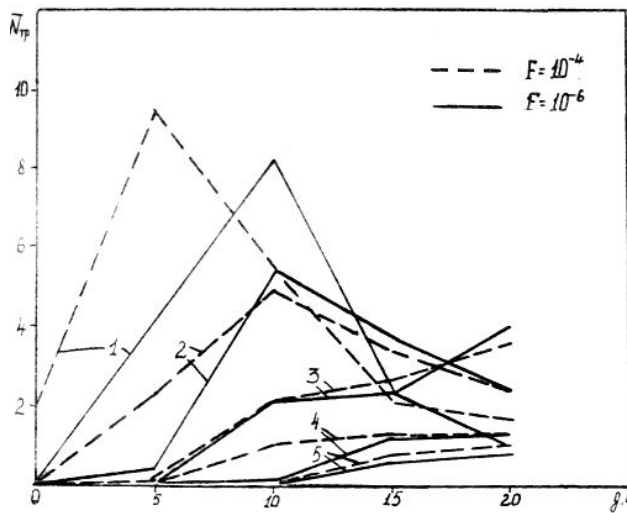


Рис. 8.12. Зависимости среднего числа групп в классе от отношения сигнал/шум в большом примере

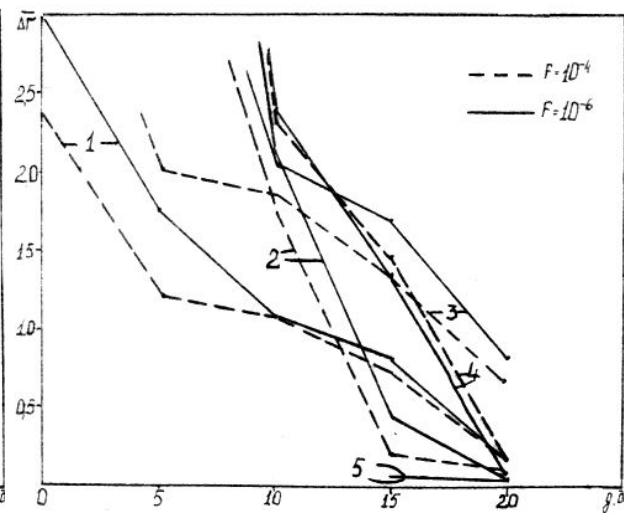


Рис. 8.13. Зависимости средней ошибки определения общегруппового параметра от отношения сигнал/шум в большом примере

Рассмотрим зависимости средней ошибки определения общегруппового параметра $\overline{\Delta r}$, представляющего, как было сказано ранее, отклонение от центра тяжести группы, от отношения сигнал/шум и номера класса. Величина $\overline{\Delta r}$ на графиках имеет размерность дискрета разрешения. Приведенные на рис. 8.14 характеристики говорят о том, что при большой вероятности ложной тревоги $F > F_{гр}$ и увеличении отношения сигнал/шум ошибка $\overline{\Delta r}$ у групп всех классов не уменьшается, а у некоторых классов даже возрастает. Не уменьшается с увеличением сигнал/шум и СКО средней ошибки, например, его значение велико (даже аномально) у групп второго класса. Шумовые выбросы при большой ложной тревоге, помогая раньше обнаружить группы, не позволяют достаточно точно определить их местоположение.

Уменьшение вероятности ложной тревоги ($F < F_{гр}$), приводит, естественно, к резкому возрастанию средних ошибок определения общегруппового параметра $\overline{\Delta r}$ при малых отношениях сигнал/шум. Однако в этом случае существенно уменьшаются ошибки $\overline{\Delta r}$ при больших отношениях сигнал/шум.

Например, при $F = 10^{-4}$ и $g = 15$ дБ величина $\overline{\Delta r} < 0,35$, а при $g = 20$ дБ практически равна нулю для всех классов, т.е. местоположение групп определяется точно. Этот вывод также подтверждают зависимости СКО при $F = 10^{-4}$, показанные на рис. 8.15 сплошными линиями, сходящимися практически к нулю при $g \geq 20$ дБ. Дальнейшее уменьшение F ($F \ll F_{гр}$) не приводит к существенному изменению зависимости средних ошибок $\overline{\Delta r}$, лишь в небольшой степени поднимая их на одинаковую величину при всех отношениях сигнал/шум.

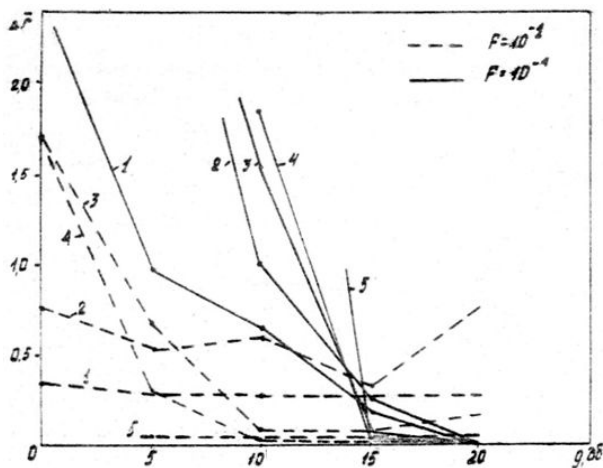


Рис. 8.14. Зависимости средней ошибки определения общегруппового параметра от отношения сигнал/шум в малом примере

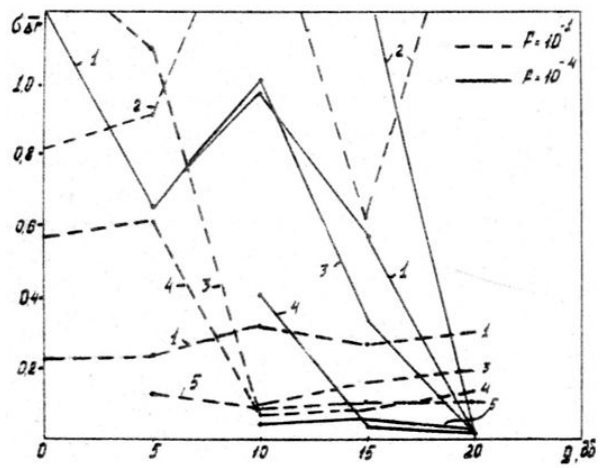


Рис. 8.15. Зависимость СКО определения общегруппового параметра от отношения сигнал/шум в малом примере

Сравнение малого (см. рис. 8.14) и большого (см. рис. 8.13) примеров приводит к следующим общим выводам: при $F < F_{гр}$ группы первого класса обнаруживаются на своих действительных местах достаточно точно при отношениях сигнал/шум $g > 15$ дБ ($\overline{\Delta r} < 1,2$), группы второго, третьего и четвертого классов – начиная с 10 дБ ($\overline{\Delta r} < 2$), а группы пятого класса – с 15 дБ. Пятый класс отличается тем, что, если группы этого класса обнаружены, то это наверняка группы пятого класса с тем же самым общегрупповым параметром. Таким образом, и с точки зрения наименьшей ошибки в определении общегруппового параметра вероятность ложной тревоги F должна быть ниже $F_{гр}$ и не очень существенно отличаться от неё. При выполнении этого условия группы всех классов имеют ошибку $\overline{\Delta r}$ при $g = 15$ дБ меньше 1,7, при $g = 20$ дБ – меньше 0,8 дискрета.

Границами изменения величины r_0 в алгоритме «ближнего соседа» являются единица и минимальное межгрупповое расстояние, которое априори, как правило, неизвестно. Выбор того или иного значения r_0^* в этом диапазоне при соответствующем подборе вероятности ложной тревоги F^* практически не сказывается на характеристиках оценивания. Поэтому, не рассматривая подробно результаты исследований, приведем окончательные рекомендации по выбору параметров F_M^* и r_{0M}^* в малом примере (табл. 8.1). При анализе других изображений переход должен выполняться по формулам

$$F^* = F_M^* \frac{F_{гр}}{F_{грM}}, \quad r_0^* = r_{0M}^*. \quad (8.18)$$

Таблица 8.1

Настраиваемые параметры квазиоптимального алгоритма выделения ПРЦ

Межгрупповое расстояние, r_0^*	Отношение сигнал/шум (дБ)	Распознаваемые классы	Вероятность ложной тревоги F^*
1	10	3÷5	$(5.0÷8.9)10^{-2}$
	15	2÷5	$(6.5÷11)10^{-3}$
	20	1÷5	$(0.5÷7.0)10^{-4}$
1.5	10	3÷5	$(2.2÷7.8)10^{-2}$
	15	2÷5	$(1.3÷3.0)10^{-3}$
	15	1÷5	$(0.5÷1.0)10^{-3}$
	20	1÷5	$(0.5÷3.0)10^{-4}$
2	10	3÷5	$(1.1÷5.9)10^{-2}$
	15	2÷5	$(1.0÷7.0)10^{-3}$
	20	1÷5	$(3.0÷7.0)10^{-5}$
2.5	10	3÷5	$(1.1÷3.3)10^{-2}$
	15	2÷5	$(0.7÷7.0)10^{-3}$
	15	1÷5	$(1.0÷5.0)10^{-5}$
	20	2÷5	$(1÷11)10^{-3}$
	20	1÷5	$(0.7÷3.0)10^{-4}$
	20	1÷5	$(0.1÷7.0)10^{-5}$

8.3.3. Влияние когерентной составляющей в отраженном сигнале на характеристики оценивания

Если отраженный сигнал, помимо диффузной, имеет когерентную составляющую, то амплитуда его огибающей распределена по обобщенному релеевскому закону (5.24). Величина, обозначенная далее a , и характеризующая уровень когерентности, определяется соотношением (5.20). Значения a принимаются равными 1, 2 и 5. В частности, при $a = 5$ амплитуда отраженного сигнала практически распределена по нормальному закону.

Как и при релеевском распределении, в данном случае также имеется такое значение вероятности ложной тревоги F_0 (естественно зависящее от r_0), при котором число несовпадений \overline{L}_S между эталоном и образом минимально. Для определения \overline{L}_S следует использовать выражение (8.7), учитывая, что вероятность превышения порога T сигналом+шумом равна

$$D = \frac{1}{2\sigma^2} \int_T^\infty \exp\left\{-\frac{A^2 + \alpha^2\sigma^2}{2\sigma^2}\right\} I_0(aA/\sigma) dA, \quad (8.19)$$

где $2\sigma^2$ – мощность диффузной составляющей.

Результаты статистического моделирования показывают, что при высоких вероятностях ложных тревог ($F \gg F_{гр}$) увеличение уровня когерентности в отраженном

сигнале приводит к безусловному уменьшению \overline{L}_S . При вероятностях, близких к $F_{гр}$, возрастание a вызывает увеличение \overline{L}_S при малых и резкое уменьшение при средних и больших отношениях сигнал/шум. В последнем случае качество обнаружения и оценивания радиолокационного изображения с увеличением величины непрерывно улучшается. При очень малой вероятности ложной тревоги ($F \ll F_{гр}$) влияние параметра a сказывается, в основном, только при больших отношениях сигнал/шум.

Отметим, что при $g < 10$ дБ вероятность обнаружения групп младших классов с увеличением a уменьшается, а старших классов – возрастает, причем, чем больше, тем существеннее (рис. 8.16 и рис. 8.17). Следовательно, если имеется возможность влияния на уровень когерентности отраженного сигнала, то с точки зрения наибольшей вероятности обнаружения групп следует выбирать величину a максимальной при $g > 10 \div 15$ дБ и, наоборот, минимальной (использовать только диффузное отражение) при $g < 10$ дБ (рис. 8.18). Этот вывод справедлив при вероятностях ложных тревог $F < F_{гр}$. Если $F > F_{гр}$, то величина a практически не влияет на вероятность обнаружения групп.

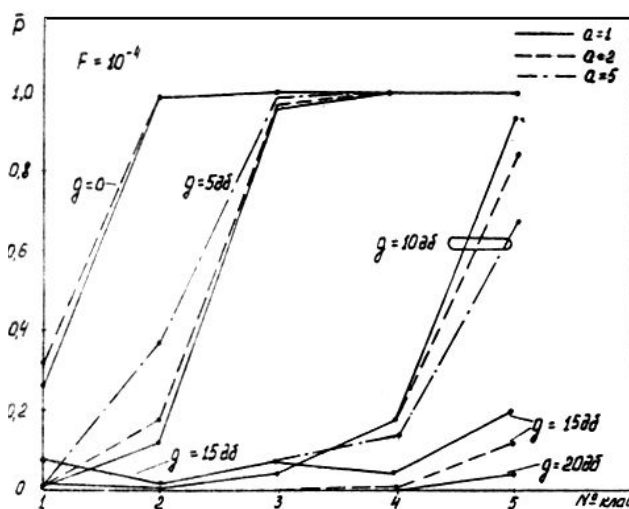


Рис. 8.16. Зависимости вероятности необнаружения группы от номера класса в большом примере

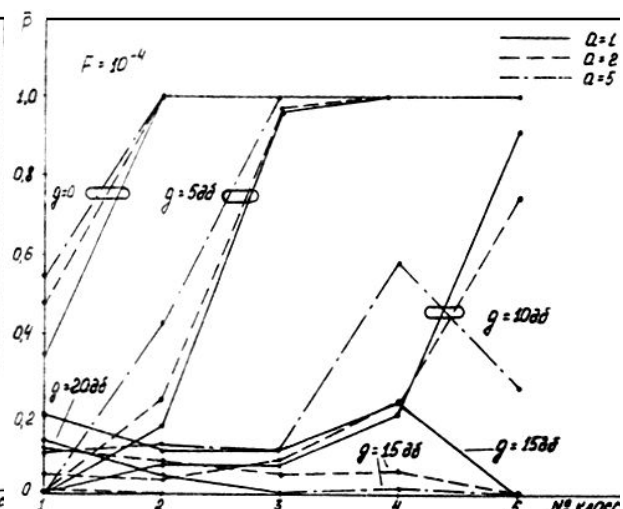


Рис. 8.17. Зависимости вероятности необнаружения группы от номера класса в малом примере

Влияние уровня когерентности на значение отклонений в определении «центра тяжести» групп носит аналогичный характер (рис. 8.19): при $g > 15$ дБ и $a = 5$ местоположение групп всех классов определяется практически точно, а при $g > 18$ дБ в малом примере из 100 испытаний не было ни одного отклонения образа от эталона ни в одном из 500 дискретов разрешения.

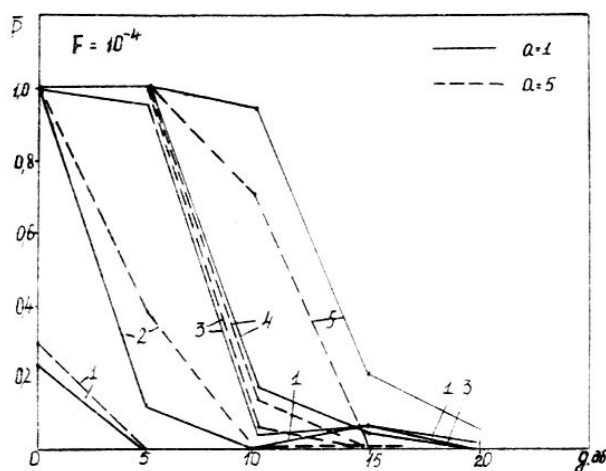


Рис. 8.18. Зависимости вероятности необнаружения группы от отношения сигнал/шум в большом примере

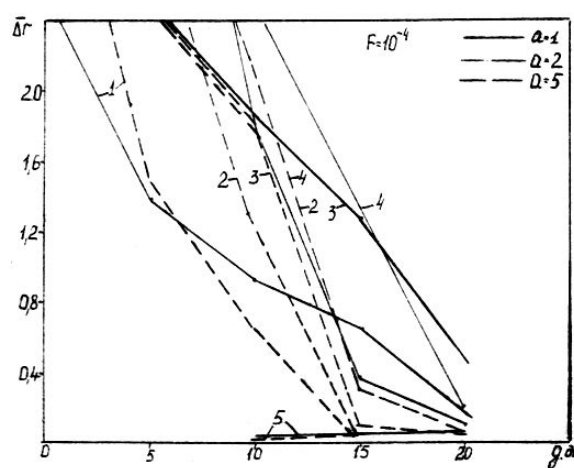


Рис. 8.19. Зависимости средней ошибки определения общегруппового параметра от отношения сигнал/шум в большом примере

Итак, при больших вероятностях ложной тревоги ($F > F_{гр}$) алгоритмы безразличны к уровню когерентности отраженного сигнала. При малых вероятностях ложной тревоги ($F < F_{гр}$) влияние величины a двояко: при малых отношениях сигнал/шум ($g < 10 \div 15$ дБ) возрастание a ухудшает характеристики обнаружения и оценивания, при средних и больших – улучшает их.

Литература к главе 8

1. Справочник по радиолокации/ М. Сколник и др.: Пер. с англ. Под ред. К.Н. Трофимова. Т.4. Радиолокационные станции и системы. М.: Советское радио.1978. 376 с.
2. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции / Г. Ван Трис : пер. с англ. Т. 3. Обработка сигналов в радио- и гидролокации и приём случайных гауссовых сигналов на фоне помех / под ред. В.Т. Горяинова. М.: Советское радио, 1977. 663 с.
3. Кузьмин С.З. Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации / С.З. Кузьмин. М.: Советское радио, 1974. 432 с.
4. Слока В.К. Вопросы обработки радиолокационных сигналов / В.К. Слока. М.: Советское ради, 1970. 256 с.
5. Лихарев В.А. Цифровые методы и устройства в радиолокации / В.А. Лихарев. М.: Советское радио, 1973. 456 с.
6. Моделирование в радиолокации / А.И. Леонов, В.Н. Васенев, Ю.И. Гайдуков и др.; под ред. А.И. Леонова. М.: Советское радио, 1979. 244 с.
7. Дуда Р. Распознавание образов и анализ сцен / Р. Дуда, П. Харт; Пер с англ. М.: Мир, 1976. 511 с.

8. Патрик Э. Основы теории распознавания образов / Э. Патрик; пер с англ. под ред. Б.Р. Левина. М.: Советское радио, 1980. 408 с.
9. Ковалевский В.А. Методы оптимальных решений в распознавании изображений / В.А. Ковалевский. М.: Наука, 1976. 328 с.
10. Розенфельд А. Распознавание и обработка изображений с помощью вычислительных машин / А. Розенфельд ; пер с англ. М.: Мир, 1972. 230 с.
11. Загоруйко Н.Г. Методы распознавания и их применение / Н.Г. Загоруйко. М.: Советское радио, 1972. 206 с.
12. Обобщённая вторичная обработка радиолокационной информации / Я.А. Фурман, И.П. Цивлин /Обработка сигналов от распределённых целей при гауссовых и негауссовых помехах: Тр. межведом. семинара. Свердловск, 1977. С. 21-22.
13. Оптимальное обнаружение-оценивание групповой цели в условиях априорной неопределённости / Вестн. УГТУ-УПИ. Проект. и анализ радиотехн. и инф. систем. Серия радиотехн. №21 (71). Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2005, С.69-74.
14. Анализ алгоритма «единичной связи» для автоматической группировки деталей изображения / Л.Г. Доросинский, М.П. Трухин. В кн.: Проблемы повышения эффективности и качества радиотехнических систем. Вып. 2. Свердловск: Изд-е УПИ, 1979. С. 47-50.
15. Эффективные методы рекуррентного формирования оптимальной статистики обнаружения групповой цели/ М.П. Трухин, С.И. Тимошенко/Деп. в ВИНТИ, 1988. № 847-В 88
16. Анализ показателей эффективности обнаружителей-измерителей параметров групповой цели при использовании сложных ФМ-сигналов/ М.П. Трухин, Л.Т. Меведева / В кн.:Всесоюзн. конф. по распредел. объектам. Свердловск: изд-е УПИ, 1989.
17. Оптимальное обнаружение-оценивание групповой цели в условиях априорной неопределённости Вестник ГОУ ВПО УГТУ-УПИ. Проектирование и анализ радиотех. и инф. систем. Серия радиотехн. №21(71). Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2005, С. 69-74.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Для преодоления традиционной и неформализуемой проблемы отыскания признаков, которые следует использовать при классификации, в работе предлагается методология определения признаков, основанная на получении выражений вектора достаточных статистик в каждой конкретной ситуации наблюдения и преобразования названного вектора таким образом, чтобы сохранить все те его параметры, априорными сведениями о которых классификатор располагает или которым может быть "обучен" в результате рабочеподобного обучения.

2. Принятая методология классификации опирается на понятие достаточной статистики, поскольку вектор достаточных статистик является оптимальным набором признаков, позволяющим решить поставленную задачу наилучшим образом в рамках критерия минимума среднего риска. В то же время формирование названного вектора наталкивается на практически непреодолимые трудности из-за очень большой априорной неопределённости. В связи с этим целесообразно искать признаки классификации, начиная с вектора достаточных статистик путём его последовательного упрощения, постепенно отказываясь от тех деталей и тонких особенностей, которые недоступны классификатору в условиях реальной работы.

Отражающие свойства пространственно-распределённой цели моделируются комплексной функцией отражения, имеющей две составляющих. Одна из них описывает диффузионное отражение и является непрерывной функцией координат поверхности цели, а вторая составляющая вызвана наличием в конструкции ПРЦ центров интенсивного отражения электромагнитных волн, которая хорошо аппроксимируется совокупностью «блестящих» точек, расположенных на поверхности цели.

Для заданной модели отражающих свойств ПРЦ на основе байесовского подхода решена задача многоальтернативной проверки гипотез применительно к наблюдению совокупности целей системой космических РЛС. При этом предполагалось, что приём осуществляется на фоне аддитивного гауссовского шума и закон движения наблюдаемой цели известен. Получено выражение для элементов вектора достаточных статистик, представляющих собой логарифмы отношений правдоподобия для всех возможных классов целей. Предложена структурная схема устройства, обеспечивающего формирование достаточных статистик.

Показано, что формирование вектора признаков должно осуществляться в два этапа:

По данным каждой РЛС, входящей в систему, методом искусственного синтеза апертуры формируется радиолокационное изображение наблюдаемой цели;

Вектор полученных РЛИ обрабатывается таким образом, чтобы сформировать вектор достаточных статистик. Формирование достаточной статистики осуществляется с помощью двухканального устройства. В одном канале формируется логарифм отношения правдоподобия для диффузионной составляющей сигнала, отражённого к-й целью, на фоне шума. Второй канал вычисляет логарифм отношения правдоподобия для сигнала, отражённого «блестящими» точками к-й цели, на фоне шума и диффузной отражающей сигнала.

3. Разработана методика оценки потенциальной точности классификации пространственно-распределенных целей по данным РЛС бокового обзора с синтезированной апертурой. Анализ эффективности классификации, выполненный по предложенной методике для типовых пространственно-распределенных целей, отличающихся размерами и удельной ЭПР, показывает, что для обеспечения удовлетворительной эффективности классификации ($P_{пр} > 0.9$) при разрешении порядка 20 – 30м достаточно, чтобы цели различались по размерам на 25 – 30% и общей ЭПР на 3дБ.

4. Рассмотрены возможности повышения эффективности распознавания при комплексной классификации ПРЦ по данным нескольких средств наблюдения. Применение коллективного распознавания позволяет решить задачу классификации с требуемой эффективностью практически для любых целей ценой увеличения времени наблюдения и/или числа КА.

5. Предложена математическая модель радиолокационного сигнала, отраженного от ПРЦ, отличающаяся широкими аппроксимирующими возможностями при описании различных ситуаций в работе МРЛС и позволяющая выполнить статистический синтез алгоритмов обнаружения и оценивания. Априорная неопределенность о числе и расположении элементов ПРЦ в этой модели сводится к параметрической неопределенности соответственно дискредитированного - распределения и односвязной многомерной Марковской последовательности.

6. Синтезированы оптимальные алгоритмы обнаружения дружно и хаотично движущихся ПРЦ. Оптимальная статистика формируется многоканальным устройством, в каждом из каналов которого производится перебор всех возможных

расположений элементов ПРЦ среди всех объемов разрешения МРЛС в наблюдаемой области пространства.

7. Разработаны приведенные схемы алгоритмов обнаружения, осуществляющих с помощью рекуррентных соотношений быстрое вычисление оптимальных статистик и позволяющих обрабатывать принятые сигналы в реальном времени.

8. Разработаны структуры адаптивных обнаружителей, в значительной мере устраняющие отрицательное влияние априорной параметрической неопределенности на характеристики обнаружения и оценивания. Оценки, используемые в этих обнаружителях, являются решениями уравнений максимального правдоподобия для соответствующих параметров. Они обеспечивают получение правила решения, которое дает равномерно наилучшее приближение к оптимальному алгоритму при известном значении параметра. Приведен итеративный алгоритм решения уравнений максимального правдоподобия, использующий порядковые статистики. Предложен комбинированный алгоритм оценивания, который также снижает отрицательное влияние априорной неопределенности за счет увеличения вдвое вычислительных затрат.

9. Приведено исследование синтезированного в работе оптимального алгоритма оценивания в составе обнаружителя. Результаты анализа показали, что если об априорном распределении числа элементов ПРЦ известно только то, что оно ограничено, то в качестве начального распределения следует выбрать равномерное. При этом скорость сходимости априорного распределения к действительному наибольшая и практически точная оценка числа элементов ПРЦ достигается с восьмого периода повторения при отношении сигнал/шум ≥ 3 дБ.

10. Выполнен подробный анализ квазиоптимальных алгоритмов. Приведены аналитические выражения характеристик обнаружения при релейской модели отраженного сигнала и рекомендации по их использованию. На примере обнаружения дружно движущейся ПРЦ с разрешаемыми элементами получены численные значения характеристик обнаружения, на основе которых разработаны конкретные рекомендации по выбору алгоритмов и параметров зондирующих сигналов в различных ситуациях обнаружения. Определены параметры программно реализуемых квазиоптимальных алгоритмов, которые при минимуме вычислительных затрат обеспечивают высокое качество обнаружения ПРЦ.

11. Наиболее близкими по качеству обнаружения к оптимальному являются квазиоптимальные алгоритмы с использованием порядковых статистик при условии,

что весовые коэффициенты вычисляются по известному отношению сигнал/шум и априорному распределению числа элементов. Этот недостаток, а также существенные вычислительные затраты практически исключают алгоритмы названной группы из круга используемых квазиоптимальных алгоритмов. Выигрыш в пороговом сигнале по сравнению с другими алгоритмами незначителен (менее 1,5 дБ), причем в большинстве ситуаций и этот выигрыш отсутствует.

12. Для обнаружения слабых отраженных сигналов ($\bar{G} \leq 10$ дБ) следует использовать алгоритмы с накоплением (квантование и суммирование). Эти же алгоритмы должны использоваться при средних ($10 \text{ дБ} < \bar{G} \leq 20 \text{ дБ}$) отношениях сигнал/шум и многоэлементных ПРЦ. Малоэлементные ПРЦ при средних и больших ($\bar{G} > 20$ дБ) лучше обнаруживаются алгоритмами с выбором максимума. Анализ показал, что эти алгоритмы в названных ситуациях имеют резко отличающиеся характеристики и не могут быть заменены один другим.

13. Число уровней квантования при аналого-цифровом формировании статистик в алгоритмах с накоплением следует выбирать не более $8 \div 16$. При этом потери в пороговом сигнале составляют менее 0,5 дБ.

14. Для обнаружения ПРЦ в широком спектре возможных ситуаций разработана группа комбинированных алгоритмов, являющихся логическим объединением алгоритмов с накоплением и выбором максимума. Возможные проигрыши по сравнению с наилучшими квазиоптимальными алгоритмами не превышают ($0,5 \div 0,8$) дБ, в то время как выигрыш может достигать ($4 \div 5$) дБ, что приводит к увеличению дальности обнаружения до 25 %. Алгоритмы этой группы при минимуме вычислительных затрат практически устраняют отрицательное влияние априорной неопределенности на характеристики обнаружения ПРЦ.

15. Предложен квазиоптимальный алгоритм оценивания общегрупповых параметров ПРЦ на двумерном радиолокационном поле. Вычислительные затраты по сравнению с оптимальными снижаются на порядок при существенном проигрыше в пороговом сигнале (менее ($1 \div 2$) дБ) для отношений сигнал/шум более 12 дБ. Результаты статистического моделирования показали его высокую эффективность в составе алгоритмов первичной обработки сигналов, отраженных ПРЦ.

16. Определены значения параметров алгоритмов выделения и группирования, при которых достигается максимальная вероятность обнаружения и точность оценивания общегрупповых параметров. Вероятность ложной тревоги для одного

дискрета должна быть не более $F_{гр} = 1/L$, где L – общее число дискретов на изображении, минимальное межгрупповое расстояние – $1 \div 3$ дискрета.

17. Для повышения качества обнаружения МРЛС должна иметь каталог зондирующих сигналов, обеспечивающий тактический выбор оптимальной разрешающей способности. Показано, что число объемов разрешения, занимаемых ПРЦ, при отношении суммарной мощности отраженного сигнала к мощности шума менее 20 дБ не должно превышать 20 и должно быть равно единице при уровне менее $(10 \div 15)$ дБ.

18. Влияние априорной информации о числе элементов ПРЦ сказывается, в основном, при больших отношениях сигнал/ шум (более 15 дБ). На качество обнаружения при использовании зондирующего сигнала с регулируемой разрешающей способностью вид априорного распределения при малых отношениях сигнал/шум не влияет. При одинаковой полной энергии отраженных сигналов наибольшая вероятность правильного обнаружения может быть достигнута при обработке сигналов от многоэлементных, наименьшая – от малоэлементных ПРЦ.

19. При ограничении энергии МРЛС, соответствующей отношению сигнал/шум менее 25 дБ, и распределении её среди периодов повторения следует учитывать, что число этих периодов при зондировании некоторой области пространства не должно превышать, как правило, $8 \div 10$. В противном случае могут возникнуть существенные потери (до десятка дБ) в пороговом сигнале.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ РАДИОЛОКАЦИИ РАСПРЕДЕЛЁННЫХ ЦЕЛЕЙ	4
Литература к главе 1	7
2. КЛАССИФИКАЦИЯ ПРЦ ПО ДАННЫМ КОСМИЧЕСКОЙ РЛС БОКОВОГО ОБЗОРА С СИНТЕЗИРОВАННОЙ АПЕРТУРОЙ	9
2.1. Математическая модель цели и отражённого сигнала при решении задач распознавания пространственно-распределённых целей в космических РЛС с синтезированной апертурой	9
2.2. Многоальтернативная проверка гипотез относительно различных классов ПРЦ при их наблюдении совокупностью космических радиолокационных средств	15
2.3. Квазиоптимальные и эмпирические алгоритмы классификации ПРЦ	22
2.4. Адаптивный алгоритм классификации пространственно-распределённых целей по данным радиолокатора с синтезированной апертурой	28
Литература к главе 2	36
3. АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ КЛАССИФИКАЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННО-РАСПРЕДЕЛЁННЫХ ЦЕЛЕЙ ПО ДАННЫМ РЛС БО	37
3.1. Методика использования граничных соотношений Чернова и Кайлата для оценки эффективности классификации ПРЦ по вектору наблюдаемых данных	37
3.2. Анализ потенциальных характеристик классификации ПРЦ по вектору наблюдаемых данных	44
3.3. Методика расчета эффективности классификации ПРЦ по радиолокационному портрету	50
3.3.1. Проблема анализа эффективности алгоритмов классификации	50
3.3.2. Вывод расчетных выражений для оценки вероятностей правильных и ошибочных решений при классификации ПРЦ по РЛИ	54
3.3.3. Оценка эффективности классификации при корнях большой кратности	64
3.4. Анализ алгоритмов классификации по РЛИ ПРЦ	65
3.5. Сравнительный анализ алгоритмов классификации, основанных на векторе достаточных статистик, в условиях априорной неопределённости	66
3.6. Комплексное распознавание. Классификация ПРЦ по данным нескольких средств наблюдения	72
3.6.1. Процедуры комплексной классификации	73
3.6.2. Анализ эффективности классификации	75

3.7. Методика расчета вероятности правильного распознавания при объединении решений отдельных СН методом простого голосования	78
Литература к главе 3	80
4. ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РЛИ	81
4.1. Измерение общегрупповых параметров распределенной цели. Измерение координат центра РЛИ	81
4.1.1. Синтез оптимального измерителя общегруппового параметра групповой цели	81
4.1.2. Анализ эффективности алгоритма измерения координаты центра ПРЦ	86
4.2. Оценка области, занимаемой целью на РЛИ	89
4.3. Оценка ракурса цели	92
4.4. Анализ алгоритмов оценки координат граничных точек между областями РЛИ с отличающимся контрастом	94
4.5. Межобзорная идентификация РЛИ ПРЦ	98
4.6. Оценка радиолокационного портрета ПРЦ	101
Литература к главе 4	104
5. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИГНАЛА, ОТРАЖЕННОГО ПРОСТРАНСТВЕННО-РАСПРЕДЕЛЁННОЙ ЦЕЛЬЮ	106
5.1. Модель движения элементов ПРЦ	106
5.2. Модель состава и формы ПРЦ	112
5.3. Модель отраженного сигнала	121
Литература к главе 5	127
6. СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ ОБНАРУЖЕНИЯ ПРЦ	129
6.1. Синтез оптимального алгоритма обнаружения ПРЦ при наличии в объеме разрешения не более одного элемента	129
6.2. Синтез оптимальных алгоритмов обнаружения ПРЦ при наличии в объеме разрешения произвольного числа элементов	143
6.3. Реализация и анализ оптимальных алгоритмов обнаружения и оценивания	150
Литература к главе 6	161
7. СИНТЕЗ И АНАЛИЗ КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ ОБНАРУЖЕНИЯ ПРЦ	163
7.1.Квазиоптимальные алгоритмы с дискретным накоплением при большом числе уровней квантования	164
7.1.1.Неодинаковые P_i	164
7.1.2.Одинаковые P_i	167
7.2.Квазиоптимальные алгоритмы с дискретным накоплением при малом числе уровней квантования	172
7.2.1.Неодинаковые P_i	172

7.2.2.Одинаковые P_i	175
7.3.Квазиоптимальные алгоритмы с выбором максимума	185
7.3.1.Квазиоптимальный алгоритм с полным выбором максимума	186
7.3.2. Квазиоптимальный алгоритм с межпериодным накоплением и выбором максимума	191
7.4.Квазиоптимальные алгоритмы с использованием порядковых статистик	196
7.4.1.Одинаковые P_i	199
7.4.2. Неодинаковые P_i	202
7.5. Квазиоптимальные комбинированные алгоритмы	205
7.5.1.Комбинированный алгоритм с аналоговым накоплением и полным выбором максимума	205
7.5.2.Комбинированные алгоритмы с аналоговым накоплением и межпериодным выбором максимума	209
Литература к главе 7	211
8. ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНИВАНИЯ ОБЩЕГРУППОВЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРЦ	214
8.1. Алгоритмы формирования цифровой модели радиолокационного изображения	215
8.1.1. Оптимальный алгоритм выделения сигнальных дискретов	215
8.1.2.Квазиоптимальный алгоритм выделения сигнальных элементов	216
8.2. Алгоритмы обработки цифровой модели радиолокационного изображения ПРЦ	219
8.2.1.Алгоритмы группирования	219
8.2.2.Алгоритм классификации и оценивания общегрупповых параметров	221
8.3.Анализ результатов статистического моделирования алгоритмов оценивания общегрупповых параметров ПРЦ	222
8.3.1.Сравнение оптимального и квазиоптимального алгоритмов выделения сигнальных дискретов	223
8.3.2. Характеристики оценивания при использовании квазиоптимального алгоритма выделения сигнальных дискретов и релеевской модели отраженного сигнала	224
8.3.3. Влияние когерентной составляющей в отраженном сигнале на характеристики оценивания	231
Литература к главе 8	233
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	235

Научное издание

Леонид Григорьевич Доросинский

Михаил Павлович Трухин

**ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ
ОТ ПРОСТРАНСТВЕННО-РАСПРЕДЕЛЁННЫХ ЦЕЛЕЙ**

Компьютерная вёрстка М.П. Трухина

Подписано в печать 03.12.2015. Формат 60х84/16

Печать оперативная. Усл. п.л. 14,0

Тираж 500 экз. Заказ № 53-07-32.

Отпечатано с готового оригинал-макета в издательстве ЗЕБРА
432072, Россия, г. Ульяновск, ул. Жуковского, 83.